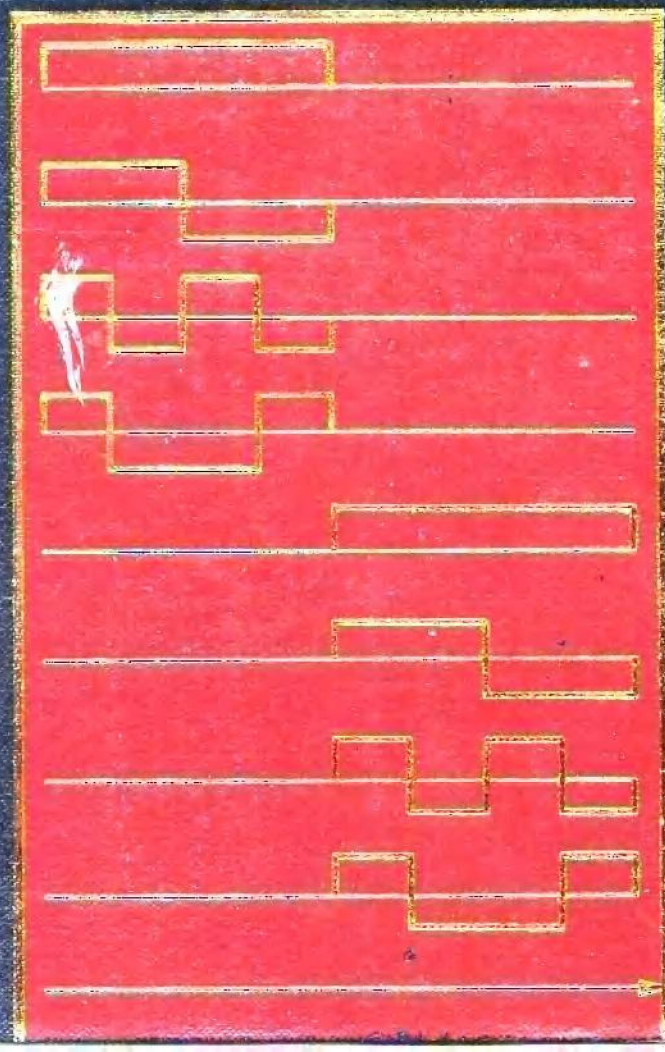
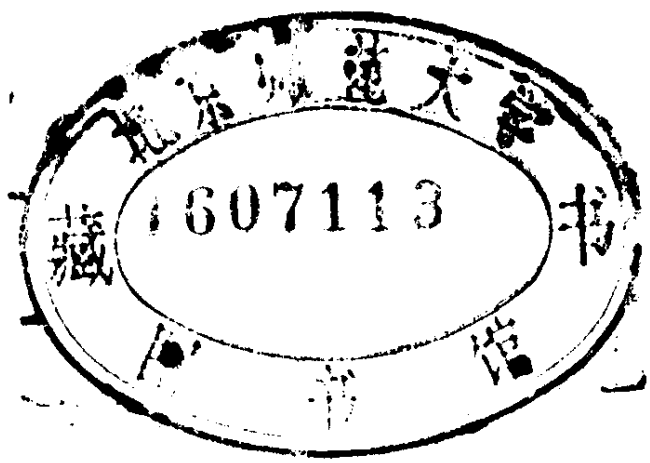
桥函数理论及其应用

张芙蓉 张有光 等著



桥函数理论及其应用

张其善　张有光　等著



国防工业出版社

(京)新登字106号

内 容 简 介

本书系统地论述了非正弦正交函数——桥函数理论及其应用。它是在深入研究沃尔什函数复制理论与应用的基础上建立的一种新函数，包括了沃尔什函数和方块脉冲函数，以及许多介于两者之间非正弦的三值正交函数系。其理论部分主要包括桥函数的定义、性质、正交性条件、正交函数系、正交变换及快速变换等；在实践应用中，又以序率理论为根据，研制了序率分割制遥测系统，以及哈尔遥测系统和桥函数遥测系统等，该应用部分主要包括数据保密、现代控制理论及多路信息传输等。

书中内容新颖、丰富，具有创见，是一本总结该领域科研成果的专著，可供高等院校有关专业研究生、教师及其他科研工作者参考。

桥函数理论及其应用

张其善 张有光 等著

责任编辑 林秀权

*

国防工业出版社出版发行

（北京市海淀区紫竹院南路23号）

（邮政编码 100044）

新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

850×1168 1/32 印张8 1/4 插页2 211千字

1992年4月第一版 1992年4月第二次印刷 印数：1001—1500册

ISBN 7-118-00891-5/TN·147 定价：9.50元

科技新书目 261-044

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分，又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展，加强社会主义物质文明和精神文明建设，培养优秀科技人才，确保国防科技优秀图书的出版，国防科工委于 1988 年初决定每年拨出专款，设立国防科技图书出版基金，成立评审委员会，扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是

1. 学术水平高，内容有创见，在学科上居领先地位的基础科学理论图书；在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。

2. 学术思想新颖，内容明确、具体、有突出创见，对国防科技发展具有较大推动作用的专著；密切结合科学技术现代化和国防现代化需要的高科技内容的专著。

3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值，密切结合科学技术现代化和国防现代化需要的新技术、新工艺内容的科技图书。

4. 填补目前我国科学技术领域空白的薄弱学科的科技图书。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展评审工作，职责是：负责掌握出版基金的使用方向，评审受理的图书选题，决定资助的图书选题和资助金额，以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书，由国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承担着记载和弘扬这些成就，积累和传播科技知识的使命。在改革

开放的新形势下，国防科工委率先设立出版基金，扶持出版科技图书，这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版随着国防科技事业的发展而更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物，是对出版工作的一项改革，因而，评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进，这样，才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授，以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来，为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗！

国防科技图书出版基金
评审委员会

国防科技图书出版基金
第一届评审委员会组成人员

前　言

通信技术经历电子管、晶体管时代，现在进入了集成电路时代。随着集成电路的飞速发展和数字计算机的普遍使用，促进了通信系统的数字化，这就为沃尔什函数和其它非正弦正交函数的应用提供了物质基础。沃尔什函数的理论及其应用的研究在最近二十多年来取得了很大的成就。在许多领域，如电视图像处理、利用水下声波产生活动图像、多路通信、控制以及雷达等方面都已达到实际应用的水平。

桥函数是在研究沃尔什函数复制理论的基础上提出来的一种新函数，它介于沃尔什函数与方块脉冲函数之间，不仅包含了沃尔什、哈尔、赫尔（her）、特尔（ter）、方块脉冲函数，而且还包含了许多新的正交函数系。这些新的正交函数系具有许多有用的特性。与沃尔什、哈尔、方块脉冲函数相比，这些新的正交系更适用于实际情况。并且，由于桥函数把这些函数用新的方法统一起来了，便于构造通用的系统。

桥函数，在1982年国际遥测会议上首次提出时，就引起了许多学者的关注。《桥函数导论》一文在1983年IEEE，Trans. EMC杂志上发表后，先后有六个国家的学者来函索取文章。此后，硕士研究生牟芝英在毕业论文中提出了另一类桥函数，即先复制后移位的桥函数，并对桥函数的正交性等问题作了一些探讨。

近两年来，在国家自然科学基金资助之下，博士生张有光等参加了桥函数理论与实践研究的课题组。我们进一步研究了桥函数的数学表达式、正交性条件、正交系、桥函数变换及它们在保密通信、多路通信及现代控制理论中的应用。桥函数多路信息传输系统的模型也在研制之中。

本书共分七章。第一章简要地介绍了有关的数学基础和沃尔什函数复制理论，以及有关应用的问题与情况。第二章研究了桥函数的定义和性质，正交性条件及正交系。第三章讨论了一些完备桥函数正交系傅里叶展式的收敛特性，有限桥函数正交系的一些特性和可能的应用，快速桥函数变换。第四章阐述了保密通信的基本概念，新的加密体制和分组密码算法设计原则以及它们的应用。第五章叙述了桥函数在现代控制理论中的应用。第六章探讨了桥函数的相关函数。第七章主要介绍以桥函数为副载波的信息传输系统和在特殊场合的应用。在附录中介绍了正交矩阵与正交函数系的构造方法。

本书所论述的重要科研成果，是多年来在国家自然科学基金的有力支持和资助下开展的科研课题而取得的，值此我们表示衷心感谢。

本书得以出版，首先感谢国防科技图书出版基金评审委员会有关专家和责任编辑林秀权同志的大力支持；其次感谢清华大学副教授李植华同志的多年合作，研究生牟芝英同志的努力工作；还要感谢副教授张鸣瑞、郑铭等诸位同行的大力支持，同时也与参加该项课题的研究生们的辛勤工作分不开，在此一并致谢。

由于桥函数理论及其应用的研究工作还处于初期，许多问题有待进一步研究，欢迎各行专家、读者提出批评指正。

著者

目　录

第一章 绪 论

1.1 引 言

正弦正交函数、非正弦正交函数都有它各自的优、缺点，可以相信，在科学发展的历史长河中，它们必将发挥各自的长处，作出独特的贡献。

桥函数是一种非正弦正交函数，在研究沃尔什函数理论与应用的基础上逐步发展起来的。在理论上，从研究沃尔什函数的编号开始，揭示了沃尔什函数的本质是按一定的信息、以一定的方式复制而成的序列，从而提出了一类新的沃尔什函数的编号。在沃尔什函数复制理论的基础上，提出了一种三值“－1”、“0”、“＋1”的非正弦正交函数系，命名为桥函数[6]。桥函数不仅包括了沃尔什函数和方块脉冲函数，而且也包括了许多介于沃尔什和方块脉冲函数之间非正弦的三值正交函数系。因此，可以把桥函数看成是联系沃尔什函数和方块脉冲函数的一种中介函数，正如其名的含义，它起到了两种函数之间的桥梁作用。

在实践中，以序率理论为根据，研制成了以沃尔什函数为副载波的多路遥测系统——序率分割制遥测系统。它是不同于传统的频率分割制和时间分割制遥测系统的。在研制过程中，解决了系统设计和设备研制中的许多理论与实际问题，如沃尔什副载波的选择方法，沃尔什函数相关函数的计算方法，非连续开拓沃尔什函数发生器设计问题等。在实践的基础上，通过总结提炼，整理成文，相继发表了一系列论文[6~15]。在序率分割制遥测系统制成可供实用的系统之后[12]，相继地研制出了哈尔遥测系统实验室样机，最近又研制成了桥函数遥测系统样机。

在理论指导下，研制成可供实用的序率分割制遥测系统之

后，进一步推动了理论研究，同时也为新的理论提供了感性知识和必要的理论准备。于是在1982年形成了桥函数的概念。将移位与复制从概念上有机地结合起来，就产生了第一类桥函数，1982年10月首先在国际遥测会议上作了介绍，该文刊于1982年国际遥测会议录中[6]；后来作进一步的论证，又写出一篇论文，刊于IEEE-EMC汇刊上[7]。牟芝英同志在攻读硕士学位时(1983.9～1985.2)对桥函数理论作了比较深入的研究，论文中提出了第二类桥函数[10]。桥函数的主要内容在《信息传输的新方法》中作了概要的介绍。1987年博士研究生张有光同志参加了我们课题组的研究工作，主攻方向定为桥函数理论及其应用的研究，他从数学上进一步完善了桥函数理论方面的工作，写出了一批论文。包括其他几位博士生共同研究的成果，集中地以论文集的形式，刊于《遥测遥控》1990年第一期上。同时博士研究生盛振东同志完成了以桥函数为副载波的多路信息传输系统的研究工作。

本书将介绍我们多年来在理论与实践两方面的研究成果。首先介绍了沃尔什函数的复制理论，它用简洁、明了的方法统一了沃尔什函数的三种编号方法，即沃尔什、佩利、阿达玛编号，并阐述了一种新的编号方法。在沃尔什复制理论的基础上，给出了桥函数的定义、数学表达式、正交性条件和许多正交函数系。其中有些是完备的，对此我们还证明了收敛特性；有些是有限正交函数系，我们分析了它们的一些特性，这些特性表明它们比沃尔什等函数系更适用于电视图像处理、实时数据处理及多路通信。由于桥函数包含了许多正交函数系，以及不进位变换的比特数不变性，通过适当的结合，导出两种保密体制BS_1和BS_2。这两种体制特别适用于替换序列密码体制中的分组密码算法，并且提出了分组密码算法的新设计原则。

桥函数级数方法在系统综合、分析及最优控制中的应用，不仅统一了沃尔什级数方法和方块脉冲函数方法，并且兼有稳定性和计算量小两方面的优点。可根据实际情况，选择哪一种桥函数

正交系，以满足稳定性和计算速度的要求。

最后，介绍了桥函数的相关函数和在信息传输系统中的应用。它统一了以沃尔什、哈尔和方块脉冲函数为副载波的多路复用系统，兼顾时分和码分的一些优点。以桥函数为副载波的小组增量调制统一集体增量调制和增量调制。受小组增量调制思想的启发，提出了在多路中继通信线路上各中继站的本地几路信号采用集体增量调制，以及不同中继站之间采用时间分割的新方案。该方案既吸取集体增量调制的优点，又避免了多次调制解调。

在附录中，进一步探讨了桥函数的定义以及正交矩阵和正交函数的构造方法。

1.2 正交函数系

由 $\varphi_0(t)$，$\varphi_1(t)$，…所组成的函数系$\{\varphi_n(t)\}$，如果满足下列条件，则称为在区间 $t_a \leqslant t < t_b$ 是正交函数系

$$\int_{t_a}^{t_b} \varphi_n(t)\varphi_m(t)dt = A_n\delta_{nm} \tag{1-1}$$

其中当 $n = m$ 时，$\delta_{nm} = 1$；当 $n \neq m$ 时，$\delta_{nm} = 0$；A_n 为正常数。

如果 $A_n = 1$，则称此函数系为归一化正交函数系。

非归一化正交函数系总可以化为归一化正交函数系。例如，在(1-1)式中，如果 A_n 不等于1，则$\{\varphi_n(t)\}$为非归一化正交函数系，而$\{A_n^{-1/2}\varphi_n(t)\}$就是归一化正交函数系。

正交函数系有什么用呢？最基本的一条是利用正交函数系可级数展开。

设函数 $f(t)$ 可展成正交函数系$\{\varphi_n(t)\}$的级数

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n\varphi_n(t) \tag{1-2}$$

系数 a_n 的值可以这样求得

$$\int_{t_a}^{t_b} f(t)\varphi_n(t)dt = a_n \tag{1-3}$$

当系数 a_n 由（1-3）式确定时，用级数来表示 $f(t)$ 的近似程度如何呢？假设只有 m 项的级数 $\sum_{n=0}^{m-1} b_n\varphi_n(t)$ 使之得到较好的表示。“较好”的标准是 $f(t)$ 与它的级数表示之间的均方差 Q 为最小

$$Q=\int_{t_a}^{t_b}\left[f(t)-\sum_{n=0}^{m-1}b_n\varphi_n(t)\right]^2dt$$

$$=\int_{t_a}^{t_b}f^2(t)dt-2\sum_{n=0}^{m-1}b_n\int_{t_a}^{t_b}f(t)\varphi_n(t)dt$$

$$+\int_{t_a}^{t_b}\left[\sum_{n=0}^{m-1}b_n\varphi_n(t)\right]^2dt$$

利用(1-3)式及 $\varphi_n(t)$ 的正交性，可得下式

$$Q=\int_{t_a}^{t_b}f^2(t)dt-\sum_{n=0}^{m-1}a_n^2+\sum_{n=0}^{m-1}(b_n-a_n)^2 \qquad (1-4)$$

当 $b_n=a_n$ 时，最后一项为零，从而均方误差为最小。

根据(1-4)式，可得到所谓的贝塞尔（Bessel)不等式

$$\sum_{n=0}^{m-1}a_n^2\leqslant\sum_{n=0}^{\infty}a_n^2\leqslant\int_{t_a}^{t_b}f^2(t)dt \qquad (1-5)$$

这是因为积分与 m 无关，因此对任何的 m 值都成立。

对于归一化正交函数系 $\{\varphi_n(t)\}$，如果区间 (t_a,t_b) 上任意的平方可积函数 $f(t)$，当 m 增大时，均方差 Q 收敛于零，即

$$\lim_{m\to\infty}\int_{t_a}^{t_b}\left[f(t)-\sum_{n=0}^{m-1}a_n\varphi_n(t)\right]^2dt=0 \qquad (1-6)$$

此时在贝塞尔不等式(1-5)中等号成立

$$\sum_{n=0}^{\infty}a_n^2=\int_{t_a}^{t_b}f^2(t)dt \qquad (1-7)$$

(1-7)式称为完备性定理或巴塞伐尔（Parseval)定理。它的物理

意义如下：设$f(t)$代表单位电阻上随时间变化的电压，则$f^2(t)$的积分，表示在电阻上耗散的能量。根据(1-7)式，该能量等于在和式$\Sigma a_n\varphi_n(t)$中各项能量之总和。

1.3 数的二进制表示法与模二运算

在正整数的十进制表示法中，共用0，1，…，9十个符号。当数从零累积到十的时候，就向左进一位。最右的那位为个位，次右的那位为十位，其余的位，依次类推。

例1 $729=7\times10^2+2\times10^1+9\times10^0$

一般地说，如正整数$k<10^n$，则

$$k=\sum_{r=0}^{n-1}k_r10^r=(k_{r-1}\cdots k_1k_0)_{10} \tag{1-8}$$

其中k_r取0，1，…9，中的某一数。

正的真分数，在十进制表示法中，是在个位数之右加一小数点，小数点之右第一位为十分之一位，第二位为百分之一位，依次类推。

例2 $16/100=1\times10^{-1}+6\times10^{-2}$

总起来说，如正数$k<10^n$，则

$$k=\sum_{r=-\infty}^{n-1}n_r10^r=(k_{n-1}\cdots k_1k_0k_{-1}\cdots)_{10} \tag{1-9}$$

数的二进制表示法与十进制表示法完全类似。所不同的是：只用0，1两个符号，且当数从零累积到二的时候，就向左进一位。在正整数的二进制表示法中，最右的那位为二的零次方，次右的那位为二的一次方，依次类推。

例3 $(13)_{10}=2^3+2^2+2^0=(1101)_2$

一般地说，如正整数$k<2^n$，则

$$k=\sum_{r=0}^{n-1}k_r2^r=(k_{n-1}k_{n-2}\cdots k_1k_0)_2 \tag{1-10}$$