Claude Berge 著

· 孙荣光 傅熙如 译

拓扑空间

国外数学译丛

河南教育出版社

国外数学译丛

拓扑空间

河南教育出版社

国外数学译丛

拓扑空间

Claude Berge 著

孙荣光 傅熙如译

责任编辑 张国旺

河南教育出版社出版

河南郑州金水印刷厂印刷

河南省新华书店发行

787×1092毫米 32开本 12.125印张 236千字

1990年8月第1版 1990年8月第1次印刷

印数1—1,200册

ISBN7-5347-0279-8/O·9

定价 3.85元

江泽涵先生的意见

孙荣光、傅熙如译的〔法〕Claude Berge 著的《拓扑空间》一书的译稿，我曾抽阅数处。因我的视力和译文都差，无力校阅。但我的印象是：译稿值得请人审阅，并考虑出版。

我有这印象的原因有二。第一，译者有译书经验，译文流利。第二，这类书籍，法国的和英、美、俄的很不同，国内出版的法著还不多见。

江泽涵

一九八七年四月十六日

作者原序

集论问世，仅约五十年。现在已在数学的很多部门中（如测度论，实变函数论或复变函数论，线性运算等）起重要作用。应用集论于这些不同的领域，并非必须经公理的途径：一集仅只是一些对象的集体，而我们运用的论证与这些对象的本性无关。

在与本书攸关的集拓扑[1]中，我们在拓扑空间和拓扑矢量空间内研究集；当这些集是n元组或函数类的集体时，便可重新得到古典分析中的著名结果。

然而拓扑学的作用不止于此。多数教科书似乎不愿过问由概率计算、统计学的判决函数、线性规划、控制论、经济学诸方面提出的某些问题。因此，为了提供一个纯粹数学的研究者和应用数学的研究者都同样感兴趣的拓扑工具，我们觉得以把多值函数的性质的系统展现包括在内为宜。多值函数这一术语寓意本来是一般的，（它表示我们不仅仅牵涉‘单值’函数），但实际上，习惯却迫使我们使用不一致的术语，遵照不同作者的先占权，当研究有关线性或连续性的性质

(1) ‘集’拓扑或‘一般’拓扑之命名是为了区别于组合拓扑，后者本书不予考虑。

时，我们就说多值映射[1]；当研究某些结构性质（序，等价等）时，我们便讲二元关系；当研究组合性质时，则称之为定向图形。在第一种情况我们知道有拓扑理论，在第二种情况有代数理论，而在第三种情况有组合理论。这些不一致的术语之并存，似乎是不幸的，然而当观点和方法不同时，它们之被分别使用却已经被奉为标准（关于等价和划分两辞，我们也遵照通常的习惯）。

自修的读者在第一遍阅读本书时，我们建议略去那些带有星号的节段（这一般是用以表示精细之点）。书中的例取自各种不同的领域，我们希望通过它们能使有关解释更加具体。

我愿向A·Lichnerowicz教授致谢意，他鼓励我们着手这一工作并且盛情阅读手稿；我同样感谢M·Kervaire博士，他的建议对本书的每一章都是宝贵的。

(1) 以下术语也被采用：多形函数，多叶映射，在本书中，我们将统称之为映射。

符 号 表

ε、η始终用以表示严格正数

第一章 §1:

$a \in A$	a 属于 A
$a \notin A$	a 不属于 A
$A \subseteq B$	A 含于 B 内
$A \supset B$	A 包含 B
$A \subset B$	A 严格含于 B 内
$A \not\supset B$	A 不包含 B
$A = B$	A 等于 B
$A \neq B$	A 不等于 B
$\varnothing$	空集
$\{a \mid a$满足(L)$\}$	满足(L)的元 a 之集
$\boldsymbol{R}$, $\widehat{\boldsymbol{R}}$, $\boldsymbol{N}$, $\boldsymbol{R}_r^+$, $\boldsymbol{R}_r$	实数集，完全实数集，正整数集，$\geqq 0$ 的有理数集，有理数集
$[\lambda, \mu]$, $[\lambda, \mu[$, $]\lambda, \mu]$,	闭区间（或线段），半闭区间
$]\lambda, \mu[$	开区间
$\Longrightarrow$	蕴涵

$\Leftrightarrow$	等价于
$(\forall_A a)$:	对A内所有a，我们有
$(\exists_A a)$:	在A内存在a适合
$a\to b$	a对应b
	§2:
$A\cup B$	A与B的并
$A\cap B$	A与B的交
$A-B$	A减B
$-B$	B的余集
	§3:
$\mathbf{A}\subset B$	$\mathbf{A}$含于B
$\mathbf{A}\vdash B$	$\mathbf{A}$部分地含于B
$A>\mathbf{B}$	$\mathbf{A}$比$\mathbf{B}$细（内部意义下）
$\mathbf{A}\approx\mathbf{B}$	$\mathbf{A}$等价于$\mathbf{B}$（内部意义下）
$\mathbf{A}\vdash\mathbf{B}$	$\mathbf{A}$比$\mathbf{B}$细（外部意义下）
$\mathbf{A}\simeq\mathbf{B}$	$\mathbf{A}$等价于$\mathbf{B}$（外部意义下）
	§4:
$\prod_{i\in I}A_i=A_i\times A_j\times\cdots$	A_i的笛卡儿积
$\sum_{i\in I}A_i=A_i+A_j+\cdots$	A_i的笛卡儿和
$\bigcup_{i\in I}A_i=A_i\cup A_j\cup\cdots$	A_i的并
$\bigcap_{i\in I}A_i=A_i\cap A_j\cap\cdots$	A_i的交
	§7:
$A\to\overline{A}$	包运算
$A\to\mathring{A}$	内部运算

§9:

$\overline{\lim\limits_{n\to\infty}}(A_n)$, $\underline{\lim\limits_{n\to\infty}}(A_n)$	A_n的上与下主极限

第二章

$\hat{\Gamma}$	Γ的传递色
Γ^-, Γ^+	Γ的（下，上）逆映射
$\Gamma_1\cap\Gamma_2$, $\Gamma_1\times\Gamma_2$, $\Gamma_1\cdot\Gamma_2$	Γ_1与Γ_2上的运算；交，笛卡儿积，合成积

第三章

$\boldsymbol{T}(A)$	A的子集之族
$\aleph_0$, $\aleph_1$, …	阿列夫零，阿列夫一，…（基数）
ω_1, ω_2, …	欧米嘎一，欧米嘎二，…（序数）
$\geqslant$, $>$, $=$, $<$, $\leqslant$, $\equiv$	大于，严格大于,等于,严格小于,小于,恒等于
$o(A)$	A的基数
$\max\limits_{a\in A} a$（或$\max A$）	A的最大元
$\min\limits_{a\in A} a$（或$\min A$）	A的最小元
$\sup\limits_{a\in A} a$（或$\sup A$）	A的上确界
$\inf\limits_{a\in A} a$（或$\inf A$）	A的下确界

第四章

$\mathbf{G}$，$\mathbf{F}$	开集族，闭集族
$\bar{A}$	A的（拓扑）包
$\mathring{A}$	A的（拓扑）内部
FrA	A的边界
$U(x)$，$V(x)$	x的开邻域
$M(x)$，$N(x)$	x的邻域
$\mathbf{V}(x)$	x的开邻域的族
$\mathbf{N}(x)$	x的邻域族
$\mathbf{B}(x)$	x的基本邻域基
$(x_i)=(x(i)\mid i\in I,\ \mathbf{B})$	过滤族
(x_n)	序列
$(x_i)\vdash(y_j)$	(x_i)是(y_j)的子序列

第五章

$d(x,\ y)$	从x到y的距离
$B_\lambda(x_0)$	以x_0为中心λ为半径的球体
$S_\lambda(x_0)$	以x_0为中心λ为半径的球面
$\mathbf{G}_d$	关于度量d的开集族
$C_K(a)$	包含K内元a的连通支量

第七章

0	零，或中性元（对纯量零和矢

	量空间的中性元用相同符号）
$+$	和
E_j^*	平面
H_j^*	闭半空间
$H_j^{\prime *}$	开半空间
$\boldsymbol{P}_n$	在第202页定义的$\boldsymbol{R}^n$的子集
$k[A]$，$\mathrm{lin}[A]$，$s[A]$，$[A]$	集A的包：锥包，线性包，空间包，凸包
$kc[A]$	A的锥凸包
$\ddot{C}$	凸集C的轮廓

第八章

$\langle a, x\rangle$	a与x的纯量积
$\overline{C}[A]$	A的闭凸包
$]a_1, a_2, \cdots, a_n[$	由a_1，a_2，$\cdots a_n$张成的（开和闭）多面体
$[a_1, a_2, \cdots, a_n]$	
$\mathbf{A}$	以a_j做系数的矩阵
$\otimes$	矩阵的完全积

第九章

L_p	在第328页定义的空间
$\boldsymbol{L}_p$	在第328页定义的空间
$\boldsymbol{D}$	在第353页定义的空间

$\boldsymbol{C}$	在第358页定义的空间
$\boldsymbol{V}$	在第358页定义的空间
$(f_n)\rightharpoonup g$	(f_n)弱收敛于g

目　　次

第一章 集　族

§1 集：一般记号

一集A乃指任意种类对象（如一平面内的点，实数，函数）的集体，这些对象称为A的元（或点）；通常用大写拉丁字母表示集并用小写拉丁字母表示元。

在某些情况下一集可用元素来确定，更多的情况下，由给出它的元的性质的方法来确定。例如，正有理数集[1]，我们用$\boldsymbol{R}_r^+$表示它，是具有下述性质的正数x的集体：x是整数p被整数q除得的商，其中q不为零。

若a是集A的一个元，我们记作$a\in A$或$A\ni a$；若A与B为两个集，且

$$a\in A\text{蕴涵}, a\in B,$$

我们记作$A\subset B$（A含于B内）并且也说A是B的子集或B包含A并记作$B\supset A$。若$A\subset B$且B不含于A内，我们记作$A\subset\subset B$（A严格含于B内）；若$A\subset B$且$B\subset A$，我们记作$A=B$（A等于B）。在此情况下$a\in A$等价于$b\in B$。

若$a\in A$不真我们记作$a\notin A$；若$B\supset A$不真记作$B\not\supset A$；

---

(1) 假定读者熟悉实数概念。