

高等学校教学参考书

理论力学解题指南

张智明 郭新凯 译 赵展岳 校

(上)

吉林人民出版社

高等学校教学参考书
理论力学解题指南
(上)

张智明 郭新凯 译

赵展岳 校

*

吉林人民出版社出版

吉林省新华书店发行

通辽教育印刷厂印刷

*

850×1168毫米 32开本 17 1/8印张 2插页 410,000字

1982年12月第1版 1982年12月第1次印刷

印数：1—12,340册

书号：13091·132 定价：1.85元

目 录

译者前言	(1)
原书再版序言	(2)
绪 言	(4)

第一篇 刚体静力学

第一章 平面力系	(12)
§ 1 汇交力系	(12)
1° 汇交力系作用下的刚体平衡	(12)
2° 三非平行力定理	(23)
3° 投影法	(27)
4° 力对于点的矩, 具有一个固定点的刚体的平衡	(34)
§ 2 任意平面力系, 平行力情况	(38)
1° 存在平面力系时刚体的平衡	(38)
2° 刚体的倾覆	(55)
3° 任意平面力系化为最简单形式	(58)
§ 3 刚体系的平衡	(65)
§ 4 存在摩擦时刚体的平衡	(90)
1° 存在滑动摩擦时刚体的平衡	(90)
2° 存在滚动摩擦时刚体的平衡	(113)
3° 存在柔体摩擦时刚体的平衡	(119)
§ 5 图解静力学和桁架计算法	(124)
1° 任意平面力系的平衡, 连续合成法	(124)
2° 索多边形法在平面力系中的应用	(128)

3° 桁架杆件中应力的计算。节点截割法	(138)
4° 通过作麦克斯韦—克林蒙那图形确定桁架杆件 中的应力	(145)
5° 用截段法确定桁架杆件中的应力	(149)
第二章 空间力系	(163)
§ 1 汇交力系	(163)
§ 2 任意空间力系	(171)
1° 力对于点的矩。力对于轴的矩。空间力偶理论	(171)
2° 任意空间力系向一点简化	(181)
3° 任意空间力系化为最简单形式	(199)
§ 3 重心	(213)

第二篇 运动学

第三章 点的运动	(235)
§ 1 点的轨道和点的运动方程	(235)
1° 基本定义	(235)
2° 由笛卡尔坐标系中的运动方程向自然运动方程变换	(249)
§ 2 点的速度和加速度	(253)
第四章 刚体的最简单运动	(287)
§ 1 刚体绕定轴转动	(287)
§ 2 最简单运动的变换	(305)
第五章 点的复合运动	(322)
§ 1 点的绝对运动、牵连运动和相对运动	(322)
§ 2 运动的合成。确定点在相对运动 和绝对运动中的轨道及运动方程	(323)
§ 3 速度的合成。确定点在相对运动、牵连运动和 绝对运动中的速度	(338)

§ 4 加速度的合成·····	(352)
1° 确定点在平移牵连运动及任意牵连运动中的加速度 ···	(352)
2° 点在极坐标和柱坐标中的速度及加速度。点的复合运动的综合题 ·····	(374)
第六章 刚体的平面运动·····	(400)
§ 1 刚体的平面运动方程。平面图形的点的运动方程·····	(400)
1° 确定刚体平面运动方程和平面图形的点的运动方程 ···	(400)
2° 确定平面图形有限转动中心的位置 ·····	(403)
§ 2 平面图形各点的速度·····	(406)
§ 3 本体极迹和空间极迹·····	(432)
§ 4 平面图形各点的加速度·····	(447)
§ 5 速度图和加速度图·····	(477)
§ 6 刚体绕平行轴转动的合成·····	(500)
第七章 刚体绕固定点的转动及刚体绕相交轴转动的合成·····	(514)
§ 1 确定绕固定点转动的刚体各点的速度和加速度·····	(514)
§ 2 绕相交轴转动的合成·····	(524)
附录 I * 国际单位制 (SI) ·····	(537)
附录 II 密歇尔斯基的《理论力学习题集》(18—27 版) 中, 可供读者独立作业的题号一览表·····	(541)

译者前言

本书是根据俄文版《理论力学例题与习题汇编》上卷第二版、下卷第三版译出的。中译本定名为《理论力学解题指南》，仍分两卷出版。上卷内容为静力学、运动学，下卷内容为动力学。

原书编写的意图，是帮助读者学会运用理论力学的原理去独立解决具体的典型习题。本书的习题，取材于著名的 И. В. 密歇尔斯基的理论力学习题集和在苏联流行的其他种习题集，从中选出了各类最典型的习题。

本书的特点是：在每一章节中，首先对有关理论（定律、定理、重要概念）作出简明的叙述，指出求解同一类型的具体问题的方法和技巧，并提出几种不同的解法进行比较。因此，本书特别适合于自学参考之用。最终要达到的目的是要使读者学完本书之后能牢固地掌握住基础理论知识、具有独立解决理论力学各类典型问题的本领。所以本书不是单纯的习题解答，而是一本学习指导书。

本书可供理工科院校的师生做为教学参考书；特别是，适合于我国各类业余大学、电视大学、函授学院的师生及工程技术人员做为教学和自学参考之用。

译文中错误或不当之处，欢迎批评指正。

1981年5月1日于长春

原书再版序言

理论力学的定律和定理虽然为数不多，但却得到了各种不同的、广泛的应用。因此，对从事研究和需要应用理论力学的人来说，最大的困难在于应用理论中的普遍定律去解决具体的问题。

在大量的理论力学书籍中，有关专门帮助读者学会解题的书却少得很。然而，不论是在校的大学生（特别是函授大学和业余大学），还是从事实际工作的工程师、工程技术人员都迫切需要这类的参考书。

本书是作者根据多年来在列宁格勒加里宁工业大学讲授理论力学的教学经验而编写出来的解题指导书。

本着这个意图，在本书中只以笔记的形式给出理论的概述。这时，假定读者手中已有一套理论力学教程。在苏联出版的这一学科的大量教科书中，应当首推Л. Г. Лойцянский和А. И. Лурье的《理论力学教程》（I卷第5版，国立技术出版局，1954年出版；II卷第5版，国立技术出版局，1955年出版）。这套教程确定了在高等工业院校中讲授理论力学的现代风格，并可供按完整的教学大纲学习理论力学的读者使用。其次是С. М. Тарг的《理论力学简明教程》（第三版，物理数学书籍出版局，1963年出版）。该书可供按精简的教学大纲学习理论力学的读者使用。

讲授理论力学的解题方法和技巧的最有成效的途径，不是形式上简化一些规则和方法（往往有系统的指导对此更有所帮助），而是在解题过程中指出如何应用这些规则和方法。因此，指导书中的主要注意力集中在求解具体的问题上。这些习题是为了两个目

的而特意编入的。首先,省得读者对 И.В.Мещерский 的和现今在苏联流行的习题集中的习题进行归纳分类;其次,可使读者在学习本书(或其某些章节)之后具有独立求解各类典型习题的能力。

为了帮助读者主动地学习知识(只有这样的学习才有意义),书中的每一章节都指出了一些同类型习题的解题步骤,然后再详细地分析同类型的习题,并常常对各种不同的解法进行比较和评价。

建议读者根据已学过的知识,在学习本指导书的同时还应独立地做出 И.В.Мещерский 理论力学习题集中的一些相应的习题,从而学会应用所得到的知识。

由于一方面要照顾到系统的学习,另一方面也要照顾到重点选用,故本指导书的篇幅较长。因为各高等院校教材的份量和讲授的顺序不同,所以重点选用乃是应用本书的主要形式。

与第一版相同,本书分上、下两卷出版。上卷的内容是静力学和运动学,下卷是动力学。

上卷里第一章 §1、§2 和第二章,由 М.И.巴契编写;第一章 §3、§4、§5 和第三、四、五、六、七章,由 А.С.凯里宗编写。序言由 Г.Ю.章芮利泽主笔,他还参与了其他章节如第一章 §1、§2、第三章 §1、§2 和第五章 §1—§4 的编写工作,并负责全书的校对。

上卷第二版只改正了文中和图中的个别地方,并没有明显感到有必要进行补充和重新编写。

作者愿意向 Г.М.Валова, О.Е.Король, И.Е.Лившиц, Д.Р.Меркин, Т.В.Путята, Г.Н.Савин, Р.С.Шафаревич 和 В.И.Щелкачев 致以深切的谢意,他们给本书提出了宝贵的意见。

希望读者提出批评意见,帮助完善此书。作者将以感谢的心情考虑这些意见。

Г.Ю.章芮利泽

绪 言

理论力学是研究物体在空间的相对位置随时间变化的科学（机械运动）。它是力学其他分支（弹性力学、材料力学、塑性理论、机械原理、流体力学）及许多工科课程的基础。

理论力学和所有科学一样，它的基础是反映被研究现象主要特点的表象和抽象概念。我们来研究最重要的表象和抽象概念。

力是物客体间机械相互作用的量度。力有大小、方向和作用点，即力是矢量。

在大多数情况下，运动物体的形状和大小并不重要。因此引入质点的概念，质点没有尺度，但有质量（质点惯性的量度）。

所有物体都有某种程度的形变。当这些形变可以忽略时，则可将物体当作绝对刚体（或简称刚体）来研究，即假设物体中任意两点间的距离保持不变。

力学由静力学、运动学和动力学三个分支组成。

理论力学来源于实践，它的发展与技术密切相关。公元前几百年，由于建筑的兴盛产生了静力学。随后，航海、工业、军事及天文学的发展又予以新的推动，结果在十五到十七世纪出现了运动学和动力学。

近代的伟大成就——在技术的各个领域采用自动化、制造人造地球卫星、发射宇宙火箭和星际实验站，促进了理论力学的进一步发展。理论力学是许多天才的学者和出色的工程师积极努力而建立起来的一门科学。

第一篇 刚体静力学

静力学是理论力学中研究力的合成及刚体平衡问题的一个分支。用实验确立的公理是理论力学的基础，这些公理的正确性已被人类许多世纪的实践活动所证实。下面给出基本定义和公理。

如果可以忽略其他物体对质点的作用，则称质点为隔离质点。

公理 1 （惯性原理）隔离质点处于静止状态或作匀速直线运动。

质点的匀速直线运动是惯性运动。质点和刚体的平衡状态不仅是静止状态，同时也包括惯性运动。刚体有各种形式的惯性运动。

公理 2 如果刚体在两个力的作用下处于平衡状态，则此二力必须大小相等、方向相反且在一条公共作用线上（图 1）。

该二力称为平衡力。一般来说，如果刚体受力系的作用处于平衡状态，则称该力系为平衡力系。

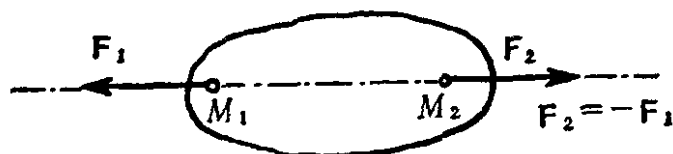


图 1

公理 3 加上或去掉一个平衡力系，刚体的状态*不改变。

推论 将力沿其作用线移至刚体的任一点，刚体的状态不改变。

* “状态”一词意味着运动状态或静止状态。

如果用一个力系代替另一个力系时，刚体的状态不改变，则称此二力系为等效力系。

与力系等效的力称为合力。

公理 4 作用于一点的两个力的合力仍作用于该点，其大小等于以二力为两邻边的平行四边形的对角线长，并沿对角线方向（图 2）。

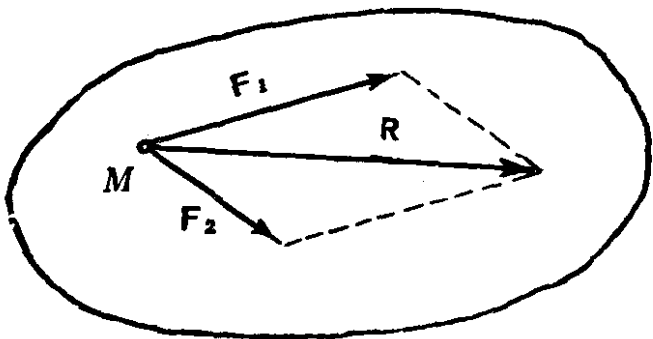


图 2

合力的大小

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos(\widehat{\vec{F}_1, \vec{F}_2})}.$$

公理 5 （作用与反作用相等原理）质点 A 作用于质点 B 的力与质点 B 作用于质点 A 的力大小相等、方向相反，并在同一作用线上（图 3），即 $\mathbf{F}_B = -\mathbf{F}_A^*$

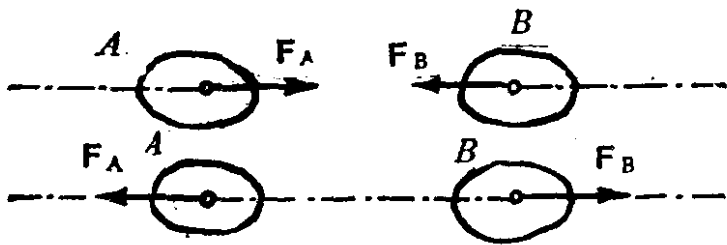


图 3

应当注意，作用是作用于质点 B 的力，反作用是作用于质点 A 的力，此二力作用在不同的质点上，所以它们不是平衡力。

* 表示矢量的字母在书中用黑体字排版。

公理 6 (固化原理) 非刚性物体固化时, 其平衡状态不变。

这里不要忘记, 刚体平衡的必要和充分条件对相应的非刚性物体只是必要的条件, 但却不是充分的条件。例如, 绝对刚杆在大小相等、方向沿刚杆的两个相向力或相背力(即压力或拉力)的作用下, 可处于平衡状态, 但与刚杆相对应的细线却只能在两个相背力的作用下, 处于平衡状态。在两个相向力的作用下, 细线便皱在一起。

如果刚体的运动不受任何限制, 则称其为自由刚体。在绝大多数的工程技术问题中只遇到非自由刚体。

如果刚体由于受到约束而使其运动限制在某些方向上, 则称其为非自由刚体。例如, 对于用细线吊起的灯泡, 细线是约束; 对于放在桌上的书, 桌子是约束; 对于立在墙上的梯子, 地和墙是约束; 对于在台球桌上滚动的球, 桌面和桌帮是约束。

描述约束对刚体作用的力称为约束反作用力。如果认为刚体作用在约束上的力是作用力, 则约束反作用力即为反作用力。这里, 作用力作用在约束上, 约束反作用力则作用在刚体上。

可将所有作用在刚体上的力分为两类: 主动力和约束反作用力*。这时, 除约束反作用力外, 所有的力都认为是主动力。因此, 不是约束反作用力的某一未知力同样是主动力。

公理 7 (解除约束原理) 设想去掉约束, 用相应的约束反作用力代替约束的作用, 则可将非自由刚体当作自由刚体来研究。

这个公理允许我们将适用于自由刚体的平衡条件应用到非自由刚体上。这时应去掉加在刚体上的约束, 用相应的约束反作用力来代替约束。然后将非自由刚体的平衡问题当作自由刚体在主

* 有时主动力也称为给定力, 而反作用力又称为被动力。

动力和约束反作用力作用下的平衡问题来研究。

解刚体平衡习题时，如有可能，应立即指出约束反作用力的方向，然后在解题过程中再确定约束反作用力的大小。为了便于确定约束反作用力的方向，应当仔细地熟悉下面列举的例题。

1. 如果刚体与理想光滑表面接触（无摩擦），则表面反作用力的方向沿过接触点表面的法线方向，即垂直于该点的切面（图4）。这种反作用力称为法向反作用力。

例如，如果梯子与理想光滑的墙和地接触（图5），则墙和地的反作用力 R_A 和 R_B 分别地垂直于墙和地。

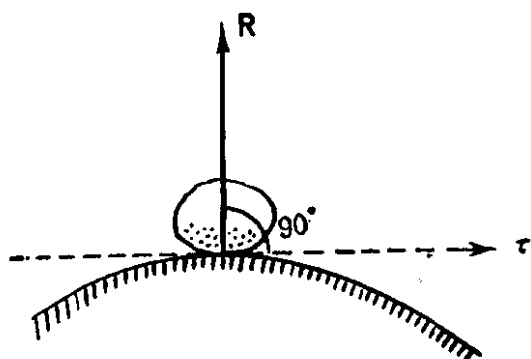


图4

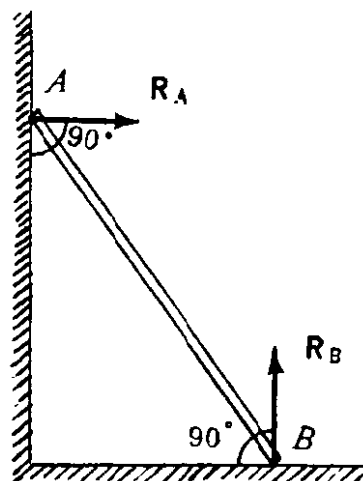


图5

2. 如果刚体与二面角的棱在A点接触（图6a），则确定A点约束反作用力的方向时应采用转换法，即设想二面角与刚体接触

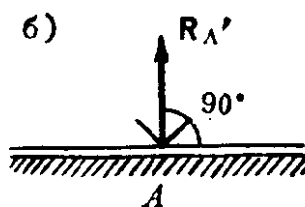
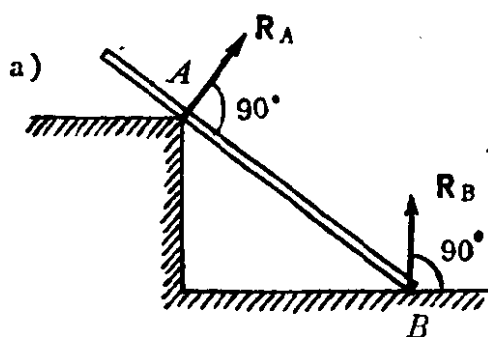


图6

(图6 6)，刚体是二面角的约束。这时该题便归结为前面研究过的情况1，即刚体的支点反作用力 $\mathbf{R}_A'$ 沿相应的法线方向。再返回原题，确定出所求的反作用力 $\mathbf{R}_A$ 的方向与 $\mathbf{R}_A'$ 的方向相反（根据作用与反作用相等原理 $\mathbf{R}_A' = -\mathbf{R}_A$ ）。

3. 如果刚体的突缘与角接触（例如，梯子与地的突起部分接触），则类似的约束应当作为双重约束来考察：角 A （图7）阻碍刚体沿水平线向左移动以及沿竖直线向下移动。因此支点反作用力的两个分力 $\mathbf{R}_{1A}$ 和 $\mathbf{R}_{2A}$ 应指向相反方向：第一个分力 $\mathbf{R}_{1A}$ 向右，第二个分力 $\mathbf{R}_{2A}$ 向上（在类似的情况中，常常错误地认为反作用力 $\mathbf{R}_A$ 沿 AB 方向）。

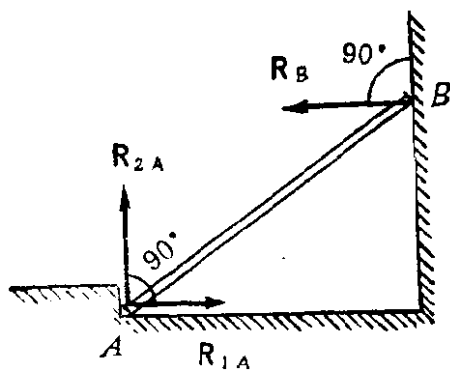


图 7

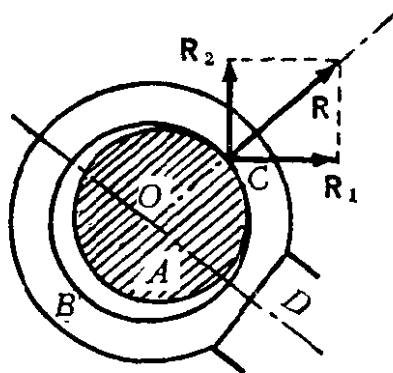


图 8

4. 固定轴 A 与套在轴上并和刚体 D 固定在一起的套管 B 的总体称为柱铰链（图8）。这里，刚体可绕轴转动。在套管与轴的接触点 C 产生支点反作用力，该力沿 A, B 两物体光滑接触面的法线方向。因事先不知轴 A 与套管 B 接触点 C 的位置，所以不能立即指出反作用力 $\mathbf{R}$ 的方向。解题时，用两个相互垂直的分力 $\mathbf{R}_1$ 和 $\mathbf{R}_2$ 代替反作用力 $\mathbf{R}$ 。在解题过程中确定 $\mathbf{R}_1$ 和 $\mathbf{R}_2$ ，然后得出反作用力 $\mathbf{R}$ 的大小和方向。由图容易看出，可以将反作用力按任意两个方向分解，例如，分解为 $\mathbf{R}_1$ 和 $\mathbf{R}_2$ 或者分解为 $\mathbf{R}_3$ 和 $\mathbf{R}_4$ （图9）等等。

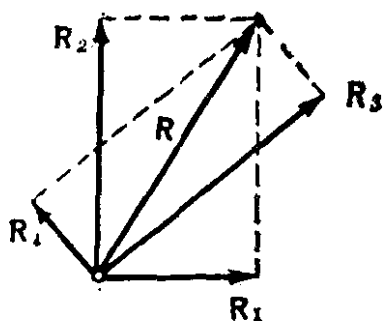


图 9

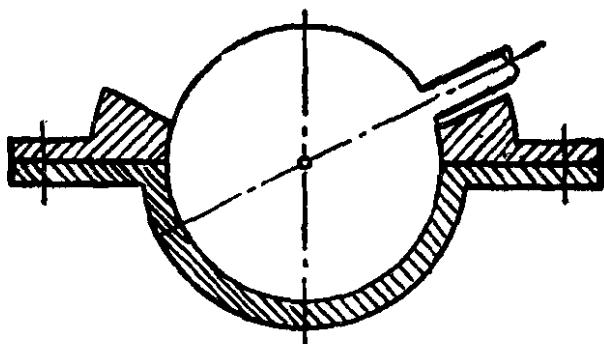


图10

5. 在球铰链（图 10）情况下，同样不能预先指出接触点的位置，因而也就不能预先指出反作用力 $\mathbf{R}$ 的方向。解题时，用三个相互垂直的分量 $\mathbf{R}_1$ 、 $\mathbf{R}_2$ 和 $\mathbf{R}_3$ （图11）代替反作用力 $\mathbf{R}$ 。

6. 如果向刚体施加柔软约束（线、缆绳、绳索、链等），则反作用力作用在刚体与柔软约束的固结点上，其方向沿柔软约束（图12）。

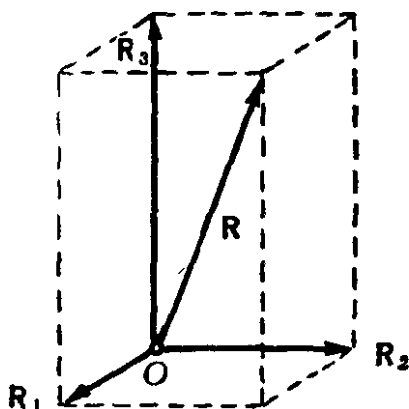


图11

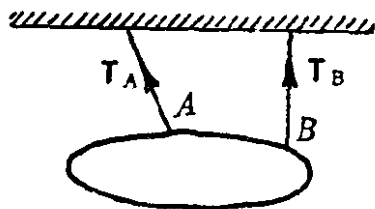


图12

7. 绝对刚杆的两端与构件铰连。如果刚体在作用于其两端的力的作用下处于平衡状态，那末，忽略刚杆的重量，铰链反作用力应沿刚杆方向。

的确，如果在刚杆的两个端点，即在铰链上，都作用着一些来自其他构件的力，则力合成后，在每个铰链上只作用一个力。

结果杆在作用于其两端的两个力的作用下处于平衡状态。根据公理 2，该二力大小相等、方向相反并在一条作用线上，即沿杆的方向。这时杆承受拉力 $\mathbf{F}_1$ 和 $\mathbf{F}_1'$ （图13a）或承受压力 $\mathbf{F}_2$ 和 $\mathbf{F}_2'$ （图13 6），并且 $\mathbf{F}_1' = -\mathbf{F}_1$ 及 $\mathbf{F}_2' = -\mathbf{F}_2$ 。如果杆承受拉力，则根据作用和反作用原理，作用在两个铰链上的杆的反作用力 $\mathbf{T}_1$ 和 $\mathbf{T}_1'$ 相向地沿着杆的方向（图13a）。如果杆承受压力，则作用在两个铰链上的杆的反作用力 $\mathbf{S}_1$ 和 $\mathbf{S}_1'$ 相背地沿着杆的方向（图13 6）。因此

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{T}_1 \text{ 及 } \mathbf{F}_1' = -\mathbf{T}_1'$$

（图13a），同样

$$\mathbf{F}_2 = -\mathbf{S}_2 \text{ 及 } \mathbf{F}_2' = -\mathbf{S}_2'$$

（图13 6）。因为 $\mathbf{F}_1' = -\mathbf{F}_1$ 及 $\mathbf{F}_2' = -\mathbf{F}_2$ ，则得

$$\mathbf{T}_1' = -\mathbf{T}_1 \text{ 及 } \mathbf{S}_2' = -\mathbf{S}_2$$

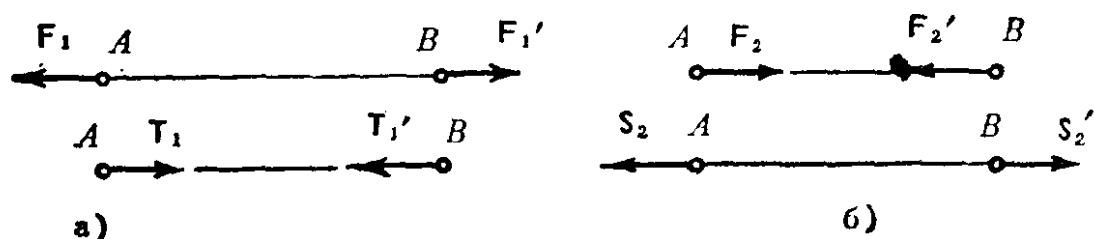


图13

第一章 平面力系

§1 汇交力系

1°. 汇交力系作用下的刚体平衡。作用线汇交于一点的力系称为汇交力系。将所有的力沿其作用线移至该点后，得到作用于一点的等效力系。

作用于一点的力系的合力 $\mathbf{R}$ 仍作用于同一点，并且用以各分力为边的力多边形的闭合边表示，即合力 $\mathbf{R}$ 等于各分力的矢量和：

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \cdots + \mathbf{F}_n = \sum_{k=1}^n \mathbf{F}_k \quad (1^*)$$

作矢量和时（图14），应使等于 $\mathbf{F}_2$ 的矢量 $\mathbf{F}_2'$ 接在第一个矢量 $\mathbf{F}_1$ 的末端。使等于 $\mathbf{F}_3$ 的矢量 $\mathbf{F}_3'$ 接在第二个矢量 $\mathbf{F}_2'$ 的末端，余此

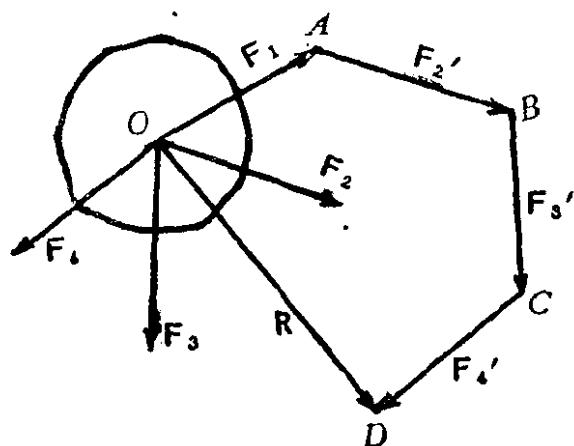


图14

类推。矢量和 $\mathbf{R}$ 是闭合矢量，其始端是第一个矢量 $\mathbf{F}_1$ 的始端，而末端则是最后一个矢量的末端。如果矢量表示力，则在图上对四个分力所作的多边形 $OABCD$ 称为力多边形，其闭合边 OD 即为合力 $\mathbf{R}$ 。