

YEJIN QIYE
TOURU CHANCHU

冶金企业 投入产出

郑记芬 编著

冶金工业出版社

作 者 的 话

随着计算机在现代化管理中的应用,投入产出技术在冶金企业中得到了广泛的应用,而且形成了一门独立的计划管理的边缘性学科。

本书包括投入产出法的基础知识和基本原理,结合教学与科研实际工作中经常遇到的一些问题,重点说明和介绍冶金企业投入产出表的编制过程和有关系数的经济含义及其计算、运用及调整方法。

本书可作为企业管理人员、工程技术人员学习和使用投入产出技术的基本教材,也可供大专院校有关专业师生参考。

本书在出版过程中,得到了广州钢铁总厂的大力支持,在此表示衷心感谢。

水平所限,书中不妥之处在所难免,恳请读者批评指正。

作 者

1994年12月

目 录

1 概述	(1)
1.1 投入产出法的由来和发展	(1)
1.2 投入产出法的基本原理	(2)
2 投入产出表	(3)
2.1 投入产出表的形式	(3)
2.2 冶金企业投入产出表的构成	(3)
2.3 投入产出表的填写	(5)
2.4 投入产出表中各种产品之间的数量依存 关系	(7)
3 直接消耗系数的计算	(8)
4 完全消耗系数	(10)
4.1 完全消耗系数的经济含义	(10)
4.2 完全消耗系数的计算	(12)
5 全铁消耗系数	(29)
5.1 全铁直接消耗系数	(29)
5.2 全铁完全消耗系数	(33)
5.3 全铁完全消耗系数的分析	(34)
6 冶金企业投入产出法实际应用举例	(37)
6.1 基本概况	(37)
6.2 实物型投入产出表的结构	(37)
6.3 投入产出表的设计	(40)
6.4 数据的收集与投入产出表的填制	(42)

6.5	消耗系数的计算	(47)
6.6	消耗系数表的分析与应用	(57)
7	投入产出模型的应用	(66)
7.1	投入产出模型在经济分析方面的应用	(66)
7.2	投入产出模型在计划预测和调整方面的应用	(72)
7.3	投入产出模型在改善企业生产经营管理方面的应用	(77)
8	企业应用投入产出法存在的问题与设想	(79)
8.1	存在的问题	(79)
8.2	设想	(80)
9	优化的投入产出模型	(87)
10	投入产出法的数学基础	(91)
10.1	行列式	(91)
10.2	矩阵和向量	(104)
10.3	矩阵与线性方程组	(111)
10.4	方阵的正整数次幂	(130)
10.5	线性方程组	(130)
	参考文献	(138)

1 概 述

1.1 投入产出法的由来和发展

投入产出法产生于本世纪三十年代美国。美国的经济学家瓦·列昂节夫(W. Leontief)于1936年至1953年间陆续发表了《美国经济中的投入与产出的数量关系》、《美国经济结构1919~1929》等著作,在这些著作中提出了投入产出法,并编制了美国经济1919年、1929年、1939年的投入产出表。

所谓投入产出法,就是利用数学和计算机研究和考察各种经济活动的投入与产出之间关系的一种方法。“投入”是指从事一项经济活动的消耗,如生产过程中消耗的原材料、辅助材料、燃料、动力、机器设备、人力等。“产出”是指从事一项经济活动的结果,如工厂生产出来的产品。

瓦·列昂节夫的投入产出法,开始并没有引起美国官方的重视,但在第二次世界大战期间的军工生产中,美国政府已经感到需要一种新的方法来计划和安排生产。所以,当瓦·列昂节夫在1944年编制的美国经济1939年投入产出表问世后,立即引起了美国政府的重视,美国劳动统计局用它进行了就业状况预测。第二次世界大战结束后,美国劳工部劳动统计局和空军合作,花费150万美元集中50~70人,工作了近3年时间,编制了美国经济1947年的投入产出表(共有500个部门),开创了投入产出法实际运用的新纪元。此后,这种方法在美国经济中得到了广泛运用,并很快传播到世界各国。到

1979年,世界上大约有90个国家编制了投入产出表。

六十年代,我国的一些科研机构 and 高等院校开始进行投入产出法的理论探讨与介绍,并于1974年试编了我国经济的1973年投入产出表,一些大型企业也开始运用投入产出法进行企业的计划和决策工作。特别是在八十年代,随着我国经济体制改革的深化,各个企业都在致力于扩大生产、提高经济效益,而投入产出法正是利用企业现有的生产能力和资源条件进行计划最优安排、取得最佳经济效益的一种现代化管理方法。

投入产出法对于大部分工业企业都适用。对于像钢铁企业这样具备大批量生产、产品品种比较固定,产品工艺过程比较稳定、生产环节较多,有较好的统计和财务成本核算基础等条件的企业,运用投入产出方法则更能显示出它的优越性。

1.2 投入产出法的基本原理

投入产出法的基本原理是把线性规划的基本原理与企业的生产工艺过程相结合,以数学模型的形式进行有关产品的各种消耗系数的计算,并根据消耗系数(消耗定额)推算出企业生产所需的各种资源。

企业的投入产出模型,是以矩阵的形式反映企业各车间(分厂)和各种产品之间的生产联系,反映企业物资供应、设备和劳动资源利用情况的经济数学模型。该模型与企业的生产计划管理、财务成本管理、物资管理、工资管理、销售管理等,都有直接的关系。事实上,企业的投入产出模型可以成为我国国民经济实现管理现代化的一个具体途径。下面将以钢铁联合企业为例,介绍和探讨投入产出模型的编制方法和具体应用。

2 投入产出表

2.1 投入产出表的形式

投入产出法所用的表格形式有以下几种：

按不同的计量单位，可分为实物形态的投入产出表和价值形态的投入产出表；

按其承担的任务不同，可分为投入产出报告表和投入产出计划表；

按其编制的范围不同，可分为全国投入产出表、地区投入产出表、部门投入产出表和联合企业投入产出表；

按时间因素，可分为静态分析表与动态分析表。

下面着重介绍以实物形式表示的钢铁联合企业投入产出表。

2.2 冶金企业投入产出表的构成

冶金企业投入产出表的基本形式见表 1。

表 1 头横向自左向右共有三大项，即由企业内部主要生产结构决定的企业内部按生产工艺顺序生产的各中间产品、产成品商品量及各种产品总量，其中按生产工艺顺序生产的各种产品有铁矿石、铁精矿、烧结矿、生铁、钢锭、初轧坯、一次材、二次材。这种排列顺序反映了冶金企业的生产工艺流程。如图 1 所示。

图 1 仅描述了冶金企业从采矿、选矿、冶炼一直到轧材的主体生产过程，除此以外，还有焦化、耐火、机修、动力、运输等生产辅助系统，形成了相互联系、相互制约的一环扣一环的复杂系统。

表 1 冶金企业主要金属物料投入产出表 单位:万吨

			企业内部主要生产结构及消耗								商品量	总产量
			铁矿石	铁精矿	烧结矿	生铁	钢锭	初轧坯	一次材	二次材		
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
企业自产金属产品	铁矿石	1		960								960
	铁精矿	2			440							440
	烧结矿	3				476						476
	生铁	4					257					257
	钢锭	5						300				300
	初轧坯	6							260			260
	一次材	7								110	125	235
	二次材	8								5	95	100
生产回收	返回废钢	9			5		81					
	返回废铁	10				0.4						
	含铁废料	11			10	0.15						
外购材料	钢球、衬板	12		4.5								
	铁合金	13					2					
	富矿	14					50					

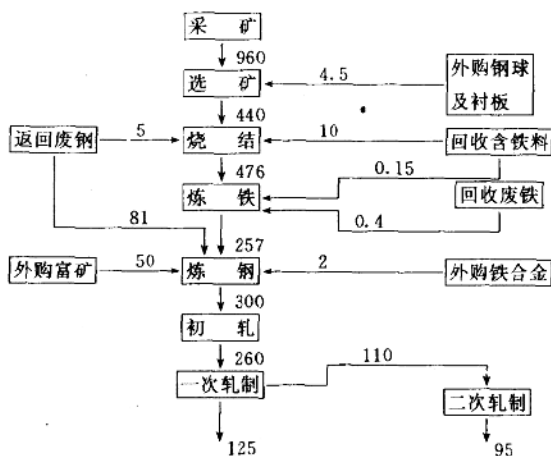


图 1 冶金企业生产工艺流程及金属物料平衡示意图
注:图中数字单位为万吨。

在图 1 中,箭头旁边的数字表示在一定时期内(通常为 1 年),下一个生产环节消耗上一个生产环节产品的数量。例如,生产 95 万吨的二次轧材需要消耗 110 万吨一次轧材,而生产一次轧材 125 万吨再加上生产二次轧材需要的 110 万吨一次轧材,共需要 260 万吨的初轧钢坯,依次类推。

表 1 中的商品量包括企业的外销商品量、企业内部自用商品量(主要是供基建用)、企业增加的库存数量、企业因改善职工生活所用的钢材数量等。

表 1 的左边由三项构成,即“公司自产金属产品”、“生产回收”、“外购材料”,其中“公司自产金属产品”的排列顺序与横向表头“企业内部主要生产结构及消耗”相同。通常在冶金企业中都存在生产回收问题,如轧钢过程中切头切尾的回收再利用,炼钢过程产生的钢渣以及不合格的碎烧结矿等的再利用。不同的企业生产回收的情况不尽相同,要根据企业的具体情况确定回收项目和每项回收的数据。

2.3 投入产出表的填写

投入产出表的填写主要是指数据的填写。从表 1 可以看出,投入产出表的数据涉及到生产中的许多环节。目前我国大多数冶金企业的统计数据仍是由基层生产单位逐级上报,最后汇总而得。有时生产发生变化,基层生产单位的原始数据已有变化,但上报到公司一级(或总厂)的数据却反映不出来。因此,运用投入产出法,工作量最大的,也是最关键的工作就是抽调一定的人力从事数据的核实工作。从各个生产分厂(或车间)到公司(或总厂)的数据必须是一致的,必须调查清楚生产单位 and 公司计划部门都认可的数据,才能填写到投入产出表上。

投入产出表从左向右横向称“行”，从上到下竖向称“列”，表 1 有 14 行 10 列。投入产出表的数据填写，首先弄清楚每一行与每一列的关系，在行与列的交叉点处填写数据。表 1 中（参看图 1），在公司自产金属产品中，第 1 行是铁矿石，它的总产量是 960 万吨，它用来生产铁精矿，因此在第 1 行与第 2 列的交叉点处填写 960；第 2 行铁精矿总产量 440 万吨，它用来生产烧结矿，因此在第 2 行与第 3 列的交叉点处相应填写 440；第 3 行烧结矿总产量 476 万吨，它用来生铁，故在第 3 行与第 4 列交叉点处填写 476；第 7 行一次轧材总产量 235 万吨，其中用来再加工生产二次轧材 110 万吨，因此在第 7 行与第 8 列的交叉点处填写 110；一次轧材作为商品进行外销有 125 万吨，所以在第 7 行与第 9 列的交叉点处填写 125；第 8 行二次轧材总产量 100 万吨，其中外销商品量 95 万吨，因此在第 8 行与第 9 列的交叉点处填写 95；有 5 万吨用作公司内部消耗，所以在第 8 行与第 8 列的交叉点处填写 5 万吨；第 11 行含铁废料用来生产烧结矿 10 万吨，用来生铁 0.15 万吨，因此在第 11 行与第 3 列的交叉点处填写 10，在第 11 行与第 4 列的交叉点处填写 0.15，以下依此类推。

表 1 的前 8 行 8 列是由同名称同次序的 8 种金属制品纵横交叉组成的棋盘式部分，在这部分里同行同列系指同种产品。投入产出表的棋盘式部分，反映企业自产产品之间的投入产出关系，也就是上、下工序之间生产与消耗的关系。它们之间的数量关系，取决于企业的生产技术条件与生产经营管理水平。

表 1 中的企业自产产品经过了压缩和简化，在实际运用中虽然不能把企业的成百上千种产品全部列出来，但必须在不影响生产计划、财务与成本计划的前提下，将产品适当分成

产品小组,这样可以大大简化投入产出表中的产品项目。

2.4 投入产出表中各种产品之间的数量依存关系

如果用 x_{ij} 表示第 j 种产品在本期内对第 i 种产品的消耗数量, x_{ij} 就是表 1 棋盘式部分各相应数字的代表。它具有双重含义,既是纵列 j 种产品的投入量,又是横行 i 种产品的分配量。例如,表 1 中的第 2 列与第 1 行交叉点的数字 $x_{12}=960$ 万吨,表示第 2 列产品铁精矿的生产需要消耗第 1 行铁矿石 960 万吨;同样, $x_{56}=300$ 万吨,表示第 6 列生产初轧钢坯需要消耗第 5 行钢锭 300 万吨,以下依此类推。数量 x_{ij} 称为中间流量,用符号 x_i 表示横行第 i 种产品的年产出总量,用符号 y_i 代表第 i 种产品的外销量即商品量。于是,投入产出表 1 中各种产品之间的数量依存关系,它的横向的产品按用途的分配使用关系可以写成下面的数学形式:

$$x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{18} + y_1 = x_1$$

$$x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{28} + y_2 = x_2$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x_{81} + x_{82} + \cdots + x_{88} + y_8 = x_8$$

这是一组线性方程,它可以简化写成:

$$\sum_{j=1}^8 x_{ij} + y_i = x_i \quad (i=1, 2, 3, \dots, 8) \quad (2-1)$$

方程组(2-1)描绘了产品的分配使用情况,反映了产品在实物方面的运动,其中每一个方程就是该种产品的一个实物平衡表。

3 直接消耗系数的计算

产品的直接消耗反映了各种产品在生产过程中的直接联系,如炼铁直接消耗烧结矿,炼钢直接消耗铁水,初轧钢坯直接消耗钢锭等等。直接消耗系数也就是单位产品对其它产品的消耗数量,它可以从数量上确定产品之间的生产联系的程度。

在表1的数据基础上,用各种产品的年产出总量去除它对别种产品的消耗量,便得出相应产品的单位产品的消耗量,也就是直接消耗系数,用 a_{ij} 表示。这句话的含义是用表1中最末一列标明的各种产品的年产出总量,依次分别去除它们所在的相应列的投入量。直接消耗系数的计算公式如下:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j} \left(\begin{array}{l} i, j=1, 2, 3, \dots, n \\ n \text{ 为自产产品的品种数} \end{array} \right) \quad (3-1)$$

例如,将表1中的第1行第2列的960(生产铁精矿共耗用960万吨铁矿石)除以第2行总产量440(共生产440万吨铁精矿),即求得直接消耗系数 $a_{12} = \frac{960}{440} = 2.1818$,即生产1

吨铁精矿需消耗铁矿石2.1818吨。当 $j=3, i=2$ 时, $a_{23} = \frac{x_{23}}{x_3} = \frac{440}{476} = 0.9244$,即生产1吨烧结矿需消耗0.9244吨铁精矿。

同样,外购料的直接消耗系数可按下式计算:

$$d_{ij} = \frac{h_{ij}}{x_j} \left(\begin{array}{l} i=12, 13, 14 \\ j=1, 2, 3, \dots, 8 \end{array} \right) \quad (3-2)$$

例如,将第 14 行第 5 列的 $h_{14,5}=50$ 除以第 5 行的 $x_5=300$,得 $d_{145}=\frac{50}{300}=0.1667$,即生产 1 吨钢锭需消耗外购富铁矿 0.1667 吨。依此类推,可求得金属物料直接消耗系数(见表 2)。

表 2 金属物料直接消耗系数

单位:吨/吨

			铁矿石	铁精矿	烧结矿	生 铁	钢 锭	初轧坯	一次材	二次材
			1	2	3	4	5	6	7	8
企业自产金属产品	铁矿石	1		2.1818						
	铁精矿	2			0.9244					
	烧结矿	3				1.8521				
	生 铁	4					0.8567			
	钢 锭	5						1.1538		
	初轧坯	6							1.1064	
	一次材	7								1.100
	二次材	8								0.05
回收料	返回废钢	9			0.0105		0.2700			
	返回废铁	10				0.0016				
	含铁废料	11			0.0210	0.0006				
外购料	钢球、衬板	12		0.0102						
	铁合金	13					0.0067			
	富 矿	14					0.1667			

直接消耗系数可以写成矩阵向量形式。把公式(3-1)代入公式(2-1),则得 $\sum_{j=1}^8 a_{ij}x_j + y_i = x_i \quad (i=1,2,3,\dots,8)$,写成矩阵向量形式即为: $AX + Y = X$ (3-3)

$$\text{式中, } A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{18} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{28} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{81} & a_{82} & \cdots & a_{88} \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_8 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_8 \end{bmatrix}$$

A 是系数矩阵, X 是产出向量, Y 是最终产品向量,在上述例子中它由商品量组成。

4 完全消耗系数

4.1 完全消耗系数的经济含义

直接消耗系数只反映各种产品之间的直接消耗关系,而不能反映产品之间经常存在的间接消耗关系。在一个经济系统中,各种产品之间除了发生直接的经济联系和消耗关系之外,还存在着间接经济联系和间接消耗关系,如图 2 所示。

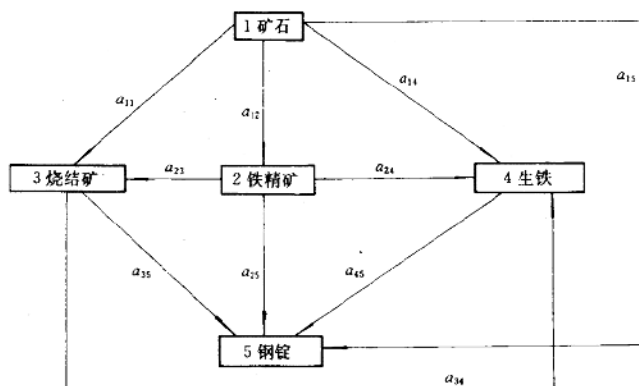


图 2 5 种产品的相互关系图

图 2 中两两产品之间均有带方向的线段所连,这 5 种产品相互之间都存在直接的生产消耗关系,每条线段的旁边注明了它们之间的联系强度,即单位产品的直接消耗系数。例

如, $\boxed{1} \xrightarrow{a_{12}} \boxed{2}$ 表示单位产品 2 消耗了产品 1, 其消耗系数为 a_{12} ; $\boxed{2} \xrightarrow{a_{24}} \boxed{4}$ 表示单位产品 4 消耗了产品 2, 其消耗系数为 a_{24} ; $\boxed{3} \xrightarrow{a_{35}} \boxed{5}$ 表示单位产品 5 消耗了产品 3, 其消耗系数为 a_{35} 。一般说来, $\boxed{i} \xrightarrow{a_{ij}} \boxed{j}$ 表示单位产品 j 在生产中直接消耗产品 i , 其消耗数量为 a_{ij} 。因此, 图 2 便是直接消耗系数矩阵 $A = (a_{ij})$ 的网络形式, 只是图 2 省略了产品的自身消耗关系, 而矩阵 A 中包含了这种自身消耗关系 (即 a_{ii})。

在图 2 中, 产品 2 直接消耗产品 1, 即 $\boxed{1} \xrightarrow{a_{12}} \boxed{2}$, 产品 3 直接消耗产品 2, 即 $\boxed{2} \xrightarrow{a_{23}} \boxed{3}$, 把它们连接起来就是 $\boxed{1} \xrightarrow{a_{12}} \boxed{2} \xrightarrow{a_{23}} \boxed{3}$, 它说明产品 3 通过中间环节 2, 间接消耗产品 1, 其消耗数量是两个直接消耗系数的乘积 $a_{12}a_{23}$ 。同样产品 5 直接消耗产品 4, 即 $\boxed{4} \xrightarrow{a_{45}} \boxed{5}$, 消耗数量是 a_{45} , 而产品 4 又直接消耗产品 2, 即 $\boxed{2} \xrightarrow{a_{24}} \boxed{4}$, 把它们连接起来就是 $\boxed{2} \xrightarrow{a_{24}} \boxed{4} \xrightarrow{a_{45}} \boxed{5}$, 也就是产品 5 通过中间环节 4 间接消耗产品 2, 其消耗数量是两个直接消耗系数的乘积 $a_{24}a_{45}$ 。根据同样的分析方法可以推知, $a_{13}a_{35}$ 是产品 5 通过中间产品 3 对产品 1 的间接消耗, $a_{14}a_{45}$ 是产品 5 通过中间产品 4 对产品 1 的消耗。对于只有 5 种产品的图 2 来说, 间接消耗可以表示为 $a_{ik}a_{kj}$ ($i, j, k=1, 2, 3, 4, 5$)。概括地说, 凡是两个直接消耗系数的乘积, 都表示通过 1 个中间环节 (产品) 实现的产品之间的间接消耗。因为这种性质的间接消耗都通过 1 个中间环节, 即产品 j 通过中间产品 k 间接消耗产品 i , 因此称为 1 次性间接消耗。又因为直接消耗系数矩阵 $A = (a_{ij})$, 显然, 以两个直接消耗系数的乘积之和为元素的矩阵即是矩阵 A^2 。

现在来看另一个链条, $\boxed{1} \xrightarrow{a_{12}} \boxed{2} \xrightarrow{a_{23}} \boxed{3} \xrightarrow{a_{34}} \boxed{4}$, 它表示产品 4 通过中间产品 3 和中间产品 2 间接消耗产品 1, 其消耗的数量为 $a_{12}a_{23}a_{34}$, 即三个直接消耗系数的乘积。同理, 3 个直接消耗系数的乘积 $a_{12}a_{24}a_{45}$ 表示产品 5 通过中间产品 4 和中间产品 2 对产品 1 的间接消耗量。一般地写成通式 $a_{ik}a_{kp}a_{pj}$ ($i, j, k, p=1, 2, 3, 4, 5$), 它表示产品 j 通过中间产品 p 和中间产品 k 间接消耗产品 i 。概括地说, 凡是 3 个直接消耗系数的连乘积, 都代表通过 2 个中间环节实现的产品之间的相互间接消耗, 这种性质的间接消耗称为 2 次性间接消耗。以 3 个直接消耗系数乘积之和为元素的矩阵, 显然是矩阵 A^2 。

从上述分析中可以看出, 一个生产部门的各个生产环节, 有的直接发生关系, 有的间接发生关系, 这两种关系分别称为直接经济联系和间接经济联系, 二者构成了完全经济联系, 可以写成如下定义式:

完全经济联系 = 直接经济联系 + 间接经济联系

与经济联系相对应的就有直接消耗系数和间接消耗系数, 二者构成了完全消耗系数, 它的定义式如下:

完全消耗系数 = 直接消耗系数 + 间接消耗系数

4.2 完全消耗系数的计算

(1) 矩阵求逆算法。根据公式 (3—3) $AX+Y=X$, 经过移项、提出向量 X 便得 $(I-A)X=Y$, 其中 I 是主对角线上元素为 1、其余元素为 0 的 8 行 8 列的单位方阵。这里的系数矩阵 $(I-A)$, 称为瓦·列昂节夫 (W. Leontief) 依存系数矩阵, 它把总产出向量 X 与商品量 Y 用线性方程联系起来了。如果矩阵 $(I-A)$ 是满秩矩阵, 则可由事先给定的向量 Y 唯一地确定向量 X , 其通解形式为:

$$(I-A)^{-1}Y=X \quad (4-1)$$

(4-1)式中的系数矩阵 $(I-A)^{-1}$,是依存系数矩阵 $(I-A)$ 的逆矩阵,求这样的解所进行的计算叫做系数矩阵的求逆运算。从矩阵 $(I-A)^{-1}$ 中减去单位矩阵 I ,便是完全消耗系数矩阵,它是计算完全消耗系数的方法之一。

根据直接消耗系数、一次间接消耗系数、二次间接消耗系数的原理,对于一个具有 n 种产品的投入产出系统,可建立如下的逆推公式:

矩阵	矩阵的元素	消耗类型
A	$a_{ij}^{(1)}$	直接消耗
A^2	$a_{ij}^{(2)} = \sum_{p=1}^n a_{ip} a_{pj}$	1次间接消耗
A^3	$a_{ij}^{(3)} = \sum_{p=1}^n a_{ip}^{(2)} a_{pj}$	2次间接消耗
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
A^k	$a_{ij}^{(k)} = \sum_{p=1}^n a_{ip}^{(k-1)} a_{pj}$	$(k-1)$ 次间接消耗

上述公式中 i 和 j 的取值范围都是从1到 n 。

根据定义完全消耗系数是直接消耗系数与间接消耗系数之和,如果用矩阵 $B=(b_{ij})$ 代表完全消耗系数矩阵,则按定义有下述等式: $B=A+A^2+A^3+\cdots+A^k=A+(A+A^2+\cdots+A^{k-1})A$ 。

$$B=A+BA \quad (4-2)$$

已知 B 是完全消耗系数矩阵, A 是直接消耗系数矩阵,根据完全消耗系数的定义,公式(4-2)中的 BA 就是间接消耗系数矩阵,即间接消耗系数矩阵等于完全消耗系数矩阵与直接消耗系数矩阵之乘积。同时, $BA=A^2+A^3+\cdots+A^k$,说明间接消耗系数矩阵是1次间接消耗矩阵 A^2 、2次间接消