高等学校试用教材

电磁场原理

黄礼镇 主编

人民教育出版社

高等学校试用教材

电磁场原理

黄礼镇 主编

人民教育出版社

内容简介

本书是根据一九七七年十一月高等学校工科基础课电工、无线电教材编写会议通过的《电磁场原理》编写大纲编写的。内容也符合一九八〇年六月成都会议拟定的《电磁场》教学大纲。

书中讨论了静电场、恒定电流场、恒定磁场、位场的计算与模拟、时变电磁场和电磁波，并介绍了狭义相对论、磁流体力学和超导等有关电磁场的初步知识。

本书由清华大学主审，并经一九七九年五月在杭州召开的审稿会讨论，和在一九八〇年四月在杭州召开的审稿小组会审定，推荐作为试用教材。本教材可供高等工业学校电力类专业和电子类专业应用，也可供一般电气、无线电和自动控制等方面的工程技术人员参考。

高等学校试用教材
电磁场原理
黄礼镇 主编
*
人民教育出版社出版
新华书店上海发行所发行
上海商务印刷厂印装
*
开本 850×1168 1/32 印张 13 字数 310,000
1980 年 12 月第 1 版 1981 年 6 月第 1 次印刷
印数 00,001—16,000
书号 15012·0292 定价 1.30 元

前　言

本书是根据一九七七年十一月在合肥召开的高等学校工科基础课电工、无线电教材编写会议通过的《电磁场原理》编写大纲编写的。内容也符合一九八〇年六月在成都召开的电工教材编审委员会扩大会议审定的、适用于重点高等工业学校本科四年制电类专业的电磁场教学大纲(草案)。

书中所编选的内容可按不同的专业作适当的增删。注有星号的章节可以删减，或由学生自学。书中所选习题多于在规定的学习时间所需的练习数量，以资选用。书中内容安排的顺序是从静态场到时变场,继而讨论麦克斯韦的基本方程式,然后再讨论电磁波的传播和辐射。从各种场的特殊性再到电磁波的形成过程，这样，可得到对电磁场基本理论的一个系统的概念。最后一章介绍了狭义相对论的初步知识，可以使学者对电场和磁场的统一获得进一步的认识。此外还介绍了有关的近代科学技术的新成就——磁流体力学和超导的初步知识，使能对麦克斯韦电磁场理论在这些领域中的应用有所了解，从而也加深了对电磁场理论的认识。部分章节内容的先后教学顺序可以由教师灵活安排讲解。

本书在学习过普通物理的基础上进一步对电磁场的基本原理加以阐述,但着重在工程应用。书中尽量引用工程应用的实例,以培养学生理论联系实际的能力。处理电工技术中的电磁问题有路和场两种方法。本书在阐明路是场的简化以及路的规律统一在场的规律上的同时,还指出不少电磁场的问题也可简化为路来处理,这作为解决场的问题的一种方法,在工程应用上是颇为重要的。因此对各种形式的场如何简化为路以及简化的条件都进行了讨论。

大多数电类专业的电工问题是用路的方法来解决的。电路的理论和电路元件的制造在本世纪中叶以来有很大的发展，因而显示出其重大的作用,致有忽视电磁场理论教学的倾向。但实际上有

许多电工问题必须应用场的方法来解决，例如电路参数的计算、电路元件的物理过程、电场力及磁场力的作用、在广阔范围电流的分布以及电磁波的干扰等等，都是场的问题。近代科学技术中所应用的新方法如:磁力选矿、利用电场寻找地下水、利用电磁场作地质勘探、遥感技术、直线电机和静电纺纱等等，也都需要电磁场的知识。还有其他一些学科也有场的问题，如热传输学的热流场、力学中的应力场、流体力学中的稳流场等等，这些场的解析方法类似于电磁场的方法，可用电磁场来进行模拟(参见第七章)。近年来由于采用了电子计算机，使场的求解得到不少的方便，也使电磁场的应用前进了一大步。所有这些都显示了电磁场理论的重大作用。本书所选的教学内容，可以说是从事电工事业的人员所必需具备的基本知识。希望通过本书的学习，能对路、场、波有一个统一的概念。

本书由浙江大学电工基础教研组黄礼镇担任主编工作，第六、七章由方正瑚负责编写，其余各章由黄礼镇编写，$\boxed{\text{甘明道}}$曾参加编写第九章。在编写过程中曾在教研组内进行过讨论，并得到教研组的同志们在各方面的帮助。本书承清华大学王先冲和马信山两位同志初审；并经一九七九年五月在杭州召开的审稿会复审，参加会议的二十三所兄弟院校，如清华大学，西安交通大学，重庆大学，哈尔滨工业大学，天津大学，东北工学院，华中工学院，华南工学院，广西大学，太原工学院，哈尔滨电工学院，昆明工学院，武汉水利电力学院等院校的同志们提出了许多宝贵的意见；书稿修改后又于一九八〇年四月在杭州召开审稿小组会，又得到了到会的和未到会的兄弟院校同志们对修改稿提出的许多宝贵意见；修改稿并曾于一九八〇年春季在我校电力类专业七七级作为试用教材试用，也得到了同学们的许多宝贵意见；谨在此一并致以衷心谢意。

本书恐仍有错误和不当之处，希望读者批评指正。

编　　者　一九八〇年七月于浙大

目　录

第一章　静电场(一)

1-1　电场强度·高斯定律

在对观察者是静止的电荷的周围空间中存在着静电场。这静止的电荷和它的静电场是紧密联系在一起的。静电场的一个重要特性是对放置在这场中的另一个电荷产生力的作用。我们用一个相当微小的、对静电场的影响可以略去不计的正电荷作为试验电荷，把它放在场中的不同位置上，它所受到场的作用力的大小和方向都是不同的。我们就用这个试验电荷所受到的力来描述电场的性质。

设在静电场中某点放置一个试验电荷 Δq，它所受到静电场的作用力 $\Delta\mathbf{F}$ 和 Δq 的比值的极限，就叫做该点的电场强度，常以矢量 $\mathbf{E}$ 表示

$$\mathbf{E}=\lim_{\Delta q\to 0}\frac{\Delta\mathbf{F}}{\Delta q}=\frac{d\mathbf{F}}{dq} \tag{1-1}$$

电场强度 $\mathbf{E}$ 就是用来说明静电场的性质的一个有向的物理量，它的方向即试验电荷所受到的静电场力的方向，它的大小相当于单位电荷所受到的力的大小。点的位置不同，$\mathbf{E}$ 的大小和方向也不同，故 $\mathbf{E}$ 是一个空间坐标的函数，空间电场强度的分布组成了一个矢量场，或者说 $\mathbf{E}$ 是一个有向的场函数。

本书采用国际制单位（即 SI 制单位）。电场强度的单位是牛顿/库仑，字母代号是 N/C；或用伏特/米，字母代号是 V/m。

由库仑定律可知，在位于真空中的点电荷 q 的电场中，与 q 相距为 r 的一点 P 的电场强度 $\mathbf{E}$ 为

$$\mathbf{E}=\frac{q\mathbf{r}^0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=9\times10^9\frac{q\mathbf{r}^0}{r^2} \tag{1-2}$$

式中 $\mathbf{r}^0$ 是从点电荷指向P点的单位矢量，ε_0是真空的电容率，也叫做电介常数，其值为

$$\varepsilon_0=\frac{1}{36\pi\times10^9}\approx8.85\times10^{-12}\text{法/米}$$

如果在所讨论的点电荷的静电场中放置另一个点电荷q'，由实验可知，它所受到的力是

$$\mathbf{F}=q'\mathbf{E} \tag{1-3}$$

在若干个点电荷的静电场中，某点的电场强度$\mathbf{E}$，等于各个点电荷分别单独在该点所产生的电场强度的矢量和，即

$$\mathbf{E}=\mathbf{E}_1+\mathbf{E}_2+\cdots+\mathbf{E}_n \tag{1-4}$$

这也是实验所得的结论，称为静电场的迭加原理。于是得

$$\mathbf{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_1^n\frac{q_k\mathbf{r}_k^0}{r_k^2}$$

$\mathbf{r}_k^0$ 是由第k个点电荷指向观察点的单位矢量。

静电场可用电力线或由电力线组成的电力管来描述，而电力管也可用它的轴线(也是一条电力线)来表示。于是，场中一点的电场强度$\mathbf{E}$的方向，就是通过该点的电力线在该点的切线方向；$\mathbf{E}$的大小等于通过在该点的垂直于$\mathbf{E}$的一个小面积ΔS的电力管数$\Delta\Phi_E$对ΔS的比值的极限。以式表示

$$\lim\frac{\Delta\Phi_E}{\Delta S}=\frac{d\Phi_E}{dS}=E \tag{1-5}$$

我们称电力管数Φ_E为电场强度通量，而E也就叫做电场强度通量密度。如果面积元$d\mathbf{S}$与$\mathbf{E}$的方向不一致，则有

$$d\Phi_E=E\cos\theta dS=\mathbf{E}\cdot d\mathbf{S} \tag{1-6}$$

式中θ是$\mathbf{E}$的方向和面积元的法线的夹角。

在静电场中，通过一个有限面积S的电场强度通量可由下式

计算

$$\Phi_E=\int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S} \tag{1-7}$$

电力线和电力管都是假想的，应用它们只是为了形象地描写电场。而电场强度通量却是一个物理量，单位是伏特·米。

通过处于真空的静电场中任一个封闭面的电场强度通量，等于面内所包围的电荷总和q与ε_0的比值。即

$$\oint_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}=\frac{q}{\varepsilon_0} \tag{1-8}$$

这个式子说明了电荷与电场强度之间的关系，它的正确性根源于库仑定律和静电场的迭加原理，它是静电场的一个基本规律，我们称它为真空中静电场的高斯定律。高斯定律列为麦克斯韦电磁场基本方程式之一，上式是真空静电场基本关系的表示式之一。它可用来求解一些具有对称性的静电场（如球形对称、柱形对称、和平行平面的静电场）。

上式是高斯定律的积分形式，它可用于任何封闭面上。现在设想用它来求通过静电场中某处一个很小的封闭面ΔS的电场强度通量，设封闭面所围的体积ΔV中所有电荷的总和为Δq，当有

$$\oint_{\Delta S} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}=\frac{\Delta q}{\varepsilon_0} \tag{1-9}$$

这里设E处处有限且连续，电荷Δq在ΔV内作体分布。将上式等号两边除以ΔV求极限

$$\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\oint_{\Delta S} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}}{\Delta V}=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta q}{\varepsilon_0\Delta V} \tag{1-10}$$

上式等号右边

$$\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta q}{\Delta V}=\frac{dq}{dV}=\rho \tag{1-11}$$

ρ是电荷分布体密度。根据定义，式(1-10)等号左边是$\mathbf{E}$的散度，

即

$$\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\oint_{\Delta S}\mathbf{E}\ d\mathbf{S}}{\Delta V}=\mathrm{div}\mathbf{E}=\nabla\cdot\mathbf{E} \tag{1-12}$$

式中“∇”是微分算符，在直角坐标中

$$\nabla=\mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x}+\mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y}+\mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z} \tag{1-13}$$

式中 $\mathbf{i}$、$\mathbf{j}$、$\mathbf{k}$ 分别表示沿坐标轴 x、y、z 的单位矢量。于是可有

$$\nabla\cdot\mathbf{E}=\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z} \tag{1-14}$$

由式(1-11)和(1-12)可将式(1-10)写为

$$\mathrm{div}\mathbf{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{1-15}$$

这就是在真空静电场中高斯定律的微分形式。

散度 $\mathrm{div}\mathbf{E}$ 和电荷体密度 ρ 都是无向的场函数。形象地说在电场中一点 $\mathbf{E}$ 的散度相当于从该点发出的每单位体积的电力管数(电场强度通量)。这数值就等于在该点的电荷体密度 ρ 与 ε_0 的比值。若某点 ρ 是正的，则散度也是正的，表示该点发出电力管，就叫该点为源点；若某点 ρ 是负的，则散度也是负的，表示电力管向该点汇集，就叫该点为汇点；若某点 ρ 等于零，则散度也是零，表示电力管只是经过该点，该点既不是源点也不是汇点。

例 1-1 设有两根无限长、互相平行的细导线 l_1 及 l_2，间距为 a，电荷线密度分别为 τ_1、τ_2(见图 1-1)。求它们之间每单位长度的互相作用力。

解 先求细导线 l_1 的电荷在 l_2 位置的电场强度。以 l_1 为轴作一长为 1 单位、半径为 a 的圆柱面。当 l_1 的电荷单独存在而无 l_2 时，由对称关系电力线均为出自 l_1 的辐射线。应用高斯定律，通过单位长的圆柱面的电场强度通量是

$$\oint\mathbf{E}\cdot d\mathbf{S}=E_a\cdot 2\pi a=\frac{\tau_1}{\varepsilon_0}$$

故得 $$\mathbf{E}_a=\frac{\tau_1\mathbf{r}^0}{2\pi a\varepsilon_0}$$

这里 E_a 是圆柱面上的电场强度。于是在 l_2 上长度元 dl_2 的电荷 $\tau_2 dl_2$ 所受的作用力是

$$d\mathbf{F}_{12}=\mathbf{E}_a dq=\mathbf{E}_a\tau_2 dl_2=\frac{\tau_1\tau_2\mathbf{r}^0}{2\pi a\varepsilon_0}dl_2$$

每单位长所受的力是

$$\frac{d\mathbf{F}_{12}}{dl_2}=\frac{\tau_1\tau_2\mathbf{r}^0}{2\pi a\varepsilon_0}$$

τ_1 和 τ_2 同号时为斥力，异号时为吸力。

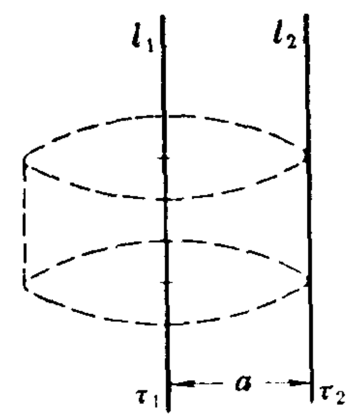

图 1-1

1-2 静电场的无旋性

静电场另一个重要的关系由下面方程式来表示

$$\oint_l \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=0 \tag{1-16}$$

由于静电场具有上式所示的关系，我们称静电场具有无旋性，静电场也就叫做无旋场，说明如下：

假设在静电场中使一个试验电荷 dq 沿某一闭合路径移动一周，电场所做的功当为

$$dW=\oint_l dq\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=dq\oint\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} \tag{1-17}$$

当试验电荷回到原来位置，静电场的状态和原来一样，它的能量分布也应该没有变化，结果可见场既没有消耗能量也没有增加能量。如果我们把外力作功视为静电场作负功，便可以说静电场所作的总功等于零。这也就是说在 dq 移动一周的过程中，电场力所作的功和外力所作的功恰好互相抵消，因此式(1-17)应等于零，也就是说式(1-16)应成立。

在静电场中取 A、B 两点，并任作一闭合路径通过这两点，如图 1-2 中所示的 $AmBnA$ 回路。当沿这闭合路径移动一个单位正

电荷时，静电场所作的功可写为线积分

$$\oint_l \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=\int_{AmB}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}+\int_{BnA}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=0$$

故有

$$\int_{AmB}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=-\int_{BnA}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}$$

即

$$\int_{AmB}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=\int_{AnB}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} \tag{1-18}$$

可见在静电场中自一点 A 到另一点 B 电场强度的线积分与路径无关，也就是说电场力自一点移动一电荷到另一点所作的功，只由这两点的位置所决定，和路径无关。这是静电场无旋性的必然结果。

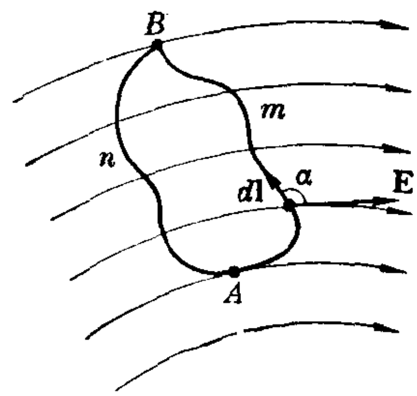

图 1-2

式(1-16)的线积分不论闭合路径如何均成立。现在设想将它应用到静电场中围绕某点 P 的一个很小的闭合路径上，令闭合路径所包围的面积为 ΔS，据数学定义，在 P 点 $\mathbf{E}$ 的旋度沿 ΔS 的法线方向的分量是

$$\mathrm{rot}_n\mathbf{E}=\lim_{\Delta S\to 0}\frac{\oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}}{\Delta S} \tag{1-19}$$

现在等号右边分子恒为零，故在 P 点，$\mathrm{rot}_n\mathbf{E}=0$。但因所围绕的 P 点的路径是任意的，我们可以选定有任意法线方向的 ΔS。当沿所选定的某一个 ΔS 的周界的矢量线积分的值最大时，上式比值的极限就是该矢量在 P 点的旋度，旋度的方向就是这个 ΔS 的法线方向。现在沿任意方向所得 $\mathbf{E}$ 的旋度的分量都等于零，则必有

$$\mathrm{rot}\mathbf{E}=0 \tag{1-20}$$

这式就是表示静电场无旋性的微分方程式。上式也可写成

$$\mathrm{curl}\mathbf{E}=0 \quad 或 \quad \nabla\times\mathbf{E}=0 \tag{1-21}$$

在直角坐标系中旋度可写为

$$\mathrm{rot}\mathbf{E}=\mathbf{i}\left(\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}\right)+\mathbf{j}\left(\frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x}\right)+\mathbf{k}\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right) \tag{1-22}$$

旋度 rotE 是一个有向的场函数。某点$\mathbf{E}$的旋度的大小相当于沿围绕该点的一个无限小的闭合回路（回路所围面积的法线沿着 rotE 的方向）静电场移动单位正电荷所作的功与这回路所围面积的比值。在静电场中这比值必等于零，故静电场是一无旋场，也可称为保守场或位场。

1-3 电位函数·电位梯度

在静电场中，使试验电荷 dq 沿任何路径自 A 点移至 B 点，静电场所作的功是

$$dW=\int_A^B dq\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=dq\int_A^B\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}$$

比值

$$\frac{dW}{dq}=\int_A^B\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=U_{AB} \tag{1-23}$$

U_{AB} 叫做在静电场中自点 A 到点 B 的电压或电位差。它相当于自 A 点到 B 点静电场对单位正电荷所作的功。在 SI 单位制，电压的单位是伏特，字母代号是 V。从一点到另一点静电场移动一库仑正电荷所作的功为一焦尔时，这两点间的电压就是一伏特。

若在静电场中任选一点 A_0 作为参考点（或称为基准点），则静电场中各点对参考点的电位差也可以用来说明电场的性质。静电场是位场，就是说场中各点具有位能。若预先给参考点 A_0 的位能以某一特定的值 φ_0（这值是泛定的），则场中其他任一点 A，也可定出一定的位能φ_A，使静电场从 A 到A_0 对单位正电荷所作的功等

于 φ_A 与φ_0 的差，即

$$\int_A^{A_0}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=\varphi_A-\varphi_0$$

可写

$$\varphi_A=\varphi_0+\int_A^{A_0}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} \tag{1-24}$$

φ_A 随 A 点的位置的不同而异，是一个无向的场函数，称为电位函数，简称电位。单位也是伏特。参考点不同，电位的值也不同，故电位的值是相对的。在实际应用上，常以大地一点作为参考点；若电荷分布在有限空间内，也常以无穷远处(即在电场范围外)一点作为参考点。参考点的电位值常定为 0，以使计算方便。这样，任一点的电位就可写为

$$\varphi_A=\int_A^{A_0}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} \tag{1-25}$$

于是，在静电场中 A、B 两点间的电位差就可写为

$$U_{AB}=\int_A^B\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=\int_A^{A_0}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}+\int_{A_0}^B\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=\int_A^{A_0}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}-\int_B^{A_0}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}$$

故

$$U_{AB}=\varphi_A-\varphi_B \tag{1-26}$$

当 $\varphi_A>\varphi_B, U_{AB}>0$，表示从 A 点到 B 点移动单位正电荷时，静电场要作功，A 点到 B 点是电位降；若 $\varphi_A<\varphi_B, U_{AB}<0$，表示从 A 点到 B 点移动单位正电荷时外力作功，A 点到 B 点是电位升。

在点电荷的静电场中，A、B 两点间的电位差是

$$\varphi_A-\varphi_B=\int_A^B\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right)$$

式中 r_A 和 r_B 分别是从点电荷到 A 和 B 点的距离。若选定无穷远处一点作为参考点，则在点电荷的静电场中一点 A 的电位是

$$\varphi_A=\int_A^{\infty}\mathbf{E}\cdot d\mathbf{l}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_A}=9\times10^9\frac{q}{r_A} \tag{1-27}$$

由静电场的迭加原理可知，在若干个点电荷的静电场中一点