

清华

经济学系列教材

经济控制论

动态经济系统分析方法与应用

张金水 著



清华大学出版社

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

清华经济学系列教材



中财 B0114810

经济控制论—— 动态经济系统分析方法与应用

张金水 著

1D310/26

中央财经大学图书馆藏

登录号 476327

分类号 F 224.1/58

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

本书共分 5 章。第 1 章、第 2 章介绍离散时间与连续时间动态系统运动分析与稳定性分析。第 3 章介绍动态系统能控性、极点配置与鲁棒调节基本知识。第 4 章、第 5 章介绍动态系统最优控制的欧拉方程与庞得里亚金极大值原理。本书最重要的特点是各章穿插大量实用的例证,如:人口预测、市场调节与价格波动、经济最优增长、产出结构优化、双头垄断竞争对策、生态平衡、可再生与不可再生资源最优利用、最优货币政策与财政政策设计、经济波动周期分析等。书后有习题及参考答案。阅读本书仅须高等数学与线性代数基础知识。

本书可作为大学本科生、硕士研究生经济管理专业及相关专业的教材,也可供实际工作者学习、参考。

图书在版编目(CIP)数据

经济控制论:动态经济系统分析方法与应用/张金水著. —北京:清华大学出版社,1999

清华大学经济学系列教材

ISBN 7-302-03741-8

I. 经… II. 张… III. ①经济控制论-高等学校-教材②经济系统:动态系统-系统分析-高等学校-教材 IV. F224.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 50137 号

出 版 者: 清华大学出版社(北京清华大学学研楼,邮编 100084)

<http://www.tsinghua.edu.cn>

责任编辑:魏荣桥

印 刷 者: 清华大学印刷厂

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 787×960 1/16 印张: 18.25 字数: 405 千字

版 次: 1999 年 12 月第 1 版 1999 年 12 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-03741-8/F·239

印 数: 0001~3000

定 价: 20.00 元

出版序言

我们这套《清华经济学系列教材》崇尚 20 世纪两位清华人的名言：一是杨振宁先生，他推崇“秋水文章不染尘”；另一位是陈岱孙先生，他主张“经济学是致用之学”。

“秋水文章不染尘”是指理论直达宇宙奥秘的穿透力。经济学应该是简单的，但这里所谓的“简单”绝不是“一、二、三、四”式地罗列现象，而是对复杂的经济现象进行抽象思辩之后所给出的简洁的框架。这种框架应该对现实生活中人的行为与经济关系定位、定量，滤掉各种杂质，排除各种噪音，让人在宁静的理论思维中延伸自己的视线。

但理论的抽象有时也会蒸发掉实质内容。因此，经济学应该永远与生活、实践的活水源相连，从实际经济生活的争辩与对策中提炼出人类思维能力尚能解决的问题。这种问题并不等于具体的决策问题，而是可能为许多“特解”提供“通解”的一般性问题。作为“致用之学”的经济学，就应该在经济生活的活水头吸取源泉，经过理论蒸发，奉献给人民以甜美的精神纯净水。

人类在 20 世纪经历过空前的危机与革命，在体制设计与改革、博弈与合作过程中做出了超越前人的努力与尝试。我们目睹过若干种理论的诞生与衰败，也亲身经历过若干种体制之间的变更与进化。世纪之交，汇集在我们面前的既有人类知识累积起来的巨大的创造潜力，又有人类相互行为关系所带来的自身的深刻的不确定性与危机。我们希望，这一套系列教材既能反映我们对 20 世纪经济学理论成果的认知水平，更能记录我们在新世纪里迎接挑战时所作出的努力。

在中国经济学的发展过程中，清华园既贡献了一代宗师陈岱孙，又留下了英年早逝的徐毓楠先生的传世译文《通论》。先贤的光明，改革开放大潮中清华学子的辉煌，是我们写作这套系列教材的强大精神动力。面对新世纪的清华学子，我们应当有所贡献。当然，我们深知自己的不足，正因如此，我们应当更加努力。

愿我们这套系列教材与清华经济学科发展同步，与中国的经济学前进同步，与祖国经济繁荣同步，与新世纪的希望同步。

《清华经济学系列教材》编委会

1999 年 国庆

清华经济学系列教材编辑委员会成员

李子奈 魏 杰 张金水 陈章武
吴 栋 华如兴 武康平 宁向东
平新乔 刘玲玲 韩秀云 李明志
钟笑寒 齐良书

前 言

1988年5月6日至8日全国高等院校经济控制论研讨会在河南省郑州举行。这次研讨会是在国家教委支持下,由中国数量经济学会和国家经济信息中心委托高等院校数量经济学会和河南财经学院联合召开的。参加这次研讨会的有来自全国高校和科研部门的37个单位的代表,据大会不完全统计,全国当时已有40多个高等院校开设《经济控制论》课程。

参加这次大会的有中国科学院学部委员,我国控制理论创始人之一,上海交通大学张仲俊教授,他作了题为:“从系统工程到经济控制论”的演讲。张仲俊教授全面地回顾了经济控制论的诞生和发展。从维纳创立控制论谈起,并结合我国国情,展望了经济控制论的发展方向。

中国数量经济学会名誉理事长、国家经济信息中心总经济师乌家培研究员以及中国数量经济学会理事长、中国社会科学院数量经济与技术经济研究所所长张守一研究员出席了会议,并就经济控制论的教学、学科建设、教材建设等与到会代表进行了热烈讨论。

会后,分别由张仲俊教授及乌家培教授主持编写以控制理论为主线和以经济理论为主线的两种风格的经济控制论教材。

回顾在这十多年中,经济控制论的学科发展的特点,作者认为有如下几个特点:1. 在国际上高水平的经济学专著与教材中应用越来越多的是控制理论概念与方法。在国际重要学术期刊发表的文章中,动态经济系统分析与优化的论文占有的比例只增不减。2. 随着我国近几年教育水平不断提高,特别是经管人才素质越来越高。一些硕士研究生、特别是博士研究生及科研人员在他们科研工作中深感动态经济系统分析与优化的知识的重要性。经济管理高层次人才对经济控制论知识的需求呈上升趋势。3. 经济控制论在宏观财政政策、货币政策设计、人口最优控制、生态平衡、可再生与不可再生资源最优利用、环境保护、国民经济可持续最优增长轨道计算等方面应用不断深入,并取得许多重要成果。

经济控制论的教学与科研也还存在如下一些问题:

1. 经济控制论是难度很大的一门学科。深入掌握并到达融会贯通的程度要花较长时间。有些教师在经济控制论教学中避难就易,仅教给学生一些肤浅的知识,使学生认为经济控制论是一门不实用的课程。

2. 经济控制论在我国应用成功的案例还太少。经济控制论在我国经济管理实践中应用最成功的案例首先由著名科学家宋健、于景元、朱广田等人提出的中国人口最优控制模型。其后,还有一些经济学家在国民经济最优积累率、国民经济增长最优税收政策设计、可再生及不可再生资源最优利用、环境保护等方面发表一些论文,但总体上说,影响较大的实用成功案例还太少。这方面有待于经管人才素质的进一步普遍提高。

3. 国内外尚缺乏一本介绍经济控制论基本知识,高层次数量经济与管理人才必修的具有影响力的教材。目前在国外动态经济系统分析与优化的知识常常在如下一些课程或教材中出现:《经济数学》、《动态经济系统分析与控制》、《数理经济学》、《动态优化——变分法与最优控制在经济学与管理中应用》等。《经济控制论》这一名称最早由东欧经济学家兰格等人提出,其后得到了我国数量经济界的普遍认可。但由于经济学科的特点,经济控制论课程的内容与体系在国内外尚缺乏统一认识。

鉴于以上认识,本书作者认为:

1. 本书所介绍的连续时间与离散时间系统分析与优化的知识是高层次数量经济与管理人才所必备的基础知识,由这些知识所构成的《经济控制论》课程应是他们的必修课程。

2. 《经济控制论》课程特征应是以控制理论为主线,介绍控制理论的概念与方法在经济学与管理中的应用。而以经济学为主线的经济控制论应该就是经济学本身,也就是说,经济学课程或教材发展的主要特征就是越来越加强在叙述经济学知识的过程中应用控制理论的概念与方法。

在上述认识的基础上结合多年教学经验编著了本书。

本书共5章。第1章与第2章介绍离散时间系统与连续时间系统运动分析与稳定性分析。主要讨论线性离散时间动态系统的Z变换方法与连续时间动态系统的拉普拉斯变换方法。通过学习这两章的知识,进一步深入理解其它类型动态系统,如:非线性动态系统、随机性动态系统、模糊参数动态系统等必备知识。第3章介绍动态经济系统的能控性、极点配置、鲁棒调节等基本概念及其在市场调节与经济政策设计中的应用。第4章与第5章介绍离散时间及连续时间动态系统的优化与决策。动态经济系统最优控制是十分难以掌握的知识,本书尽量避免数学公式的反复推导,而是从具体的最速降线谈起,尽快掌握动态系统最优控制的庞德里亚金极大值原理。本书的一个最重要的特点就是大量列举经济控制论在人口预测、经济波动周期分析、经济最优增长、生态平衡、市场价格波动及均衡价格计算、宏观经济财政政策与货币政策设计、可再生与不可再生资源最优利用等方面应用例子。在作者十余年教学过程中体会到,应用实例教学对提高学习兴趣与动力能起到很好的作用。

书后配备一定数量的练习题。这些习题数量虽然不多,但独立完成也不是一件容易的事。在参考答案中给出了每一道题的详细解答。如果不看参考答案能把题都做对应属于高水平。如果有些题目做不出来,可先看一下参考答案,然后过一段时间再独立做练习,这时能正确解答应属较高水平。

本书大部分内容曾作为清华大学经管学院本科生、研究生的《经济控制论》课程讲授多遍。作者在十年前曾出版过两本经济控制论教材:《确定性动态经济系统经济控制论》和《广义系统经济控制论》。以上两本教材曾被若干兄弟院校引作教材或参考书。作者现在所撰写的本教材虽然吸取了上述两本教材的部分内容,但也增加了许多新内容。从写作特点上来看,上述两本教材中所介绍的控制理论基本知识相对较全面与深入,而本书侧重于实际应用,对在实际工作中有重要应用的动态系统最优控制的内容做了加强。读懂本书内容只须高

等数学与线性代数中基础知识。有些应用例子的阅读要用到微观经济学、宏观经济学基础知识。

郝凤玲同志与张研同志阅读并撰写了书中部分内容,提出了一些修改意见,帮助绘制一些插图。张海山先生、张淑贞总会计师以及林铿佛与蔡依金女士对书中一些内容的构思给予启发性的帮助,谨致谢意。

书中的错误或不当之处在所难免,敬请读者提出宝贵意见,以便再版时更正。

张金水

目 录

导论	1
第 1 章 离散时间动态经济系统运动分析	8
1.1 离散时间函数及 Z 变换	8
1.2 离散时间系统运动分析	14
1.2.1 菲波纳奇级数与兔口模型	17
1.2.2 中国人口预测模型	19
1.2.3 宏观经济乘数加速数模型及经济波动周期分析	26
1.2.4 列昂惕夫动态投入产出模型及其在经济增长率、产出结构等 计算中的应用	31
1.2.5 市场占有率模型	35
1.2.6 生态平衡模型	39
1.3 离散时间系统的稳定性分析	44
1.3.1 单品种商品市场价格变化的蛛网模型	49
1.3.2 带预期心理的蛛网模型	51
1.3.3 双头垄断竞争对策系统的稳定性分析	53
第 2 章 连续时间动态经济系统运动分析	59
2.1 连续时间函数及拉普拉斯变换	59
2.2 连续时间系统运动分析	63
2.3 连续时间系统稳定性分析	67
2.3.1 寻找最大利润的定价策略及其稳定性分析	73
2.3.2 多品种商品市场价格变化的稳定性分析	76
2.3.3 通货膨胀、通货紧缩及宏观经济系统稳定性的状态平面分析法	79
2.4 连续时间系统与离散时间系统相互联系	90
2.4.1 离散时间系统特征根分析 ——中国国民生产总值增长率与波动周期的时间序列分析法	92
2.4.2 连续时间系统特征根分析与离散时间系统特征根分析一般规律	95
第 3 章 动态经济系统的调节与控制	99
3.1 经济系统受控变量的目标跟踪	99
3.2 线性系统能控性及逼近目标的可能性	100
3.3 线性动态系统的极点配置与系统逼近目标的速度和起伏	104

3.3.1 在萨缪尔森、汉森模型中用极点配置方法设计宏观经济政策·····	109
3.4 线性系统鲁棒调节器和鲁棒经济策略·····	116
3.4.1 干扰和目标值为常向量时的鲁棒调节系统·····	116
3.4.2 干扰和目标值为指数函数时的鲁棒调节系统·····	119
3.4.3 干扰和目标值为周期函数时的鲁棒调节系统·····	124
3.4.4 季节性需求下的生产、库存、销售鲁棒调节系统·····	129
3.5 IS-LM 曲线及宏观货币政策、财政政策设计·····	132
3.6 亚当·斯密“看不见的手”与鲁棒调节器的关系·····	152
第4章 连续时间动态经济系统优化与决策·····	156
4.1 从最速降线谈起——不动边界极值问题及欧拉方程·····	157
4.2 续谈最速降线问题——可动边界极值问题与横截条件·····	164
4.3 等周问题——最优轨线有约束的极值问题·····	170
4.4 动态系统最优控制——古典变分及欧拉方程在控制输入无约束极值 问题中的应用·····	175
4.5 控制输入有约束的动态系统最优控制——庞得里亚金极大值原理·····	182
4.5.1 集权控制计划经济与分权控制市场调节的关系·····	184
4.6 庞得里亚金极大值原理的经济学解释·····	187
4.7 最短时间控制问题——“砰、砰”控制·····	192
4.8 最小能量控制问题·····	196
4.9 格林定理与资源最优利用的快车道——最优市场广告支出问题·····	198
4.10 可再生资源的最优利用——生物种群的最优捕获问题·····	205
4.11 不可再生资源的最优利用·····	208
4.12 国民经济最优增长单部门模型与快车道定理·····	213
第5章 离散时间动态经济系统优化与决策·····	223
5.1 离散时间动态系统极大值原理·····	223
5.2 宏观经济系统协调发展时的最优税收政策设计原理·····	228
5.3 线性多部门模型平衡增长与最优增长的“快车道”定理·····	236
5.4 用线性多部门模型计算发展中国家追赶发达国家的最优途径 ——国民经济产出结构、增长率及工资率增长率的计算·····	250
附录 经济系统的数学方程表示与框图表示·····	258
习题·····	261
习题参考答案·····	267
参考文献·····	281

导 论

经济控制论的定义

在许多文献中有各种各样关于“经济学”、“控制论”、“控制理论”等的定义。关于“经济控制论”的定义不同知识背景的人会有不同的见解。如下两种定义是可以为较多人接受的。

定义 1:经济控制论是控制理论概念和方法在经济学中的各种应用。

定义 2:经济控制论是应用控制理论概念与方法来描述的经济学。

上述定义 1 强调以控制理论为主线来描述控制理论知识如何应用于经济学科。本书就是按这种风格来撰写。定义 2 强调以经济学为主线。在描述经济学知识过程中该用到什么样的控制理论知识,便去采用相应的控制理论知识。按定义 2 来撰写的经济控制论专著或教材,其书名往往不叫《经济控制论》。比如一本书名叫《高级宏观经济学》的书,该书可能一开始便建立了非线性动态经济系统模型,并采用最优控制理论及庞得里亚金极大值原理来分析系统运动与策略设计。因此这本《高级宏观经济学》就是一本应用控制理论概念与方法来描述的经济学。从目前国际上已出版的高水平经济学教材与专著来看,有应用越来越多的控制理论概念与方法的趋势。显然,一个读者如果缺乏控制理论基础知识,直接去读按定义 2 风格撰写的著作,将会遇到许多困难。因此,一个人要想成为与国际接轨并达到国际某些领域前沿的经济学理论与实践工作者,务必要深入掌握控制理论的概念与方法。但是,目前书店里出售的介绍控制理论的书,绝大部分属于工程控制理论的范畴。在工程控制理论的著作中,大量列举了如电子元件组成的电网络系统、力学控制系统、炉温控制系统等等。这些例子经济学工作者没兴趣,又看不懂。因此以定义 1 为风格的经济控制论教材或专著则是非常必要的,它是任何一个高水平数量经济工作者所必须深入掌握的基本知识。

简要地说,《控制论》是一门带有哲学高度的学科,它探讨改造自然界与人类社会的思想与方法。《控制理论》相对范围要窄一些。它侧重于研究方法与技术。《控制理论》又可分为《经济控制论》、《社会控制论》、《工程控制论》。

经济控制论的基本概念与基本问题

第 1 个基本概念与基本问题:目标的设定。

一个人无论从事什么工作总要达到某种目的。人们有许多小目标,也有许多大目标。比如:社会主义市场经济的目标是什么?回答是:现阶段实现各尽所能、按劳分配的公平境界以及物质较大丰富的有效益境界,未来阶段实现各尽所能、按需分配的共产主义道德境界以及物质极大丰富的有效益境界。再比如,经济学定义为:“利用有限资源、合理安排生产,生产出来的产品在消费者中合理分配,实现人类现阶段与未来阶段的最大满足。”无论资本主义经济学家还是社会主义经济学家都基本上会同意以上定义。在这个定义中指出了经济学的目

标是：“实现人类的最大满足。”社会主义经济学家认为现阶段上述社会主义市场经济的目标的实现便是人类的最大满足。而资本主义经济学家认为按资分配是公平的境界。

当我们给出了目标的文字描述之后，数量经济工作者还要给出目标的定量描述。比如，按劳分配的公平境界怎样定量描述。所谓按劳分配就是说一个人贡献的社会必要劳动时间与其分到的产品中所凝结的社会必要劳动时间相一致。那么怎么计算一个人贡献了多少社会必要劳动时间，以及一种产品中每单位凝结多少社会必要劳动时间呢？这显然是一个非常复杂却又不能不去解决的困难问题。这个问题属于经济学也是经济控制论的范畴，但它超出了本书的范围。本书一般只涉及物质是否极大丰富这一目标。物质是否极大丰富一般用人均国民生产总值来衡量。假如在第 t 年，一个国家人均国民生产总值为 $y(t)$ 元，那么目标 J 是否可以用如下式子来表示呢？

$$\max J = y(t)$$

回答是否定的，因为我们的目标应该是长期可持续经济增长。即：如果第 t 个时间周期国民生产总值为 $y(t)$ ，第 $t + \Delta t$ 个时间周期为 $y(t + \Delta t)$ ， $\dots$ ，那么目标应该是各个时间周期国民生产总值的加权平均和：

$$\begin{aligned}\max J &= A(t) \times y(t) + A(t + \Delta t) \times y(t + \Delta t) + \dots \\ &\quad A(t + n\Delta t) y(t + n\Delta t) + \dots \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} A(t + n\Delta t) \times y(t + n\Delta t)\end{aligned}$$

如果令 $\Delta t \rightarrow 0$ ，则有：

$$\max J = \int_t^{\infty} A(t) y(t) dt$$

以上我们初步分析了如何设定经济建设的目标及如何将它定量化并使之用数学公式来表示。

我们仔细分析一下，发现即使讨论物质极大丰富这一目标的定量化工作也是极其复杂的。比如，在上式目标的数学表示中，权重函数 $A(t)$ 如何选取。从经济学意义上来讲， $A(t)$ 涉及到一个国家在当前幸福与未来幸福之间进行选择的问题。有人或许认为，当前幸福与未来幸福一样重要，那么权重系数 $A(t) = 1$ 就可以了。这样系统目标为：

$$\max J = \int_t^{\infty} y(t) dt$$

这个想法看起来没什么问题，但在实际应用中就可能得出一些荒谬的结论。比如有如下两个关于 $y(t)$ 的历年数值：

$t=0$	$t=1$	$t=2$	$\dots$
$y(0)=1$	$y(1)=0$	$y(2)=10$	
$\tilde{y}(0)=2$	$\tilde{y}(1)=3$	$\tilde{y}(2)=4$	

由于：

$$y(0) + y(1) + y(2) = 11 > \tilde{y}(0) + \tilde{y}(1) + \tilde{y}(2) = 9$$

计算结果表明第 1 种情况 $y(0), y(1), y(2)$ 优于第 2 种情况 $\hat{y}(0), \hat{y}(1), \hat{y}(2)$ 。而实际情况并非这样, 因为 $y(1)=0$ 表明在 $t=1$ 这一个时间周期里人均国民生产总值为零。人均国民生产总值为零意味着人们在这个时间周期无法生存, 因而第 1 种情况不应优于第 2 种情况。

总之, 目标的设定是一件十分复杂的事情, 如何正确设定目标要花较多篇幅, 本书不作深入讨论。

第 2 个基本概念与基本问题: 系统策略变量的选定与数学模型的建立。

当给定目标的定量描述后, 下一步就要确定采用什么手段来达到目标。比如, 我们的目标是人均国民生产总值累积最大, 那么就要研究使国民生产总值增加的因素是什么。用 $Y(t)$ 表示第 t 年国民生产总值。 $Y(t)$ 与投入的资本与劳动力有关。用 $K_1(t)$ 表示交通等基础设施固定资本, 用 $K_2(t)$ 表示厂房、设备等固定资本, 用 $L(t)$ 表示劳动工时, 那么投入的 $K_1(t), K_2(t), L(t)$ 与产出的 $Y(t)$ 有如下因果关系:

$$Y(t) = F(K_1(t), K_2(t), L(t))$$

上式在经济学上叫生产函数。经济学的任务就是要研究上式数学表达式是什么类型的函数。在微观经济学中, 我们知道可以用柯布-道格拉斯类型的生产函数, 或用 CES 类型的生产函数, 等等。如果用柯布-道格拉斯类型的生产函数, 那么上式具体形式为:

$$Y(t) = AK_1(t)^a K_2(t)^b L(t)^{1-a-b}$$

其中, A, a, b 为参数, 它的大小可以由实际数据来确定。

固定资本 $K_1(t)$ 与 $K_2(t)$ 的增加可引起 $Y(t)$ 的增加, 那么 $K_1(t)$ 与 $K_2(t)$ 的增加又由其它什么变量来确定呢? 它们由固定资本投资来决定。用 $I_1(t)$ 表示基础设施固定资本投资, $I_2(t)$ 表示厂房、设备等固定资本投资, 那么投资量 $I_1(t)$ 与 $I_2(t)$ 与固定资本增加有如下因果关系:

$$\begin{aligned} \text{第 } t+1 \text{ 年固定资本 } K_1(t+1) = & \text{第 } t \text{ 年固定资本 } K_1(t) - \text{第 } t \text{ 年固定资本折旧 } \delta_1 \\ & \times K_1(t) + \text{第 } t \text{ 年固定资本投资 } I_1(t) \end{aligned}$$

其中, δ_1 为折旧率。上式即为:

$$K_1(t+1) = K_1(t) - \delta_1 K_1(t) + I_1(t)$$

类似地有:

$$K_2(t+1) = K_2(t) - \delta_2 K_2(t) + I_2(t)$$

下面再进一步分析: 投资 $I_1(t)$ 与 $I_2(t)$ 的钱从哪里来呢? 在没有外债的封闭型经济中, 投资的钱只能从 $Y(t)$ 中来。设 $Y(t)$ 中有一固定比例 $100 \times d\%$ ($d < 1$) 用于消费, 余下用于投资。即:

$$I_1(t) + I_2(t) = d \times Y(t)$$

再设就业人口为常数:

$$L(t) = \text{常数 } L$$

那么我们的问题是如何分配 $dY(t)$ 给 $I_1(t)$ 与 $I_2(t)$ 能使人均国民生产总值累积额最大。

假如 $I_1(t)$ 分到的份额为 $100 \times \sigma(t) \%$, 即:

$$I_1(t) = \sigma(t) \times d \times Y(t)$$

那么策略变量便是 $\sigma(t)$, 即各个时间周期 $\sigma(t)$ 应等于多少, 才能使人均国民生产总值 $y(t) = Y(t)/L$ 累积量最大。以上我们便认为构造出从策略变量到目标变量之间的因果关系链, 我们把这种具有因果关系的事物称为“系统”。把以上数学关系式称为系统的数学模型。

我们把以上目标及系统数学方程式集中写在一起:

目标:
$$\max J = \int_t^{\infty} y(t) dt$$

系统方程:
$$Y(t) = AK_1(t)^a K_2(t)^b L(t)^{1-a-b}$$

$$K_1(t+1) = K_1(t) - \delta_1 K_1(t) + I_1(t)$$

$$K_2(t+1) = K_2(t) - \delta_2 K_2(t) + I_2(t)$$

$$I_1(t) + I_2(t) = d \times Y(t)$$

$$L(t) = L$$

$$I_1(t) = \sigma(t) \times dY(t)$$

$$y(t) = Y(t)/L$$

再接下来的工作便是如何去求解上述数学方程了。当求出 $\sigma(t)$ 的解答后, 我们就明确了如何去分配资金分别投资于基础设施建设和厂房、设备方面的建设。当然, 目标设定的不同解答也会有不同。

在上述数学模型中, 我们称 $\sigma(t)$ 为系统的策略变量或控制输入变量, 经济学中称之为外生变量。 $y(t)$ 或 J 称为目标变量或输出变量。 $y(t), Y(t), K_1(t), K_2(t)$ 等经济学中称为内生变量。

要求解上述数学模型并非一件容易的事。一般地说, 当我们依经济学知识构造出数学模型之后, 要判断它属于什么类型的系统, 然后再应用相应的学科知识来求解。比如, 上述系统属于非线性动态离散时间系统。系统的类型有如下几种划分:

- 线性系统与非线性系统
- 静态系统与动态系统
- 连续时间系统与离散时间系统
- 确定性系统与随机性系统
- 精确参数系统与模糊参数系统
- 集中参数系统与分布参数系统
- 实数域上系统与环上系统, 或有限域上系统及格上系统

.....

如果给出静态线性系统, 它的最优化问题属于“线性规划”学科知识, 静态非线性系统的优化问题属于“非线性规划”学科知识。以上我们所举的例子非线性动态离散时间系统的优化问题, 它可以用本书介绍的庞得里亚金极大值原理来求解。如果所涉及到的经济变量为随

机变量,那么相应就会得到随机性系统。由于现实的经济变量基本上都是随机变量,因此随机性动态经济系统基本知识是非常重要的。如果我们把许多著名经济学家的知识与经验收集起来,构造出一个专家系统,那么便会涉及到数理逻辑与布尔代数的知识,由于布尔代数是格的运算,因此所建立的系统可以看作格上系统。总之,以上我们列举了经济系统的一些类型。其中随机性动态系统、模糊参数系统、环上系统、有限域上系统、格上系统、分布参数系统等都不在本书讨论范围。经济控制论是涉及面很广的一个学科。在上述各种类型的系统中,线性动态离散时间系统与线性动态连续时间系统是最基本、最常用的两种类型系统。本书着重介绍这两种类型系统的运动分析。

第3个基本概念与基本问题:系统的分析。

当给出系统的数学模型后,就要探讨在某种策略输入之下,系统各变量的变化过程。简单地说,就是在确定输入变量的变化后,去求解系统方程。系统分析包括运动分析与稳定性分析。所谓运动分析就是探讨解的存在性或解的数学表达式。一旦求出解的数学表达式,便就确定了各变量变化规律。所谓系统稳定性分析就是探讨各变量变化趋势。一般地说,如果某个变量无休止上下起伏变化,则称之为不稳定,如果该变量的变化逐渐趋于平衡,则称之为渐近稳定。

例如,在上述模型中,如果参数值为: $\sigma(t)=0.4, A=1, a=0.4, b=0.3, L=1, \delta_1=\delta_2=0.1, d=0.7$,那么模型可记为:

$$\begin{aligned} Y(t) &= K_1(t)^{0.4} K_2(t)^{0.3} \\ K_1(t+1) &= 0.9K_1(t) + I_1(t) \\ K_2(t+1) &= 0.9K_2(t) + I_2(t) \\ I_1(t) + I_2(t) &= 0.7Y(t) \\ I_1(t) &= 0.4 \times 0.7 \times Y(t) \\ y(t) &= Y(t) \end{aligned}$$

现在要分析在资金分配策略 $\sigma(t)=0.4$ 情况下,系统运动过程,或各变量变化规律。

从上述方程可得出:

$$\begin{cases} K_1(t+1) = 0.9K_1(t) + 0.28Y(t) \\ K_2(t+1) = 0.9K_2(t) + 0.42Y(t) \end{cases}$$

或:

$$\begin{cases} K_1(t+1) = 0.9K_1(t) + 0.28 K_1(t)^{0.4} K_2(t)^{0.3} \\ K_2(t+1) = 0.9K_2(t) + 0.42 K_1(t)^{0.4} K_2(t)^{0.3} \end{cases}$$

以上我们得到了二阶离散时间非线性动态系统。它的求解是较为困难的,现在我们来分析变量 $K_1(t)$ 与 $K_2(t)$ 的运动过程。

考虑图 0.1,先考虑曲线 φ_1 :

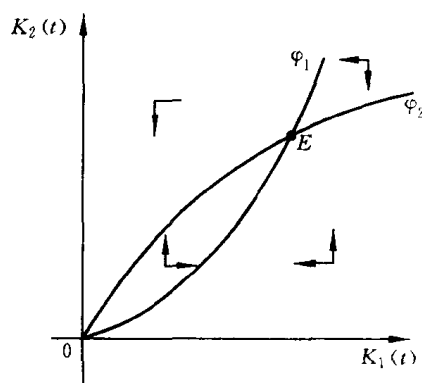


图 0.1 系统运动分析与稳定性分析

$$\varphi_1: K_1(t) = 0.9K_1(t) + 0.28K_1(t)^{0.4}K_2(t)^{0.3}$$

$$\text{或: } 0.1K_1^{0.6} = 0.28K_2^{0.3}$$

$$\text{或: } 0.03232K_1^2 = K_2$$

显然, 曲线 φ_1 在 $K_1(t)-K_2(t)$ 状态平面上为向上弯曲的曲线。在 φ_1 右边的点应成立:

$$K_1(t) > 0.9K_1(t) + 0.28 K_1(t)^{0.4}K_2(t)^{0.3}$$

上式右边即为 $K_1(t+1)$, 因此当系统状态 $[K_1(t), K_2(t)]$ 处于 φ_1 右边时, 成立:

$$K_1(t) > K_1(t+1)$$

即 $K_1(t)$ 有下降的趋势。我们用箭头表示出这种运动趋势。类似地, 可以看出当系统状态处于 φ_1 左边时, $K_1(t)$ 有上升之趋势。

再考虑图 0.1 中曲线 φ_2 :

$$\varphi_2: K_2(t) = 0.9K_2(t) + 0.42 K_1(t)^{0.4}K_2(t)^{0.3}$$

$$\text{或: } 0.1K_2(t)^{0.7} = 0.42 K_1(t)^{0.4}$$

显然, φ_2 是向下弯曲的曲线。当系统状态处于 φ_2 上方时, 成立:

$$K_2(t) > 0.9 K_2(t) + 0.42 K_1(t)^{0.4} K_2(t)^{0.3} = K_2(t+1)$$

因而 $K_2(t)$ 有变小之趋势。

当系统状态处于 φ_2 下方时, 成立:

$$K_2(t) < 0.9 K_2(t) + 0.42 K_1(t)^{0.4} K_2(t)^{0.3} = K_2(t+1)$$

因而 $K_2(t)$ 有变大之趋势。

图 0.1 给出了系统状态 $K_1(t)$ 与 $K_2(t)$ 运动之趋势。从图中不难看出:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [K_1(t), K_2(t)] \text{ 到达 } E \text{ 点}$$

图中 E 点称为系统平衡点, 在 E 处 $K_1(t)$ 与 $K_2(t)$ 值由下式计算:

$$\begin{cases} K_1(t) = 0.9 K_1(t) + 0.28 K_1(t)^{0.4} K_2(t)^{0.3} \\ K_2(t) = 0.9 K_2(t) + 0.42 K_1(t)^{0.4} K_2(t)^{0.3} \end{cases}$$

由上式求出:

$$\begin{cases} K_1(t) = 46.410689 \\ K_2(t) = 69.616033 \end{cases}$$

从以上计算表明: 当策略变量 $\sigma(t)=0.4$ 时, 成立:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} K_1(t) = 46.410689$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} K_2(t) = 69.616033$$

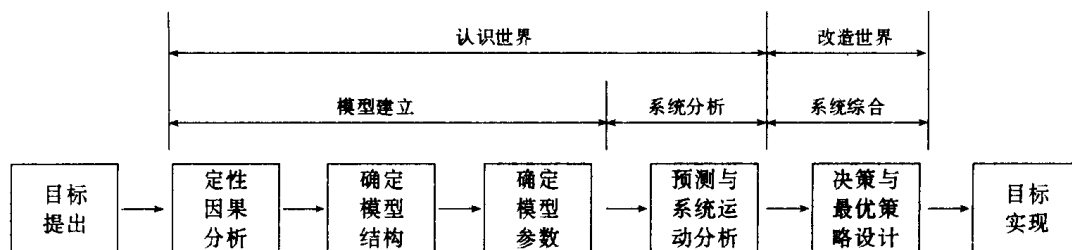
$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = Y(t) = K_1^{0.4} K_2^{0.3} = 16.575246$$

以上我们求出了时间 t 趋于无穷时, 系统状态所到达的位置。但是我们并没有求出 $K_1(t)$ 与 $K_2(t)$ 变化全过程。我们只是求出了系统运动的总趋势, 并认为系统是渐近稳定的。

第 4 个基本问题: 系统的综合与优化决策。

所谓系统的综合就是要寻找最优策略值使系统运动符合人的目标。就上例而言,当 $\sigma(t) = 0.4$ 时,在 $t \rightarrow \infty$ 时, $y(t) = 16.575246$ 。这意味着对应每一个策略值 $\sigma(t)$ ($\sigma(t)$ 为常数的情况),便有一个稳态时的人均国民生产总值 $y(t)$ 与之相对应。那么 $\sigma = ?$ 时可对应最大的 $y(t)$ 呢?有兴趣的读者不难依据以上给出的方法去求解,可以证明当 $\sigma = 0.5714285$ 时,对应的 $y(t)$ 稳态值最大。但应注意到这仅是对应最优稳态值的最优策略。要求出从非稳态到达稳态的最优轨道,要用到庞得里亚金极大值原理等基本理论知识。

以上我们通过一个例子阐述了从目标提出到目标优化的全过程。可以把上述过程总结如下:



我们知道人们的实践活动主要有两个方面,一是认识世界,二是改造世界。模型的建立和系统分析属于认识世界的活动,而系统综合或优化策略设计属于改造世界的活动。

关于经济控制论与数理经济学、微观经济学、宏观经济学、国际贸易经济学、福利经济学、计量经济学各门课程之间关系,这个问题的简要说明可参见本书作者撰写的另一本教材:《数理经济学——理论与应用》中导论的有关部分。这里不再赘述,一般地说,不同知识背景的人对这种问题的见解会很不同。只要深入掌握各门课程知识之后,其间关系便也就清楚了。