土木建筑工程管理中的模糊数学方法

王祯显 编著

湖南大学出版社

序　言

自从美国查德教授在1965年创立模糊集合论以来，模糊数学在国内外得到了迅速的发展。它在建筑工程，特别是在建筑工程管理领域中的应用，近年来在国内的发展更是引人注目。越来越多的同志希望学习和掌握模糊数学，并把它应用到实际当中去。王祯显同志的这本著作以通俗的语言，阐述了数学中最基本的原理和方法。书中的大部分专题，特别是模糊数学在招标投标标底快速估算中的应用一章，凝聚了作者多年专心致志研究的心血。此项成果经过作者和有关同志的努力　在全国各地得到了普及和推广，并取得了良好的效果。因此谨向有志于斯的读者推荐，这是一本适合于入门又利于进一步深造的书。

第二次世界大战以来，由于电子计算机的诞生和科学技术的日新月异发展，特别是电子计算机在实际工程中的应用，使过去旷日持久甚至可望不可及的计算分析得到了一定程度的解决，使复杂系统的研究成为可能。然而，系统的日趋复杂，却造成计算量的增加，同时要求对过去由于无法用传统数学处理而予忽略的模糊概念重新考虑。例如建筑工程成本估测涉及的影响因素极多，在招标投标时间限制、资料齐全程度等等条件下，沿用传统数学方法，有时难以实现。这就需要分析建筑工程的特征因素和积累的估算经验，运用模糊数学方法来实现快速成本估算。

因此，模糊数学为数学进入模糊现象禁区开辟了途径，使处理、存贮和利用人类头脑中大量的经验、判断等模糊思维概念成为可能。专家的生命有限，但他们的丰富经验却在一定程度上为后人所应用。仅从此意义来看，模糊数学科学技术的发展确有不容忽视的意义。

希望此书出版后，能起到普及和深化模糊数学在我国的发展和应用方面的作用，更希望在读者的支持和爱护下，本书能不断补充新的内容，为我国建筑业的改革做出应有的贡献。

卢　谦

1988年2月于北京

内 容 提 要

本书深入浅出地介绍了模糊数学在土建工程管理中的应用。着重介绍了根据模糊数学的原理并应用电子计算机技术，进行标底快速估算的新方法，并附有工程实例和电子计算机程序。还介绍了模糊集理论在工程评标中的应用，并有示例对此作了说明。还提出了应用模糊综合评判的原理，最后，介绍了模糊数学在统筹方法上的应用。本书可供土木建筑企业界的经营管理人员、预决算技术人员、建筑设计的技术人员、建设银行的技术人员以及具有中专文化程度以上的科技人员阅读。亦可供大专院校师生和科研单位科技人员参考。

土木建筑工程管理中的模糊数学方法

王祯显　编著

责任编辑　朱华　陈文有

☆

湖南大学出版社出版发行

（长沙岳麓山）

湖南省新华书店经销　湘潭大学印刷厂印刷

☆

787×1092　32开　　5印张　112千字

1988年12月第1版　　1988年12月第1次印刷

印数：0001—6000册

ISBN7-314-00267-3/O・16

定价：1.85元

目　　录

前　　言

众所周知，尽管事物的各种表现或内在属性有其确定性，这就是经典数学研究的对象，这些事物在一定条件下是必然要发生的，而且具有一定的数量关系，也就是说可以用一般的数、函数或方程来描述这些事物。但客观世界并不这样简单，各种事物往往具有不同程度的不确定性。由于因果关系不明确造成事物的随机性，考虑了事物的随机性，就产生统计数学。它利用概率分布作为桥梁，把不确定性在形式上转化为确定性，即把随机性数量化，即可用经典数学的方法进行运算。在确定概率分布时常常有相当的近似性和一定的主观性。但尽管如此，考虑事物的随机性比不考虑是个很大的进步，在有些情况下具有质的差异，使问题的研究更精细了，更深入了。由于定义不明确造成事物的模糊性，考虑了事物的模糊性，就产生模糊数学。它用隶属函数作为桥梁，把不确定性形式上转化为确定性，即把模糊性数量化，然后即可用经典数学的方法进行运算。这里在确定隶属函数时，往往具有更大的近似性和主观性。同时，即使如此，考虑事物的模糊性不仅是个很大的进步和提高，而且在有些情况下是必不可免的。

建筑工程的概、预算本身就是一个不确切的数学，带有模糊性。因为，建筑工地的一砖一瓦、一个铁钉、一寸木料

等都是无法认真算清的，俗话说：建筑工地遍地是黄金。不管是工、料或是造价都只能是个大概的数学。就综合评价一个建筑工程的好坏或一个建筑设计方案的优劣也都带有模糊性的色彩，既是这样，那么建筑工程的许多方面，就可以应用模糊数学的方法把人们的思维和运用经验的过程，用数学的形式科学地具体表现出来。本书从应用角度介绍和讨论与建筑工程有关的基本知识。本书的第一章和第二章简要地介绍了模糊数学的基本概念和有关应用的基本理论。第三章、第四章和第五章介绍了模糊数学在建筑工程中的应用并附有工程实例。这里为适应建筑工程招标快速报价的需要，着重介绍了招标投标标底快速估算的新方法，通过许多工程实测的检验（快速估算的结果与工程竣工决算相比）精度较高，可达95%以上，而估算所用的时间极少；手算，最多二个小时，熟练了半个小时足够。若用电子计算机代替手算，那就更快，只要几分钟就可以出结果。为建筑施工企业投标竞争取胜赢得了时间，也为设计部门作设计方案的技术经济比较争得了速度。为电子计算机的应用开辟了新路。该方法应邀先后在北京、上海、南京、武汉、重庆、昆明、杭州、南昌、沙市等十多个城市的讲学中均受到广大听众的热烈欢迎和好评。1986年10月被中国建筑统筹管理研究会评为优秀论文。

本书是在全国各地数十次讲学调研的基础上，逐步充实整理并参阅了国内外有关文献、书籍编著而成。在各地的讲学活动中广大听众颇感兴趣，纷纷要求能尽快整理成册，为满足这一要求，本人花了不少时间写出这本小册子供广大读者参考。为了使此书较为完善，还介绍了模糊数学在土建工程管理中的其他应用，如评标中的应用，当成本不是评标的唯

一标准时，评标过程被认为在很大程度上取决于经验判断。特提出了评标的三个主要标准：成本、标书中提供的投标人情况、投标人以往施工经历。以及模糊综合评判和统筹方法上的应用，以上均有示例作了说明。

模糊数学虽然在自然科学及社会科学领域内都有广阔的发展前景，但它正处于发展当中，一些应用问题才初见成效或开始进行探索，需要继续完善。本人由于水平有限，同时也才开始进行探索，必然有不够完善之处，亟待读者予以批评指正和完善。

全书由中国建筑学会建筑统筹管理研究会副理事长、清华大学土木系施工教研室主任卢谦教授统一审校并提出修改意见。本书在编著过程中得到卢谦教授、湖北工业大学建工系原系主任、湖北省土木建筑学会常务理事黄仕成教授、江西工业大学土建系系主任杨德品教授、土建系党总支书刘子廷副教授和土建系副主任史震古副教授以及中国建筑学会建筑统筹管理研究会理事、江西建筑统筹管理研究会秘书长李国襄高级工程师等的关怀和大力支持，同时还参考了国内有关资料，在这里一并表示诚挚的感谢。

王祯显

1987年9月于南昌

第一章 模糊数学概论

§1-1 什么是模糊数学

模糊数学是用数学方法研究和处理具有“模糊性”现象的数学。这里所谓的模糊性，主要是指客观事物差异的中间过渡中的“不分明性”，这在日常生活中比比皆是，如模糊词：在“早晨”、“上午”、“中午”、“傍晚”、“晚上”之间，“白天”和“晚上”之间，“过去”、“现在”、“将来”之间，“春”、“夏”、“秋”、“冬”之间都无法进行精确的划分。

在人的思维控制和语言中，许多概念都是模糊的东西。当我们拿起一只杯子时，究竟用多大的力气，并不需要精确地计算，我们可以根据触觉和视觉等感觉，经几次反馈和调整，就能以恰如其份的力量握住杯子，既不会因用力过猛而捏碎杯子，也不会因用力太小而使杯子落地。有时候，清晰的东西也会产生模糊信息。如男子和女子本来是可以明确划分的，可是留长发、穿花衬衫的男青年，却提供了模糊信息。

人们的所谓“经验”，往往也是模糊的东西。例如，要确定一炉钢水是否已经炼好，除了要知道钢水温度、成分比例和冶炼时间等精确信息外，还要注意钢水颜色、沸腾情况等模糊信息。要对这样的过程进行控制，很难采用目前通行

的自动控制方法，因此，往往还是由熟练工人凭借经验来操纵。

语言也有模糊性。例如，“我要吃糖”这句话的含义是明确的。然而在日常生活中我们同样能理解下列含意不够明确的语言“我要糖”、“要吃糖”，甚至“我我我要吃糖”、“糖糖糖”等模糊语言的含义，最后两句可分别看作出自口吃者和孩子之口。还有“高个子与矮个子”、“清洁和污染”、“美与丑”、“冷与热”等等都难以明确划定界限。

那么，该怎样来综合和处理模糊信息呢？这就要寻找一种新工具——一种表现和加工模糊信息的数学工具，它就是模糊数学。模糊数学在精确的经典与充满了模糊性的现实世界之间，架起了一座桥梁。

§1-2　模糊数学与经典数学的关系

在模糊数学的理论研究中有两大支柱，其一是模糊数学的概念，它是普通集合论的推广也就是把{0,1}两点上取值的特征函数推广到可在[0,1]闭区间上取任意值的隶属函数，这是具有深远意义的。第二点就是分解定理和扩张原则，也就是从方法论的角度上来看，任何模糊数学的定理中通过分解定理化为普通集合论的问题来处理，而扩张原则又是把普通集合论的方法扩张到模糊数学中去。因此，从概念上来说模糊数学是经典数学的推广和发展，但从方法上来说模糊数学又是使用传统的普通集合论的方法，可见，模糊数学和经典数学之间有着难解难分的密切关系。因此，决不能把模糊数学和传统数学分割开来，当然也不能完全用传统数学的要求来看待模糊数学，这里面存在着辩证的关系。

如果说，在过去的科学发展中，人们能够回避模糊性而运用经典数学，那末，在今天的科学发展中，人们就再也无法回避模糊性了，必须寻找到一套研究和处理模糊性的数学方法，这就是模糊数学产生的历史必然性。

模糊数学不是让数学变成模模糊糊的东西，而是要让数学进入模糊现象这个禁区。但是，也不能把“模糊”两字看成纯粹消极的贬义词。过分的精确反倒模糊，适当地模糊反而精确。在许多控制过程中以及人脑对模糊事物进行识别和判决，模糊的手段常常可以达到精确的目的。如前面谈到的控制一炉钢水是否炼好；又比如找人，只知被找的人是一个大胡子，高个子，并不需要问此人的身高究竟是一点几几米，也并不需要问此人脸上究竟有多少根胡须以及每根胡须平均有多粗多长。在人脑中，大胡子，高个子都是模糊特征，按每个人对这些特征的隶属程度的高低进行筛选，便可以很快地从大庭广众中之找到所要找的人。

§1-3 模糊数学与电子计算机的关系

模糊数学诞生于1965年，从它诞生的那天起，便和电子计算机的发展息息相关，相辅相成。可以这样说：没有电子计算机，便没有模糊数学。另一方面，若没有模糊数学，电子计算机的应用也会大大受到限制。因为利用模糊数学构造数学模型，来编制计算机程序，可以更广泛、更深入地模拟人的思维，从而提高电子计算机的“智力”。

目前，电子计算机发展的主要障碍就在于：现在的数学无法全部、真实地反映人脑的思维活动。人脑的大量思维都具有模糊性，而现有的数学对此却无能为力。将人们思维和

语言建立起数学模型来编制程序，就可以使计算机“灵活”起来，以便对付难以予测的各种复杂环境。熟悉计算机的人，在调试程序时，都会为计算机的严格、死板感到不便。为什么呢？就是因为我们在编制程序时使用的是形式语言。形式语言无论是ALGOL、FORTRAN、BASIC、LOBOL等都是教条式的八股文，对于格式的要求特别严格，这是因为计算机是一种机械，它不会象人那样，对语言的理解具有很大的灵活性，计算机科学面临的重要任务之一，是要让计算机更进一步地模拟人脑思维，就是所谓提高计算机的“智能”，使它能像人一样，能及时地应付复杂多变的环境，去参与更多的社会事物使其进一步代替人们部分脑力劳动。但要达到这个目的，单纯依靠形式语言是不行的。因为无法用它来表达、描述人的模糊化的语言概念。就拿最简单的人脑指挥手调电视为例，要求把图像调得更清晰一些，这是对于小孩子都轻而易举办到的事（如图1-1），但对于计算机说来却是一个大难题了。从这个角度来说，计算机的“智力”还不如一个三、四岁的小孩呢！这是为什么呢？因为“稍稍旋转旋扭”和“B比A更清晰吗？”都是自然语言，是计算机所不能理解的语言。因此，要使计算机理解这些的关键是让一部分自然语言直接进入程序，即在形式语言中渗入一些自然语言。自然语言的特点就是它

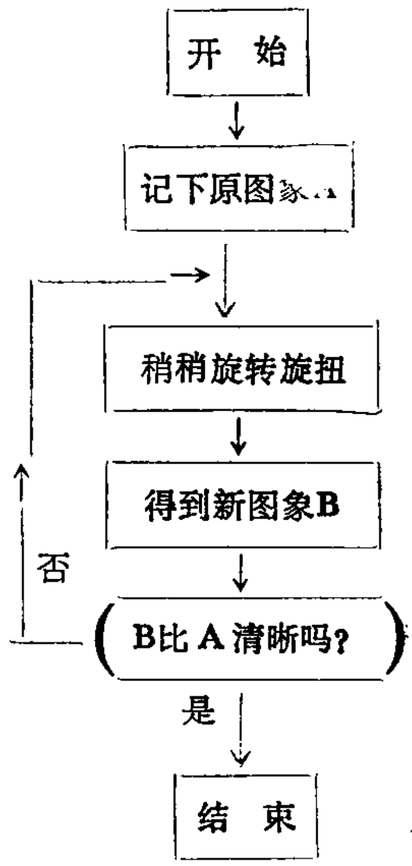

图 1-1

具有模糊性，带有糊模性的语言，也就是模糊语言，而未来的算法语言就是这样的。目前已经配制成功的FSTDS系统语言，就具有一定模糊性的形式语言。

§1-4 模糊数学的发展

尽管事物的各种表现或内在属性有其确定性，但是，由于观测手段和科研水平所限，在科学发展的一定阶段上人们对这些属性的认识常带有模糊性，为了描述并分析自然界及人类社会中的各种模糊事物，人们就要探索能表现事物模糊性的新的数学工具。

1965年，美国自动控制专家，加里福尼亚大学教授查德(L.A.Zadeh)，他在第一篇论文“模糊集合”(Fuzzysets)中，引入了“隶属函数”这个概念，来描述差异的中间过渡，它是精确性对模糊性的一种逼近，因而他首次成功地运用了数学方法描述模糊概念，这是一个开创性的有意义的工作。从此就产生了模糊数学。模糊数学的诞生距现在仅有二十几年的历史，在我国只有十来年的时间，但由于有较强大的生命力和渗透力，所以发展十分迅速，其应用的涉及面较为广泛，几乎遍及理、工、农、医以及社会科学的各个领域。

人类认识世界从模糊发展到精确，从心中无数到心中有数，这是一个飞跃；而今为了分析和处理模糊现象，又突破了精确数学的框架，产生了模糊数学。模糊——精确——模糊，这并不是倒退，而是螺旋式的上升，它标志着人类认识世界的能力，又提高到了一个新的高度。

第二章　应用前的准备知识

§2-1　普通集合

集合论是现代数学的基础。具有某种特定属性的对象的全体，叫做集合。例如地球上的全部建筑、建筑物的各个组成部分、太阳系的行星、某个班级的学生、某本书里的所有字、某张桌子上的所有物品等等都是集合。每个集合里通常都包含有若干个体。集合里所含有的个体，称为集合中的元素（简称为元）。例如，地球是太阳系行星集合中的一个元素，墨水、茶杯、书、台灯……等，都是“桌上物品”这一集合中的元素，分部分项工程就是“单位建筑工程”这一集合中的元素。同一集合中的元素都具有某种共同的性质，人们就是根据这种性质，来判断某一讨论范围内的事物是否属于该集合。

客观事物，浩如烟海，千头万绪。但是我们在考虑一个具体问题时，总是把议题局限在某一个范围内。例如需讨论“男子”这一概念，不必去考虑那些风马牛不相及的事物，不必去考察一块石头或一片云霞，我们可以把自己的议题首先限制在“人”这样一个范围内，把所有的人作为讨论对象，然后再在其中区分性别。被讨论的全体对象叫做论域，又称全域或全集合，有时也称空间。论域常以大写的英文字母U，V，……，X，Y，……等表示。论域中的每个对象，

统一叫做元素，以相应的小写字母u，v，……，x，y……等表示。

给定论域U，U中某一部分元素的全体叫做U上的一个集合，常用大写字母A、B、……等表示。从U中任意指定一个元素u及任意一个集合A，在u与A之间，要么u属于A（记作$u \in A$），要么不属于A（记作$u \notin A$），二者必居且仅居其一，这是普通集合论中最起码的要求。

集合的表示方法有三种。把一个集合的元素全部列出，并用花括号括起的方法，叫做列举法，例如：

中国的省市＝{北京，天津，上海，武汉，重庆，四川，湖北，江西，江苏、浙江、昆明，……}

单位建筑工程＝{基础工程，砌筑工程，屋面工程，地面工程，装饰工程，吊装工程，……}

如果一个集合中有许多元素，或者有无限多个元素，用列举法就不行了，这时可用定义法来代替，所谓定义法，就是用构成集合的定义来表示集合，也就是用集合中元素的共性来描述集合，例如，对于集合$A=\{1, 3, 5, 7, 9\}$，我们可定义A为小于10的奇数，于是A便可表示为：

$$A=\{x | x \text{为奇数}, x<10\}$$

花括号中的x代表构成集合的各元素，一竖的右边表示构成这一集合的定义，也即x所具备的特性。这一竖有时也可用冒号代替，如

$$A=\{x: x\text{为奇数}, x<10\}$$

除了列举法与定义法之外，一个集合还可以用特征函数χ来表示，χ为希腊字母，读作“喜”，特征函数χ可表示x是否属于集合A：若$x \in A$，则$\chi_A(x)=1$；若$x \notin A$，则$\chi_A(x)=0$。对U的子集A而言，由

$$\chi_A(x)=\begin{cases}1(x\in A)\\0(x\notin A)\end{cases}$$

所定义的函数 $\chi_A(x)$ 称为A的特征函数。

通过各元素的特征函数与集合{0，1}中的各元素一一对应，就能清楚地勾划出一个集合。例如，一个工人小组共有六人，记作 x_1，x_2，x_3，x_4，x_5，x_6，在这一论域中，“技工”与“辅工”集合可分别表示为：

$$技工=0/x_1+1/x_2+0/x_3+1/x_4+1/x_5+1/x_6$$

$$辅工=1/x_1+0/x_2+1/x_3+0/x_4+0/x_5+0/x_6$$

这里值得注意的是：式中的加号并非相加，仅借用表示列举，每项分式也并不表示相除，分母表示元素的名称，分子为该元素对应的特征函数值。

某工学院={机械系、土建系、电机系、化工系、食品系}

土建系={工民建专业、建筑学专业、水工专业、给排水专业}

工民建专业={工民建83级、工民建84级、工民建85级、工民建86级}

工民建83级={工民建83-1班、工民建83-2班、工民建83-3班}

显然，某工学院集合包含了土建系集合，也包含了工民建专业集合和工民建83级集合等，因为后者的元素全部都能在“某工学院”集合中找到。如果B集合的元素全部都能在A集合中找到，B集合便称为A集合的子集合(简称子集)，可用符号记为：

$$B\subset A$$

集合B作为集合A的子集的充分必要条件是：如果在B

中任取一元素 x，此元素必定同时属于集合A。如以符号"$\forall_x$"表示"任意每一个 x"，则上述条件可以表示为：

若 $\forall_x \in B$ 都有 $x \in A$，则 $B \subset A$。

$B \subset A$也可写作$A \supset B$，读作A包含B，或B被A包含。

一个集合不是另一个集合的子集时，可用符号$\not\subset$表示，例如：$C \not\subset D$，$B \not\subset D$。

§2-2 模糊子集及其运算

以上介绍了建立集合的概念。如果我们对周围的一切细加考察的话，就不难发现，上述集合的概念，还不能概括所有的事物。因为集合论中，一事物要么属于集合，要么就不属于，这里没有模棱两可的情况。然而在现实生活中，却充满了模糊事物、模糊概念。

我们知道，在思维中每一个概念都有一定的外延与内涵。所谓外延就是指适合于那个概念的一切对象。符合某个概念的那些对象的全体，叫做该概念的外延。所有的人组成"人"这个概念的外延。外延，实际上就是一个集合。人脑中概念的形成，实际上总要涉及到集合论。我们在说到某个概念的外延时，总离不开一定的论域。而概念的内涵则是外延包括的一切对象具有的本质属性。外延限定了概念的内涵：凡人所共有而非人便不具有的特性，便是"人"这一概念的本质属性。这样，内涵就是集合的定义，外延则是组成该集合的所有元素。

在人们的思维中，有着许多模糊的概念。语言是思维的外壳，在语言中有许多表现模糊概念的词，例如：年轻、暖和、胖、响、粉红、明亮、现在、傍晚……等等。对于这些模糊