大气动力学

陈章益

气象出版社

大气动力学

陈章益 编著

气象出版社

内 容 简 介

本书是为气象中专学生和具有高中文化水平的气象科技人员编写的。内容主要包括：大气运动学、大气动力学及气象学方面的基础知识，全书的特点是：起点放低；公式推导简练；物理意义明确；力求使力学、数学和气象学三者结合。

本书适合中专气象学校作教材之用，也可供气象台站业务人员、水文等有关人员及自学气象知识的广大社会读者学习参考。

大气动力学

陈章益　编著

责任编辑　陆勇

*

气象出版社出版

（北京西郊白石桥路46号）

常熟市文化印刷厂排版·广益印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·全国各地新华书店经售

*

开本：787×1092　1/32　印张：8.75　字数：192千字

1986年12月第一版　1986年12月第一次印刷

印数：1—2,000

统一书号：13194·0357　定价：2.05元

编 者 的 话

随着天气分析预报理论和技术的发展，天气预报势必走天气学方法、动力学方法和统计学方法三者结合的道路。每个预报员除了必须具有传统的天气分析预报技术外，还必须具有大气动力学和概率统计的基础知识。目前，国内外大气动力学方面的书籍虽然不少，但多数是为大学高年级学生编写的。为了满足暂时还缺乏大学本科数理基础的业务人员学习大气动力学基础知识的需要，我在历次的讲授提纲的基础上，经过扩充整理，编写了这本大气动力学入门书。在编写过程中，注意到了以下几点：

1. 放低起点。只要求读者具有中专程度的气象学、微积分、矢量代数以及普通物理学中的力学和热力学基础知识便可阅读。

2. 数学公式的推导及物理意义的说明力求详细，并尽量选择简便易懂的方法。

3. 根据阐明气象问题的需要，适当讲点力学知识，并注意运用数学工具，力求使力学、数学和气象学三者结合起来。

此外，书中还编入了一部分补充内容（以“*”号标出，用小字排印）。这部份内容不影响后续内容的学习，可灵活掌握。

编写本书的过程中得到了中国气象学会常务理事谢光道教授、洪世年副秘书长及北京师范大学施尚文副教授的大力支持和鼓励。他们在百忙中审阅了编写提纲和原稿，在此表

示衷心的感谢。

由于编者水平所限，书中难免出现错误，请读者批评指正。

作 者

1983年12月

目　　录

绪　言

（一）

天气演变和大气运动密切相关，特别是一些重大的灾害性天气都是大气运动的直接或间接产物，象风暴、寒潮、暴雨和台风等。所以，研究天气预报问题必须从研究大气的运动和天气系统的发生发展规律入手。大气动力学（它是动力气象学的主要组成部分）就是以流体力学和热力学基本原理为基础，根据地球大气的特点，运用数学分析方法，研究大气运动和天气系统演变规律的一门大气科学的分支。它主要来源于天气学，同时又是现代天气学的理论基础。为了深入地掌握现代天气学原理，每个天气分析预报人员都必须具有大气动力学基本知识。

（二）

大气的运动和天气系统的发生发展，绝不是一个单纯的动力学问题。因为空气热状态的变化，能引起空气的膨胀或收缩，从而改变各地气压随高度的分布情况，导致气压场和风场的变化。同样，空气运动速度的不均匀性，也可引起空气的扩张或压缩而使空气密度发生变化，造成热状态参量的变化。也就是说，大气和动力过程和热力过程是不能截然分开的，在讲大气动力学问题时，必然引用热力学上的一些重要定律。不过，对于大气热力学问题，这里并不展开讨论，只是引用一些基本结论。此外，大气动力学有着极其广泛而深入的内容，

而且涉及到较深的数理基础理论。这里仅仅是为了便于学习和掌握天气学原理和天气分析预报技术，在初等微积分和部分普通物理知识的基础上，讲一点大气动力学的基本知识，作为学习大气动力学的入门。

（三）

大气是由大量的空气分子所组成。这些分子之间存有空隙，而且每个分子都在不停地作无规则的热运动。但是，气象学上所研究的是大气的宏观机械运动，是大量空气分子的集体表现，并不考虑它的微观结构和个别分子的运动。也就是说，我们所研究的对象并不是个别空气分子的运动，而是由大量分子所组成的空气微团的运动。而且认为所有的空气微团一个紧挨一个地充满着所占有的空间；中间无任何空隙。即把大气抽象为连续介质。

大气的宏观模型——连续介质中的空气微团是一个重要的新概念。它的体积大小具有双重性：一方面可认为它是充分地小，小到相对于大气运动的规模可看成一个点，所以也可称为空气质点；另一方面，它们比分子平均自由程又大得很多，可认为是相当地大，大到能包含大量的分子，以致具有运用统计方法才能表现出来的宏观物理量（如气压和温度等）。引进这种既大又小的空气微团不仅是运用流体力学理论和数学分析方法来研究大气运动所必须的，而且在实际上也是合理的。这是因为在标准条件下，一立方厘米空气中含有2.7×10^{19}个分子。即使取容积为10^{-9}立方厘米的空气微团，也仍包含有2.7×10^{10}个分子，已足够保证具有确定的宏观物理量。所以，连续介质的假设还意味着在介质内部的各物理量都是空间和时间的连续函数（除个别不连续点、线、面外）。

把大气视为连续介质，是一种科学的抽象，由此而得到的一些研究结果是符合大气实际情况的。但必须注意，这一抽象是有条件的。例如，在高空 50—60 公里处，空气密度仅为地面空气密度的万分之一，在这以上空气就更稀薄了，故不能看作连续介质。不过，在天气学和动力气象学所研究的范围内，完全可把大气当作连续介质来处理。

第一章 大气运动学

本章主要是根据学习大气动力学基本内容的需要，运用数学分析方法讲解一些无须引进“力”的概念就能解决的大气运动学问题。但是必须指出：和讨论刚体的情形不同，大气运动学不能和动力学截然分割。这是因为大气运动速度分布的不均匀性，能引起大气质量的重新分布（§1.4 中将会讲到这方面的问题），从而改变气压的空间分布，导致运动状况的变化。所以，在讨论大气运动学时，也会涉及动力学上的一些基本概念，如质量、密度等。

对于大多数已具有微积分和力学知识的学生来说，学习大气动力学的困难主要来自如何运用数学来解决力学和气象学问题。为了减少这方面的困难，本章专门安排了一些“预备知识”性质和过渡（从一般的力学问题过渡到气象问题）性质的内容，以便把物理（基础）、数学（工具）和气象（问题）逐渐结合起来。所以，学好这一章，就能为以下各章的学习减少困难。

§1.1 质点运动的矢量表示法[1)]

物体的运动状态是用其位置和速度来描述的，运动状态的变化是用加速度来描述的。位置、速度和加速度都是矢量，所以用矢量分析方法来描述质点的运动是极为方便的。下面

1)本节为普通物理中的运动学，是作为预备知识而写入本书的。凡已熟悉这一内容的读者可略去不读或浏览一下，以达到复习的目的。

简要地介绍质点运动的矢量表示方法，作为学习后续内容的预备知识。

一、速度矢量和加速度矢量

（一）矢径和轨迹

物理学上是用速度矢量来描述物体运动的快慢和方向的。为了说明速度矢量，先要解决如何用矢量来表示物体位置的问题。在已选定的右手直角坐标系中，物体的位置 P 除了可用 P 点的坐标(x,y,z)表示外，还可以用从坐标原点 o 出发，指向 P 点的矢量 $\boldsymbol{r}$ 来表示(见图1.1)。矢量$\boldsymbol{r}$称为位置矢量(或称矢径)。P 点的坐标 (x,y,z) 便是矢径 $\boldsymbol{r}$ 在三个坐标轴上的分量(投影)。根据矢量的坐标表达式，矢径 $\boldsymbol{r}$ 可表示为

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1.1}$$

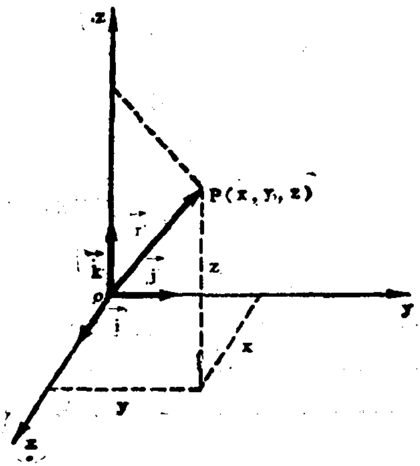

图1.1 位置矢量 $\boldsymbol{r}$

当物体运动时，P 点的坐标(x,y,z)和矢径 $\boldsymbol{r}$ 均随时间[1]而变，即坐标(x,y,z)和矢径 $\boldsymbol{r}$ 都是时间的函数。也就是

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \tag{1.2}$$

或

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{1.2'}$$

运动质点所经各点的连线，也即矢径 $\boldsymbol{r}(t)$ 端点的连线称为运动质点的轨迹。(1.2)和(1.2′)式就是轨迹的参数方程（力学上称为运动方程），它们表示运动质点的位置随时间的变化规律。只要知道了(1.2)式的具体形式，就能确定任一时刻质点的空间位置。如果从(1.2)式中消去 t，便可得到表示运动质点空间位置变化规律的方程——轨迹方程。例如，已知某质点的运动方程为

$$\begin{cases} x = 3\sin\dfrac{\pi}{6}t \\ y = 3\cos\dfrac{\pi}{6}t \\ z = 0 \end{cases}$$

消去前两式中的 t（第一、二式取平方后相加）可得

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ z = 0 \end{cases}$$

此即质点的轨迹方程。由以上两式可知：

(1) 该质点是在 x,y 平面上运动（因这时 $z=0$）；

(2) 其运动轨迹是一个圆心位于坐标原点、半径为 3 个

---

1) 应该是"时刻。"因时间是两个时刻（ω、t 表示）之间的间隔（用 Δt 表示）。但在不会混淆之处，常是混用的。

单位的圆。

（二）位移和速度

如有一质点的轨迹为L(见图1.2)，时刻 t 位于A点，其矢径为$\boldsymbol{r}_A$，时刻 $t+\Delta t$ 位于 B 点，其矢径为$\boldsymbol{r}_B$。Δt 时间内，其矢径差

$$\Delta \boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A$$

表示质点在 Δt 时间内的位置变化，称为位移。位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 与时间 Δt 之比称为该质点在 Δt 时间内的平均速度。如用 $\boldsymbol{V}_{平}$表示平均速度(矢量)，则有

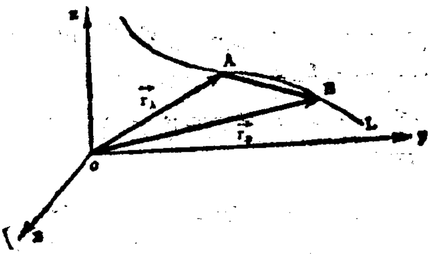

图1.2　位移Δr

$$\boldsymbol{V}_{平}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$$

令 $\Delta t\to 0$，则得瞬时速度(矢量)

$$\boldsymbol{V}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}$$

由图1.3可见，当 $\Delta t\to 0$ 时，$|\Delta \boldsymbol{r}|$ 趋近于 Δs，因而瞬时速度的大小(即速率)可用

$$V=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{ds}{dt}$$

来表示。瞬时速度矢量的方向，就是 $\Delta t\to 0$ 时 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的极限方

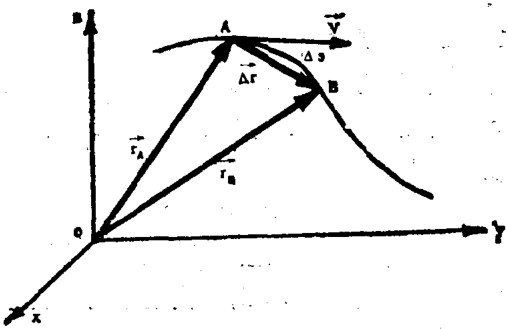

图1.3　速度矢量V

向。由图1.3可见，当$\Delta t\to 0$时，割线AB的位置趋近于A点的切线。所以，质点瞬时速度矢量V处处和运动轨迹相切。

由以上讨论可知，速度V就是矢径r对时间的一阶导数。由(1.1)式可得

$$V=\frac{dr}{dt}=\frac{dx}{dt}i+\frac{dy}{dt}j+\frac{dz}{dt}k$$

另一方面，如以u、v、w表示矢量V在直角坐标轴x、y、z上的投影(分量)则有

$$V=ui+vj+wk$$

即

$$u=\frac{dx}{dt}\qquad v=\frac{dy}{dt}\qquad w=\frac{dz}{dt}$$

（三）加速度

质点作曲线运动时，除了速率变化外，其运动方向也在不断地改变，如图1.4所示。时刻t质点位于A点，其速度为V_A，到了时刻$t+\Delta t$，质点位于B点，其速度为V_B，则在Δt时间内，质点速度的改变量为

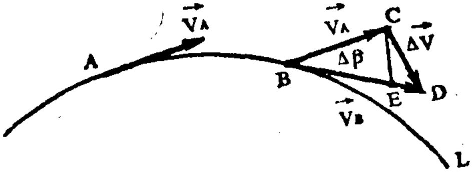

图 1.4　速度改变量 ΔV

$$\Delta \boldsymbol{V} = \boldsymbol{V}_B - \boldsymbol{V}_A$$

与平均速度矢量的定义类似，质点的平均加速度矢量定义为

$$\boldsymbol{a}_{平} = \frac{\Delta \boldsymbol{V}}{\Delta t}$$

而瞬时加速度矢量定义为

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{V}}{\Delta t} = \frac{d\boldsymbol{V}}{\Delta t} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$$

可见，瞬时加速度矢量（以下简称加速度）等于速度对时间的一阶导数，或等于矢径 $\boldsymbol{r}$ 对时间的二阶导数。

加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向就是 $\Delta t \to 0$ 时速度增量 $\Delta \boldsymbol{V}$ 的极限方向。一般来说，$\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{V}$ 的方向是不同的，只有在直线加速运动时，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{V}$ 同向（夹角 $\theta = 0°$），如自由落体运动（见图 1.5a）；在直线减速运动中（如上抛运动），$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{V}$ 反向（见图 1.5b）。质点作曲线运动时，如图 1.5c—e 所示，加速度总是指向轨迹曲线凹进的一侧。当速率减小时（见图 1.5d），$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{V}$ 成钝角，当速率加大时（见图 1.5d），$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{V}$ 成锐角；当速率不变时（见图 1.5e），$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{V}$ 成直角（即等速圆周运动）。

对于一般的曲线运动，速度矢量的改变量 $\Delta \boldsymbol{V}$ 可分解为两部分，如图 1.4 所示，在直线 BD 上取一点 E，使 $BE = BC$，则有

$$\Delta \boldsymbol{V} = \boldsymbol{CE} + \boldsymbol{ED}$$

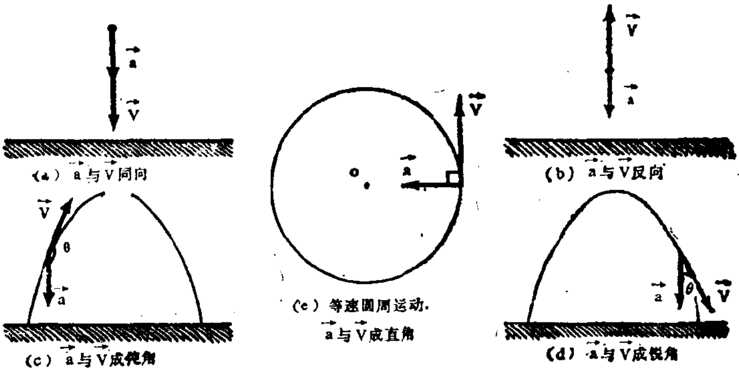

图 1.5　$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{V}$ 的方向

其中 $\boldsymbol{CE}$ 对应于速度方向的改变，$\boldsymbol{ED}$ 对应于速度大小的改变。于是瞬时加速度可分解为两部分，即

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{V}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\boldsymbol{ED}}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\boldsymbol{CE}}{\Delta t} \qquad (1.3)$$

其中第一项的方向是 $\Delta t\to 0$ 时，$\boldsymbol{ED}$ 的极限方向，即 $\boldsymbol{V}$ 的方向。它和轨迹的切线方向一致，故称**切向加速度**，以 $\boldsymbol{a}_t$ 表示之，即

$$\boldsymbol{a}_t=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\boldsymbol{ED}}{\Delta t}$$

它表示速度的大小变化，亦即运动快慢的变化。第二项的方向是 $\Delta t\to 0$ 时，$\boldsymbol{CE}$ 的极限方向，当 $\Delta t\to 0$ 时（即 $\Delta\beta\to 0$）$\boldsymbol{CE}$ 与 $\boldsymbol{V}$ 趋于垂直，并指向轨迹的凹侧。也就是说，第二项的方向和轨迹的法线一致，故称**法向加速度**，以 $\boldsymbol{a}_n$ 表之，即

$$\boldsymbol{a}_n=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\boldsymbol{CE}}{\Delta t}$$

它表示速度的方向变化。

前面讨论了 $\boldsymbol{a}_t$ 和 $\boldsymbol{a}_n$ 的方向，下面再来讨论它们的大小。