

主 编 陈守川  
主 审 田志伟

# 大学物理实验教程

浙江大學出版社

# 大学物理实验教程

主 编 陈守川  
主 审 田志伟

浙江大学出版社

(浙)新登字 10 号

## 内 容 提 要

本教程以《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》为依据,参考了国内外的有关教材,我们除保留了多年来行之有效的物理实验内容外,还新增添了那些物理原理在工程技术中广为应用的和近代技术综合性的实验内容,使学生在实验的基本理论、基本知识、基本技能同时体察到物理学与工程技术的关系,并进一步拓宽视野。

在误差与数据处理中引入了不确定度的应用,还编入了仪器准确度、仪器误差、分度值和鉴别力阈作为附录供学生在用不确定度表示时参考。全书共有 47 只实验,分配合理,编有选做内容,并在一些基本实验中编写了 Abstract 供同学选读。

本书可作为高等工业院校各专业的不同层次的“大学物理实验课程”的教材或教学参考书,也可作为涉及物理学实验的广大科技工作者的参考书。

## 参加编写人员

主 编 陈守川  
成 员 周肇金 傅银生 吴大元 石宝驹  
封 荣 游向东 陈洪山 魏信苗  
刘才明 万荣星 钱水明

## 大学物理实验教程

主 编 陈守川

主 审 田志伟

责任编辑 董德耀

\* \* \*

浙江大学出版社出版

浙江大学出版社电脑排版中心排版

杭州地质印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

\* \* \*

787×1092 16 开 19.5 印张 500 千字

1995 年 1 月第 1 版 1995 年 7 月第 2 次印刷

印数 1001—10000

ISBN 7-308-01358-8/O·175 定价: 16.00 元

# 序

浙江大学物理系编写出版的这本《大学物理实验教程》是以该系为工科各专业历年所用的自编讲义为基础,经富有实验教学经验的多位教师广泛吸取国内外同类教材及有关资料的优点、根据我国《高等工业学校物理实验课程基础要求》,反复讨论、修改、校订、充实而成的。

全书内容丰富翔实、结构紧凑合理。供不同专业及类型学生选择的 47 个实验中,既有保证课程基本训练所必需的内容,又有密切联系生产实际的应用性及设计性的实验;既着眼于打好扎实基础、培养学生科学技术素质,又十分重视围绕经济建设、结合工程技术,随时启迪和引导学生紧跟时代、坚持求实创新,努力掌握新技术、新知识!

科技史上,物理科学常常作为其它学科和生产技术的基础,推动着人类科学技术事业的全面发展。物理实验技术和工程技术更一直是亲密相融相通、难舍难分的。因此,工科物理实验作为工科学生必修的一门重要的基础课,决不是要培养学生只能机械地按“实验步骤”单纯动手腕的那种“动手能力”,而是要使学生能灵活运用自己的知识,用脑认真地设计、协调、指导和监视着实验的全过程以圆满完成实验的预期任务。换句话说,它担当着对学生的一种特殊的用脑动手、智能与技能综合协作训练的使命!通过严格的这种训练,学生不仅学到了一些重要的物理实验方法,还接受了以科学态度处理各种事物的教育、初步锤炼了用脑动手的能力,为自己在未来的工作岗位上不自觉地物理思想、物理方法和物理实验技术、技能及技巧的协助下,创造性地解决工程技术问题提供有利的条件。

再一次细读本书的章章节节,我觉得这确是一本具有不少优点和特色的教材,而且和上述我对物理实验课程的个人构想也较为一致,我认为这是一本有所创新的优秀的高校工科物理实验教科书!

田志伟  
1994. 6. 30

# 前 言

大学物理实验是理工科大学生必修的一门重要基础实验课程,是在大学生进大学后的第一门实践性教学课,是接受严格科学训练的开端,因此大学物理实验教学对大学生辩证唯物观点、基本实验理论、基本实验知识、基本实验技能和理论联系实际能力的培养有着直接的关系。

教材是教学的基本依据。本书是在几十年试用的《物理实验讲义》基础上进行改编而成的。历年来,曾作过多次的修改、充实和排印。这次又按照《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》,进行了全面的修改和补充。增加了不确定度的初步知识,提高了对数据处理和结果表达的要求,充实了由教学基金赞助而开设的新实验,启发同学学习的自觉性和扩大知识面,在实验目的前又加入了有关实验的背景知识和工程技术中的有关应用。因此在这次出版过程中我们对原讲义从绪论到实验内容和插图都作了全面的审查和修改,对书的结构、内容进行了修正、充实和提高,以更符合新的教学要求。

大学物理实验课是一门独立设置的必修课,但又是一门学习物理学的课程,从理论联系实际来学,并拓宽到实验素养的培养和提高,因此我们在编排上还是按物理学学科内容来安排。为了拓宽大学物理实验面和增加综合性内容,我们还编入了“近代技术和综合性实验”。在内容的选编中还考虑物理原理在工程技术中的应用,为了提高实验的起点,又考虑加强基本训练,我们把有些内容作为设计性实验来进行编写,为使本科生在大学学习期间做到微机 and 英语“不断线”的原则,我们在本课程中,遴选出了6个实验,要求学生上机处理实验数据或进行人机对话和进行模拟实验,并选择9个较基本的实验用英文编写了 Abstract 供学生参考学习。

实验教材的编写是在实验室建设基础上进行的,可以说它是一项系统工程,由于实验室的建设,为教材的编写提供了物质条件,而通过教材的编写又揭示了实验的内涵,它们相辅相成,彼此促进,彼此提高。因此实验教材建设反映了集体的智慧和集体的劳动。

参加本书编写、修改的人员有:陈守川(绪论,实验 1、3、4、7、8,电磁学实验预备知识,实验 12、13、16、19、24、28,光学实验预备知识,实验 35、38 和 Abstract)、周肇金(力学实验预备知识(一),实验 2、29、32、40、46、47)、傅银生(实验 14、17、18、25、26、27、41)、吴大元(力学实验预备知识(三),实验 37 和 Abstract)、石宝驹(实验 20、36)、封荣(实验 4、5、6)、游向东(实验 39、42、43、44、45)、陈洪山(实验 30、31、33、34)、魏信苗(实验 15、21、22)、刘才明(力学实验预备知识(二),实验 9、10、11)、万荣星(实验 23)、钱水明(全部插图),最后由陈守川编纂定稿。

在本书付梓之际我们对历年来在实验室建设和讲义编写方面作出辛勤劳动的同志表示由衷的感谢。在修改编写的过程中我们征求了许多实验指导教师和同学的意见,同时也参考了兄弟院校的教材(已列入书后的参考资料),尤其要提出的是 Dr. Yuan Li 特地多次从大洋彼岸寄来美国大学的物理实验教材,给我们许多借鉴,在出书过程中楼风光、张文娟等同志又给予极大帮助。在此我们特一一表示衷心的感谢。并进一步希望使用本书的教师和学生提出宝贵的意见,以便日后重印、再版修订。

期望着在我们耕耘的土地上开花结果。

编 者

1994. 4. 于浙江大学

# 目 录

## 绪论

一、物理实验课程的地位、作用和任务	(1)
二、物理实验的观察和观察的方法	(1)
三、物理量的测量、测量误差和数据处理	(2)
(一)测量和误差的基本知识	(3)
1. 误差的定义和分类	(3)
2. 系统误差	(4)
3. 随机误差及其估算	(5)
4. 直接测量的结果表达和不确定度	(8)
5. 间接测量的结果表达和不确定度的传播	(11)
(二)数据处理的基本方法	(14)
1. 有效数字及其表示	(14)
2. 列表法	(16)
3. 作图法	(16)
附 录	
1. 仪器准确度、仪器误差、分度值和鉴别力阈	(18)
2. 直线的拟合	(24)
3. 实验报告示例	(27)

## 力学实验

力学实验预备知识	(30)
附表 1 长度测量	(36)
附表 2 质量测量	(43)
附表 3 时间和频率测量	(44)
实验 1 单摆	(45)
实验 2 金属丝杨氏弹性模量的测定	(51)
实验 3 抛射体运动的照相法研究	(57)
实验 4 牛顿第二运动定律和动能定理	(66)
实验 5 气轨上简谐振动的研究	(74)
实验 6 转动定律和转动惯量	(77)
实验 7(设计性实验 1) 碰 撞	(81)

## 热学和分子物理实验

实验 8 混合法测量金属的比热	(83)
实验 9 空气密度和气体普适恒量的测定	(87)



实验 10	气体热导率的测量	(95)
实验 11	真空的获得和测量	(102)
附表 4	温度测量	(110)
附表 5	压力测量	(112)

## 电磁学实验

电磁学实验预备知识	(114)	
实验 12	惠斯登电桥	(121)
实验 13	开尔文电桥(双臂电桥)	(125)
实验 14	直流电位差计	(129)
实验 15	用感应法测螺线管的交流磁场	(133)
实验 16	霍尔效应及霍尔法测量磁场	(136)
实验 17	镜式电流计特性研究	(139)
实验 18	冲击电流计应用	(146)
实验 19	模拟法描绘静电场	(149)
实验 20	电子束的聚焦和偏转与电子荷质比的测定	(154)
实验 21	电子示波器的应用	(159)
实验 22	用示波器观察铁磁材料的磁滞回线和基本磁化曲线	(173)
实验 23	铁磁材料居里温度的测定	(177)
实验 24(设计性实验 2)	电表改装和校准	(183)
实验 25(设计性实验 3)	制作万用表	(186)
实验 26(设计性实验 4)	电表校正及其内阻测定—盒式电位差计的应用	(189)
实验 27(设计性实验 5)	伏安法的研究和补偿原理的应用	(194)
实验 28(设计性实验 6)	组装整流器	(196)

## 光学实验

光学实验预备知识	(197)	
实验 29	望远镜与显微镜放大率的测量	(199)
实验 30	分光计的调整和使用	(203)
实验 31	等厚干涉	(211)
实验 32	单缝衍射与双棱镜干涉法测定激光波长	(216)
实验 33	迈克尔逊干涉仪的应用	(219)
实验 34	光的偏振	(224)
实验 35(设计性实验 7)	棱镜偏向角特性和色光折射率的测量	(229)

## 近代技术和综合性实验

实验 36	声速的测定	(232)
实验 37	利用声光效应测量液体中的声速	(236)
实验 38	电涡流原理在位移测量中的应用	(238)
实验 39	利用脉冲激光测定光速	(243)

实验 40	利用光拍法测定光速 .....	(246)
实验 41	光电效应法测定普朗克常量 .....	(252)
实验 42	密立根油滴实验 .....	(256)
实验 43	夫兰克——赫兹实验 .....	(262)
实验 44	电子衍射 .....	(266)
实验 45	利用塞曼效应测定电子荷质比 .....	(272)
实验 46	全息照相 .....	(279)
实验 47	阿贝成像和空间滤波 .....	(287)
附表 6	SI 国际单位制简介 .....	(294)
附表 7	常用基本物理常量 .....	(298)
附表 8	常用物理数据 .....	(299)
<b>参考资料</b>	.....	<b>(302)</b>



# 绪 论

科学实验是科学理论的源泉,是工程技术的基础,作为培养德、智、体全面发展的高级工程技术人才的高等学校,不仅要使学生具备比较深广的理论知识,而且要使学生具有从事科学实验的较强能力,以适应科学技术不断进步和社会主义建设迅速发展的需要。

## 一、物理实验课程的地位、作用和任务

物理实验是对高等学校学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修基础课程,是学生进入大学后受到系统实验方法和实验技能训练的开端,是理工科各类专业学生进行科学实验训练的重要基础。

物理学是一门实验科学。物理实验教学和物理理论教学具有同等重要的地位。它们既有深刻的内在联系和配合,又有各自的任务和作用。

本课程的具体任务是:

1. 通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量,学习物理实验知识,加深对物理学原理的理解。

2. 培养与提高学生的科学实验能力

(1) 能够通过阅读实验教材或资料,作好实验前的准备;

(2) 能够借助教材和仪器说明书正确使用常用仪器;

(3) 能够运用物理学理论对实验现象进行观察和初步分析判断;

(4) 能够正确记录和处理实验数据,绘制曲线,说明实验结果,撰写合格的实验报告;

(5) 能够完成简单的具有设计性内容的实验。

3. 培养与提高学生的科学实验素养

要求学生具有理论联系实际和实事求是的科学作风,严肃认真的工作态度,主动研究的探索精神,以及遵守纪律、团结协作和爱护公共财产的优良品德。

## 二、物理实验的观察和观察的方法

实验需要测量,但首先需要感知,运用实验者的感觉器官对实验现象进行感知和通过测试仪器进行显示。实验的观察是实验过程中内容最丰富、思想最活跃、最具有特色的部份。通过观察由表及里、由此及彼,丰富测量数据的物理内涵。一个较有修养的实验者也是一位具有较敏锐洞察能力的人,他从感觉中去思考又从思考中去分析、去总结、去认识、去发现。

任何事物和规律都是通过相应的现象表现出来的,实验就是通过对这些现象的观察和测量来认识它们的,所以整个实验过程离不开观察。是否重视实验的观察也正是反映实验者的实验素养。观察所得信息越全面、越本质,人们对事物及其规律的认识才越深刻、越正确。

纵观物理学史上充满着激动人心的一系列著名发现的记载,这固然有它历史的必然性和时代背景,但与科学家本人的丰富知识和实验素质,善于继承前人的工作,集中各种有利因素,

艰苦顽强的劳动所分不开。他们有的按着预定的目标一步步地通过实验观察取得重要发现,有的抓住偶然的机遇凭着敏锐的洞察力取得意外的发现,其共同之处在于他们懂得观察并善于观察。一个有设想的实验者和一个无设想的盲目实验者其水平和得益往往是天壤之别。

这里介绍几种常用的观察方法:

### 1. 统观性观察

实验前实验者对实验的目的、要求和实验原理已有了一个初步的了解,对实验进行的程序也已有了一个设想,在实验开始时按这种理性认识将整个实验从头到尾粗略地粗做一遍,统观一下实验的全过程,其目的就是要将已有的理性认识和实际情况迅速地联系起来,使对实验的全貌有一个整体的认识。在这过程中,观察是粗略的,对仪器可暂不作精细的调整,但也知道调整的作用和可能出现的现象,看一看有没有问题,一切正常不正常。这样做既可以使实验者做到心中有数,又可以使实验者解除预习中的某些疑虑,更重要的是使实验者获得整个实验的整体观念。有利于实验者主观能动性的发挥和进一步细致观察与认真测量。

### 2. 变动性观察

运动是物理思维中的又一特点。对象只有在运动中才能充分表现出其种种属性、特征和与其它事物间的相互关系。电场与磁场间的关系就是很明显的一个例子,如果仅仅观察对象的静态表现则认识范围就必定有限,若要扩大认识范围,就必须进行变动性观察,即有意识地改变某个物理量的大小,改变某个实验条件或改变实验的状态,以观察它们对研究对象的影响,从而加深对实验原理、条件的理解,有助于实验者认识到为什么要这样做而不能那样做的道理。

### 3. 对比性观察

如果统观性观察和变动性观察可视为带有一定因果关系的纵向观察,那末对比性观察就可看作为是一种横向观察,即用不同的原理、方法或现象来表现同一物理内容,然后对它们进行比较,实际上它已带有扩展实验内容的含义。例如用单色光观察到干涉图样后,换一个白炽灯观察其干涉现象,然后进行比较。又如自准直法测透镜焦距,又用两次成像法观测透镜焦距,然后对它们的结果进行比较。再如在伏安法测电阻中用电位差计替代伏特计进行观测,其结果将会如何? 并进行比较等等,这种在比较中进行鉴别正是科学实验中常用的观察方法之一。

## 三、物理量的测量、测量误差和数据处理

物理实验的定性观察和定量测定是不可分割的两个方面,为了揭示物理量间的内在数量关系我们一定要运用测量器具对物理量进行测量,在进行测量的时候,总会有误差。这是由于测量器具、测量环境、测量人员、测量方法等不理想,使得测量结果与真值间总会有一定的差异。对同一量测量两次,结果并不一致,这就证明了这一点。随着科学技术的发展,误差可以愈来愈小,但仍然还会有误差。

误差理论是计量科学的重要组成部分。本课程仅仅应用数理统计的一些有关结论和误差理论中的一些思想方法来处理物理实验中的一些问题,使同学们在误差理论的学习中有个良好的开端。

在测量误差学习中主要解决:

- (1)正确分析误差、消减系统误差到最低程度,合理测量、合理记录实验数据;
- (2)正确处理测量数据,以便得到接近于真值的最佳结果;
- (3)合理评价测量结果的误差,写出测量结果的最终表达式;
- (4)在设计性实验中,指导合理选择测量器具、测量方法和测量条件,以便得到最佳的结果。

它贯穿于整个实验之中,希望同学们不断的深入领会,提高实验素养。

## (一)测量和误差的基本知识

测量分直接测量和间接测量两种。

直接测量是直接将被测物理量与选定的同类物理量的标准单位相比较直接得到测量值大小的一种测量。它不必进行任何函数运算。如用米尺测量长度、用量筒测量液体的体积、用等臂天平称衡物质的质量、用电表测量电流强度或电压以及用频率计计时等等的测量皆属直接测量。

间接测量是指经过测量与被测量有函数关系的其它量,再经运算得到测量值大小的一种测量。如:通过测量长度确定矩形面积;通过平动物体的位移和时间的测量确定其平均速度等等的测量则属间接测量。

### 1. 误差的定义和分类

无论那种测量,其测量值与被测量真值之间总是存在着一定的差异。我们定义测量值与被测量真值之差称为测量误差即

$$\text{误差} = \text{测量值} - \text{真值}$$

它不但反映了测量值偏离真值的大小,而且还反映了测量值是比真值大还是比真值小。由于是与真值相比较故又有绝对误差之称,简称误差

被测量的真值是指在一定时间,一定状态下,被测量客观存在的真实大小,它是个理想的概念,它包含:理论真值、公认真值、计量学约定真值和标准器相对真值。但在多数情况下,特别是在研究性的实验中,被测量的真值往往都是未知的,实验的目的就是采用科学的方法测得其“真值”,探索其规律。

误差按其性质可分为:

#### (1)系统误差

是指对同一被测量的在多次测量中,保持恒定或以可预知方式变化的测量误差的分量。引起系统误差的原因可能是已知的,也可能是未知的。系统误差包括已定系统误差和未定系统误差。已定系统误差是指符号和绝对值已经确定的系统误差;未定系统误差是指符号或绝对值未经确定的系统误差。产生系统误差的原因:

①器具误差与调整误差 由于测量器具本身具有的误差所引起的,以及由于测量前未能将测量器具或被测对象调整到正确位置或状态所引起的误差。

②理论误差与方法误差 由于测量理论的近似或由于测量方法的不完善所引起的误差。

③环境误差 由于实际环境条件与规定条件不一致所引起的误差。

④人员误差 由于测量人员主观因素和操作技术所引起的误差。

## (2) 随机误差

在对同一量的多次测量过程中,以不可预知方式变化的测量误差的分量。随机误差不可能修正。随机误差就个体而言是不确定的,但其总体(大量个体的总和)服从一定的统计规律,因此可以用统计方法估算其对测量结果的影响。

## (3) 粗大误差

明显超出规定条件下预期的误差。引起粗大误差的原因:错误读取示值;使用有缺陷的测量器具;测量器具使用不正确或环境的干扰等。粗大误差也称过失误差或粗差。

我们通常用精度反映测量结果中误差大小的程度。误差小的精度高,误差大的精度低。但这里精度却是个笼统的概念,它并不明确表明描写的是哪一类误差。为了使精度具体化,精度又可分为:

(测量)精密性:表示测量结果中随机误差大小的程度。即是指在规定条件下对被测量进行多次测量时,所得结果之间符合的程度。简称为精度。

(测量)正确度:表示测量结果中系统误差大小的程度。它反映了在规定条件下,测量结果中所有系统误差的综合。

(测量)准确度:表示测量结果与被测量的“真值”之间的一致程度。它反映了测量结果中系统误差与随机误差的综合。准确度又称精确度。

以打靶为例子来比较说明。如图 0-1,靶心为射击目标。

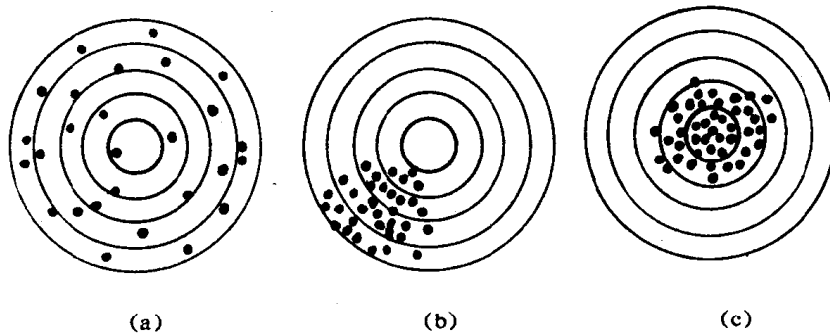


图 0-1

(a)正确度高,精密性低 (b)精密性高,准确度低 (c)精密性、正确度和准确度皆高

## 2. 系统误差

系统误差可分为可定系统误差和未定系统误差。

可定系统误差:顾名思义在同一实验条件下(指所用的实验器具、测量方法、环境条件和实验人员)对同一被测量进行多次测量时,误差的符号与大小总保持不变,或在条件改变时按一定的规律变化。因此,我们只要设法找出其根源,进而探求其规律,就能设法消除它对测量值的影响,或将其影响降低到可以忽略的程度。

未定系统误差:是指符号与绝对值皆为未知的系统误差。例如仪器出厂时的准确度指标是用符号  $\Delta_x$  表示的,它只给出该类仪器误差的极限范围,但实验者使用该仪器时并不知道该仪器的误差的确切大小和正负,只知道该仪器的准确程度不会超过  $\Delta_x$  的极限。所以这种系统

误差通常只能定出它的极限范围,而不能知道它的确切大小和正负,故称其为未定系统误差。

在一个具体的测量过程中,系统误差和随机误差是同时存在的,这对分析和区分各误差分量时带来很大的困难。实验能力的高低,关键是看他能否发现和消除实验中的系统误差,一个饶有经验的实验者必须有能力预见到实验中可能的系统误差,并将其减小到可以忽略的程度,这也正是我们要在平时的实验中不断训练学生从实验器具、实验理论与方法、环境条件和操作技术诸方面去思考分析,不断总结经验,逐步积累有关的知识,从而避免在实验中引入可定系统误差或用修正值进行修正,使在测量结果中可定系统误差减小到最低程度。

由于未定系统误差的符号和绝对值未知,所以无法进行修正,而只能通过分析哪些是对测量值产生影响的因素来估计其极限范围。未定系统误差分量在很大程度上由实验者凭经验来判断。在多数情况下我们只考虑测试仪器的(最大)允许误差。

### 3. 随机误差及其估算

假设在实验中已将系统误差消减到可以忽略的程度,通过等精度测量(即同一测量者,在同一的条件下,用相同的仪器,对被测量进行多次重复测量),由于各种因素的微小变动所引起测量值间微小的不可预测的差异,得一系列的测量值为 $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。我们所关心的是最接近真值的值(称真值的最佳估计值,在计量学上称为测量列的测量结果期望估计值)是多少?又如何对该列测量数据的质量作一个恰当的评价?

(1) 真值的最佳估计值(近真值)——算术平均值、残差

随机误差有一个极其重要的特性:抵偿性,即在一列等精度测量中,由于每次测量值的误差时大时小,时正时负,所以误差的算术平均值,随着测量次数 $n$ 的无限增加而趋于0。根据这一特性,我们可以求得真值的最佳估计值——近真值。

设一系列等精度测量值:

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

则该列测量值的算术平均值为

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (0-1)$$

而各次测量值的(绝对)误差

$$\Delta X_i = x_i - X_0 \quad (0-2)$$

式中 $X_0$ 为被测量的真值, $x_i$ 为第 $i$ 次测量值,对 $n$ 次测量的(绝对)误差求和得

$$\sum_{i=1}^n \Delta X_i = \sum_{i=1}^n x_i - nX_0 \quad (0-3)$$

等式两边各除以 $n$ ,故可得。

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta X_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - X_0 = \bar{X} - X_0 \quad (0-4)$$

当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时,由于随机误差具有抵偿性,所以有 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \Delta X_i \rightarrow 0$ ,由上式得

$$\bar{X} \rightarrow X_0 \quad (0-5)$$

因此在已消除系统误差的前提下,我们就认为多次测量的平均值 $\bar{X}$ 是真值的最佳估计值,即测量列的测量结果的期望估计值。

在实际测量中还常引入残余误差概念,简称残差:即在测量列中的某一个测量值 $x_i$ 和该

测量列的算术平均值  $\bar{X}$  之差

$$u_i = x_i - \bar{X} \quad (0-6)$$

(2) 测量误差的分布特性

实验和理论证明,大多数实验的测量误差集合,具有如图 0-2 的特性

①单峰性:绝对值小的误差出现的概率,比绝对值大的误差出现的概率大。

②对称性:绝对值相等的正负误差出现的概率相同。故从其对称性推论出随机误差的抵偿性,即存在  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum \Delta X_i = 0$

③有界性:在一定测量条件下,误差绝对值不超过一定限度。

(3) 从概率分布来看标准误差

①测量次数  $n \rightarrow \infty$  时

每次测量的误差虽然是随机的无规律的,但在大量的测量之后,其误差的集合,却具有统计规律性,运用概率论的数学方法,可得出误差  $\Delta X$  的概率密度分布可由下列正态分布(又称高斯分布)函数来表达:

$$f(\Delta X) = \frac{1}{\epsilon \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\Delta X^2}{2\epsilon^2}\right) \quad (0-7)$$

式中  $\Delta X = x_i - X_0$

$$X_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum X_i}{n}$$

$$\epsilon = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - X_0)^2}{n}}$$

概率密度分布曲线如图所示。

$\epsilon$  的值等于曲线拐点处横坐标处  $\Delta X$  值的大小,从图中很易看出,它是表征测量值分散性的一个重要参数, $\epsilon$  值小则测量值分散程度小, $\epsilon$  值大则测量值分散程度就大。 $\epsilon$  称为正态分布的标准误差。又称总体标准误差。大多数测量的随机误差多服从此分布,它表示测量值的随机误差在介于  $[\Delta X, \Delta X + d(\Delta X)]$  小区间内的概率为  $f(\Delta X)d(\Delta X)$ ,所以测量值的随机误差在介于  $(a, b)$  区域内的概率便为:

$$p(a < \Delta X < b) = \int_a^b f(\Delta X) d(\Delta X)$$

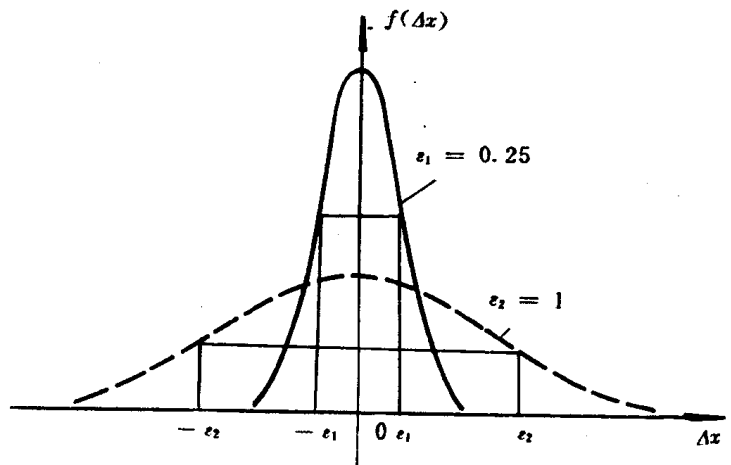


图 0-2

若用曲线来图解概率密度分布函数,我们可以得:

在  $\Delta X \sim f(\Delta X)$  曲线中,曲线的形状与  $\epsilon$  值有关,图中易见  $\epsilon$  值小的曲线较尖锐,而  $\epsilon$  值大的

曲线相对就较平坦。曲线峰较狭而高的说明该组测量值的误差集合中,小误差占优势,测量值的离散性较小,它的重复性好,测量的精密度较高。反之, $e$ 值大,曲线较平坦,该组测量值的离散程度大,测量的精密度就低。所以作为随机测量中概率密度函数特征值的标准误差  $e$ ,其统计意义是比较明确的,目前国内外已普遍采用标准误差  $e$  来评定测量的质量。

标准误差  $e$  的概率含义,在于测量值误差介于  $(-e, +e)$  范围内的测量次数占总次数的:

$$p(-e < \Delta X < +e) = \int_{-e}^{+e} f(\Delta X) d(\Delta X) = 68.3\%$$

从概率密度分布函数的曲线图来看:设曲线下的面积为 1 即 100%,则介于  $(-e, +e)$  间曲线下的面积为 68.3%。

换言之,标准偏差所表示的意义:在一组测量中的任一次测量值落在  $(X_0 - e, X_0 + e)$  区间内的可能性为 68.3%。而用同样方法计算可得介于  $(X_0 - 2e, X_0 + 2e)$  的可能性为 95.5%,介于  $(X_0 - 3e, X_0 + 3e)$  的可能性为 99.7%。显然测量误差绝对值大于  $3e$  的概率仅为 0.3%。因此  $3e$  有极限误差之称。而测量值在相应区间出现的概率,称为测量值在该区间的置信概率又称置信度。因此在上述三个区间的相应的置信度分别为:68.3%、95.5%、99.7%。

大多数实验测量中概率密度分布为正态分布,但应该指出正态分布并不是实验测量中的唯一分布。在这里我们讨论的是随机误差服从正态分布的情况。

### ② 测量次数 $n$ 为有限时

但由于实验中测量次数总是有限的,而对有限的  $n$  次测量的集合,在大学物理实验中,通常在  $5 \leq n \leq 10$ 。按数理论统计理论,等精度的测量列  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的标准偏差(贝塞尔法):

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (0-9)$$

称  $S$  为实验标准偏差,表征对同一被测量作  $n$  次有限测量时,其结果的分散程度。显然当  $n \rightarrow \infty$  时,  $S \rightarrow e$ 。所以,  $S$  值是对  $e$  的一种评定,实验标准偏差也称样本标准偏差简称标准差。

在理论上我们还需引入算术平均值实验标准偏差,简称平均值标准偏差

$$S_x = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n(n-1)}} \quad (0-10)$$

我们可以这样来理解它:若对同一被测量每作有限的  $n$  次测量,则各组的  $\bar{X}_i$  值都略有不同,但  $\bar{X}_i$  也属于正态分布,因此也可用  $\bar{X}_i$  的标准偏差来表征  $\bar{X}_i$  的分散(离散)程度,并用符号  $S_x$  表示以区别于  $X$  的标准差  $S$ 。显然  $\bar{X}_i$  的离散程度要比  $X$  的离散程度小得多。理论上可证明平均值标准偏差  $S_x$  为测量值的标准偏差  $S$  的  $\sqrt{n}$  分之一。 $n$  为测量次数。我们常用平均值标准偏差  $S_x$  来描写算术平均值  $\bar{X}$  的随机误差。在下一节讨论到不确定度时,我们就要用到它。

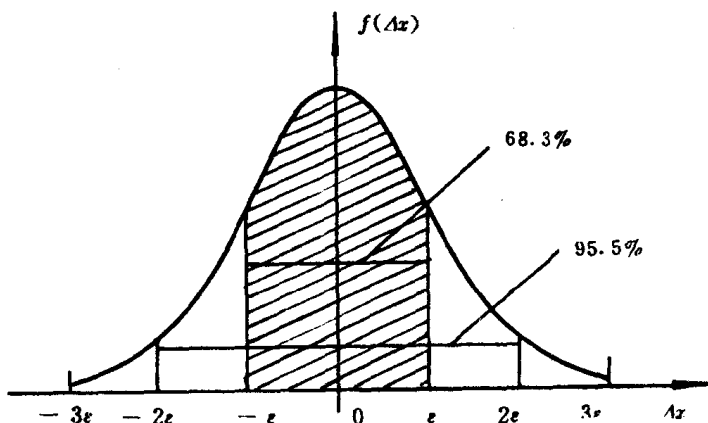


图 0-3



当所用器具的准确度较低时,我们往往引用算术平均偏差来描写测量列的随机误差。

$$\Delta\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{X}|}{n} \quad (0-11)$$

#### 4. 直接测量的结果表达和不确定度

实验测量结果的最终表达式,必须具有①数值,②单位,③所表示数值的可置信程度。上述三项称为结果表达式中的三要素。

设对被测量  $X$ , 进行  $n$  次重复的等精度测量:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$$

则测量结果的最终表达形式:

$$X = \bar{X} \pm U \text{ 单位 } (p = ) \quad (0-12)$$

式中  $\bar{X}$  为测量列的算术平均值视为近真值,即测量列的测量结果期望估计值;  $U$  为总不确定度;  $p$  为被测量的真值或测量值在  $(\bar{X} \pm U)$  范围内的概率,称为置信概率。不确定度可简单理解为与一定置信概率相对应的误差范围。

例如当测量次数  $n \rightarrow \infty$ , 测量数据中不含有系统误差,而只有随机误差,且测量值服从正态分布时,如采用置信概率  $p = 0.683$  (即 68.3%), 则式中  $U = \varepsilon$  即被测量的真值或测量值在  $(\bar{X} \pm \varepsilon)$  区间内存在或出现的概率为 68.3%; 如采用置信概率  $p = 0.955$  (即 95.5%), 则式中  $U = 2\varepsilon$ ; 如采用置信概率  $p = 0.997$  (即 99.7%), 则式中  $U = 3\varepsilon$ , 反之亦然。

测量结果最终表达形式亦可用相对不确定度  $U_r$  给出,其表达形式有:

$$X = \bar{X}(1 \pm U_r) \text{ 单位 } (p = ) \quad (0-13)$$

式中  $U_r$  为相对总不确定度,即总不确定度  $U$  的相对值,按下式计算:

$$U_r = \frac{U}{\bar{X}} \quad (0-14)$$

按计量规范规定,在测量结果的最终表达形式中,若所用置信概率  $p = 0.95$  即采用  $U = 2\varepsilon$  时,不必注明  $p$  值。反之若结果表达式中没有注明置信概率的,一律认为其置信概率  $p = 0.95$ 。显然当测量结果的表达形式采用了不同于 0.95 的其它置信概率时,在结果中均应以括号给出  $p$  值。

如(12)式或(13)式中所表达的那样,是表征被测量的真值在某一个量值范围内的一种数量评定称为不确定度,也就是说不确定度是测量结果中无法修正的部分,它反映了被测量值的真值不能肯定的误差范围的一种评定。

这个不确定度值包含有许多分量,按其数值的评定方法可以归并成两类:A类分量,它可根据测量列结果的统计进行估计,并可用实验标准偏差表征,记作  $\Delta_A$ ; B类分量,它根据经验或其它信息进行估计,并可用假设存在的近似的“标准偏差”表征,记作  $\Delta_B$ 。A类分量和B类分量合成,所得的“标准偏差”称为合成不确定度,记作  $u$ 。当各量彼此独立时,我们可写作:

$$u = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} \quad (0-15)$$

总不确定度  $U$  为合成不确定度  $u$  的倍数,不同倍数对应不同概率。

在大学物理实验中一般测量次数  $n \leq 10$ , 且测量数据多属 Student 分布,简称  $t$  分布,这时

总不确定度  $U$  为合成不确定度  $u$  的  $t_p$  倍数,  $t_p$  值和测量次数  $n$ 、概率  $p$  间有一定关系, 可从表中查得

$$U = t_p \cdot u \quad (0-16)$$

在大学物理实验中, 我们作如下讨论:

(1) 假如测量数据中, 系统误差已经消除, 或已减小到最低程度, 以至可以忽略不计, 且测量仪器又比较准确。这时在等精度测量数列中, 主要存在的是随机误差, 即可用统计方法计算的 A 类分量  $\Delta_A$ , 在此条件下总不确定度  $U$  可记作:

$$U = t_p \cdot u = t_p \cdot \Delta_A = t_p \cdot S_{\bar{x}} \quad (0-17)$$

式中,  $t_p$  为因子,  $S_{\bar{x}}$  为算术平均值的实验标准偏差, 根据它与实验标准偏差 (即样本标准偏差)  $S_x$  间的关系, 上式可写作:

$$U = \left( \frac{t_p}{\sqrt{n}} \right) \cdot S \quad (0-18)$$

在本教程中, 我们令  $\frac{t_p}{\sqrt{n}} = 1$ , 则有:

$$U = S$$

这时直接测量结果的最终表达式为:

$$X = (\bar{X} \pm S) \text{ 单位} \quad (p = ) \quad (0-19)$$

式中,  $\bar{X}$  为测量列的算术平均值, 视为近真值, 即测量列的测量结果的期望估计值。其中  $S =$

$\sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}$  是实验标准偏差, 即样本标准偏差。(可由计算器读出, 有的计算器上用  $S$  表示, 有的用  $\sigma_{n-1}$  表示)。  $p$  为置信概率, 它与分布因子  $t_p$  取值和测量次数  $n$  有关。现取  $t_p = \sqrt{n}$ , 则置信概率  $p$  值与测量次数  $n$  的关系如表 0-1 所示。

表 0-1  $(t_p = \sqrt{n})$

$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	13	15
$p$	0.608	0.775	0.861	0.911	0.942	0.962	0.975	0.983	0.989	0.992	0.996	0.998

表 0-1 在用 (19) 式书写测量结果表达式时经常要用到。它使用的前提是因子  $t_p = \sqrt{n}$ 。

(2) 按计量学要求, 不确定度要用“标准偏差”的形式表示, 因此我们若仍想沿用平均偏差

$\overline{\Delta X} = \frac{\sum |x_i - \bar{X}|}{n}$  的值来表示不确定度  $U$ , 并将确定相应的置信概率, 我们就必须利用平均偏差  $\overline{\Delta X}$  与平均值的标准偏差  $S_{\bar{x}}$  间的关系, 即:

$$\overline{\Delta X} = (\sqrt{n-1} \cdot \sqrt{2/\pi}) \cdot S_{\bar{x}} \quad (0-20)$$

由前面讨论可知, 当仅考虑用统计方法计算 A 类分量时, 总不确定度  $U$ , 可由 (17) 式表示, 即  $U = t_p S_{\bar{x}}$ , 若我们令  $t_p = \sqrt{n-1} \cdot \sqrt{2/\pi}$ , 则  $U = (\sqrt{n-1} \cdot \sqrt{2/\pi}) \cdot S_{\bar{x}} = \overline{\Delta X}$ , 这时测量的最终结果表达式, 我们就可表示为:

$$X = (\bar{X} \pm \overline{\Delta X}) \text{ 单位} \quad (p = ) \quad (0-21)$$

其置信概率  $p$  与测量次数  $n$  间的关系如表 0-2 所示。

表 0-2  $(t_p = \sqrt{n-1} \cdot \sqrt{2/\pi})$

$n$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	15	20
$p$	0.429	0.624	0.739	0.814	0.866	0.902	0.927	0.946	0.960	0.977	0.987	0.990	0.998