

高等学校教材

自动控制理论

北京轻工业学院 夏德铃 主编

机械工业出版社

高等学校教材

自动控制理论

北京轻工业学院 夏德铃 主编

ND31/04



机械工业出版社

本教材主要介绍分析和设计反馈控制系统的古典理论和方法。全书共八章,内容有自动控制系统的基本概念、线性系统的数学模型、控制系统的时域分析、根轨迹法、控制系统的频域分析、自动控制系统的校正、非线性系统的分析以及采样控制系统等。

本书为高等学校工业电气自动化专业的教材,也可作为电气技术、工业自动化仪表、自动控制类专业教学用书,还可供从事自动控制系统工程的技术人员参考。

自动控制理论

(重排本)

北京轻工业学院 夏德铃 主编

*

责任编辑:邱锦来 韩雪清 版式设计:霍永明
封面设计:姚毅 责任校对:刘志文
责任印制:何全君

*

机械工业出版社出版(北京市百万庄大街22号)

邮政编码:100037

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

北京第二外国语学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092^{1/16}$ · 印张 22.5 字数 548 千字

1999年5月第1版第9次印刷

印数 63701—69700 定价:27.00元

*

ISBN 7-111-02043-X/TP·112(课)

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

前 言

为适应高等学校工业电气自动化专业教学的需要,1982年编写了《反馈控制理论》课程的教材,在10余所学校内部试用。1984年,根据各校试用后的意见,作了修订。1985年经原机械工业部高等工业学校自动化类教材编审委员会评选审定,推荐为工业电气自动化专业本科自动控制理论课程试用教材。1987年该书获国家教育委员会颁发的全国高等学校优秀教材奖。广大的读者,在给予肯定和鼓励的同时,也对该教材提出了中肯的评论及建设性意见。经过几年的教学实践,我们在总结使用该教材经验的基础上,考虑了进一步提高质量的问题。1987年12月,全国高等学校工业电气自动化专业教学指导委员会决定,在《反馈控制理论》教材的基础上,重新编写推荐出版《自动控制理论》教材。在编写过程中,同时考虑了电气技术专业对此门课程的基本要求。

编者认为,自动控制理论课程是具有一般方法论特点的技术基础课,重点在于学习、反馈控制系统的基本理论及基本方法,而应用其理论及方法去分析和设计控制系统则是后续课程的任务。不同课程,其性质、任务和需要重点解决的问题均应有明确分工。但是自动控制理论又是直接为解决实际控制系统提供理论和方法的课程,将其与应用截然分开既不正确也不可能。目前,许多人在学完理论后,往往在实际应用上遇到困难和障碍,起初对理论期望过高,完全按教科书上所述逐条照算,一旦发现不能奏效,又常将理论搁置一边,企图凭某些局部经验去解决实际问题。产生这种现象的原因固然很复杂,但不考虑应用中的实际问题编写教材并进行教学,乃是其中重要原因之一。编者认为,要用实践的观点对待控制理论。没有理论和正确的方法,不能有效地分析和设计实际控制系统。但同时又必须看到理论的局限性,不结合实际条件,盲目地照搬理论,完全可能得出消极的结论。我们在编写本教材时,力图贯彻上述观点,注意精选内容,改进教学。为此,将古典控制理论中的基本原理和基本方法(重点是频率法)介绍得比较透彻,而不盲目追求体系的完整与内容的全面详尽。与此同时,尽可能指明理论的局限性及在应用时应注意解决的问题。这样还能避免教材内容庞杂,篇幅过大。

考虑到控制系统的计算机仿真及计算机辅助设计近10余年来的发展,已能代替(或部分代替)传统的图表和人工计算,为此,在第三至第八章中介绍了这方面的基本内容。

非线性系统理论日益受到重视,本教材第七章对此作了较为详细的介绍。

使用本教材讲授课程约需100学时,实验约需16~20学时。

本教材由北京轻工业学院夏德铃主编,哈尔滨工业大学王广雄主审。参加编写工作的有胡家耀、翁贻方等。

恳请读者对本教材提出批评与指正,以便进一步修订和完善。

编 者
1989年2月

目 录

前言	
第一章 引论	1
§ 1-1 开环控制和闭环控制	1
§ 1-2 自动控制系统的类型	4
§ 1-3 自动控制理论概要	6
§ 1-4 自动控制系统中的术语和定义	8
第二章 线性系统的数学模型	9
§ 2-1 线性系统的输入—输出时间函数描述	10
§ 2-2 线性系统的输入—输出传递函数描述	14
§ 2-3 非线性数学模型的线性化	16
§ 2-4 典型环节的数学模型	18
§ 2-5 方框图	25
§ 2-6 信号流程图	34
§ 2-7 线性系统的状态变量描述	38
小结	43
习题	43
第三章 控制系统的时域分析	48
§ 3-1 典型输入信号	48
§ 3-2 线性定常系统的时域响应	50
§ 3-3 控制系统的稳态误差	53
§ 3-4 给定稳态误差和扰动稳态误差	56
§ 3-5 控制系统暂态响应的性能指标	65
§ 3-6 一阶系统的暂态响应	66
§ 3-7 二阶系统的暂态响应	67
§ 3-8 高阶系统的暂态响应	74
§ 3-9 利用计算机求取系统的响应	75
§ 3-10 线性系统的稳定性	79
§ 3-11 劳斯—赫尔维茨稳定判据	83
小结	90
习题	90
第四章 根轨迹法	93
§ 4-1 根轨迹的基本概念	93
§ 4-2 绘制根轨迹的基本条件和基本规则	94
§ 4-3 参数根轨迹和多回路系统的根轨迹	107
§ 4-4 正反馈回路和零度根轨迹	110
§ 4-5 利用根轨迹法分析系统的暂态响应	114
§ 4-6 迟后系统的根轨迹	119
§ 4-7 利用数字计算机求取系统的根轨迹	126
小结	128
习题	129
第五章 控制系统的频域分析	132
§ 5-1 频率特性及其与时域响应的关系	132
§ 5-2 典型环节的频率特性	137
§ 5-3 系统开环频率特性的绘制	142
§ 5-4 乃奎斯特稳定判据和系统的相对稳定性	147
§ 5-5 系统的闭环频率特性	156
§ 5-6 根据闭环频率特性分析系统的时域响应	162
§ 5-7 利用数字计算机求取系统的频率特性	165
§ 5-8 频率特性的实验确定方法	169
小结	175
习题	175
第六章 自动控制系统的校正	179
§ 6-1 控制系统校正的概念	179
§ 6-2 线性系统的基本控制规律	180
§ 6-3 相位超前与相位迟后校正装置及其特性	188
§ 6-4 根轨迹法在系统校正中的应用	195
§ 6-5 频率特性法在系统校正中的应用	200
§ 6-6 反馈和前馈复合控制	213
§ 6-7 控制系统的计算机辅助设计	214
§ 6-8 线性系统校正方法实际应用问题	219
小结	221

习题	222	§ 8-6 脉冲传递函数	305
第七章 非线性系统的分析	226	§ 8-7 线性采样系统的稳定性分析	310
§ 7-1 关于非线性系统的基本概念	226	§ 8-8 采样系统的稳态误差分析	313
§ 7-2 二阶系统的分析	230	§ 8-9 采样系统的暂态响应与脉冲 传递函数极点、零点分布的 关系	316
§ 7-3 非线性系统的时域响应	237	§ 8-10 采样控制系统的校正	320
§ 7-4 非线性系统的相平面分析	241	§ 8-11 最少拍采样控制系统的校正	325
§ 7-5 非线性特性的一种线性近似 表示——描述函数	257	§ 8-12 采样控制系统的计算机分析与 校正	330
§ 7-6 典型非线性特性的描述函数	260	小结	331
§ 7-7 用谐波平衡法分析非线性系统	270	习题	331
§ 7-8 非线性系统的计算机仿真	280	附录	334
小结	284	A	334
习题	285	B	337
第八章 采样控制系统	288	C	342
§ 8-1 采样控制系统引论	288	英中文控制理论词汇对照表	344
§ 8-2 采样过程及采样定理	289	参考文献	351
§ 8-3 保持器	291		
§ 8-4 差分方程	294		
§ 8-5 z 变换	294		

第一章 引 论

在现代的工业、农业、国防和科学技术领域中，自动控制技术得到了广泛的应用。

所谓自动控制，就是采用控制装置使被控对象（如机器设备的运行或生产过程的进行）自动地按照给定的规律运行，使被控对象的一个或数个物理量（如电压、电流、速度、位置、温度、流量、浓度、化学成分等）能够在一定的精度范围内按照给定的规律变化。

将自动控制技术用于生产，可以提高劳动生产率，改进产品质量，降低生产成本，改善劳动条件和加强企业管理。将自动控制技术用于国防领域，可提高部队的战斗力，促进国防现代化。自动控制技术在探索新能源、发展空间技术、改善人们生活以至处理经济、社会问题等方面都起着日益重要的作用。

本章将概括地介绍自动控制的基本概念，并对本课程的内容作一简介，使读者对自动控制理论课程的性质和任务有一个基本的了解，以便能主动地学习以后各章节。

§ 1-1 开环控制和闭环控制

为达到某一目的，由相互制约的各个部分按一定规律组织成的、具有一定功能的整体，称为系统。它一般由控制装置（控制器）和被控对象所组成。

自动控制系统有两种最基本的形式，即开环控制和闭环控制。

开环控制是一种最简单的控制方式，其特点是，在控制器与被控对象之间只有正向控制作用而没有反馈控制作用，即系统的输出量对控制量没有影响。开环控制系统的示意框图如图 1-1 所示。

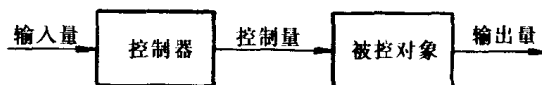


图 1-1 开环控制系统

在开环控制系统中，对于每一个参考输入量，就有一个与之相对应的工作状态和输出量。系统的精度取决于元、器件的精度和特性调整的精度。当系统的内扰和外扰影响不大，并且控制精度要求不高时，可采用开环控制方式。

闭环控制的特点是，在控制器与被控对象之间，不仅存在着正向作用，而且存在着反馈作用，即系统的输出量对控制量有直接影响。将检测出来的输出量送回到系统的输入端，并与输入信号比较的过程称为反馈。若反馈信号与输入信号相减，则称为负反馈，反之，若相加，则称为正反馈。输入信号与反馈信号之差，称为偏差信号。偏差信号作用于控制器上，使系统的输出量趋向于给定的数值。闭环控制的实质，就是利用负反馈的作用来减小系统的误差，因此闭环控制又称为反馈控制，其示意框图如图 1-2 所示。

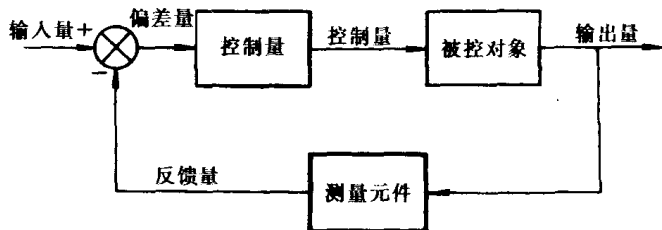


图 1-2 闭环控制系统

反馈控制是一种基本的控制规律，它具有自动修正被控量偏离给定值的作用，因而可以

抑制内扰和外扰所引起的误差，达到自动控制的目的。广义的自动控制系统内容很广，本书所指的自动控制系统即反馈（闭环）控制系统。

下面举几个实例说明开环控制和闭环控制的特点。

图 1-3 所示为一简单贮槽液面控制系统，要求贮槽的液面 h 能保持在允许的偏差范围内。 V_1 是液体流出阀， V_2 是液体流入阀。首先根据要求，液面的高度 h 及 V_1 阀在单位时间内液体的流出量，整定好 V_2 阀的开启程度，以达到预定的目的。但这是个不精确的控制系统，如果 V_1 阀的输出流量和 V_2 阀的输入流量受到温度、液体浓度及其他各种因素的影响而发生了变化，不将液面控制在原标定的 h 值，而超过了允许偏差，系统也无能为力。

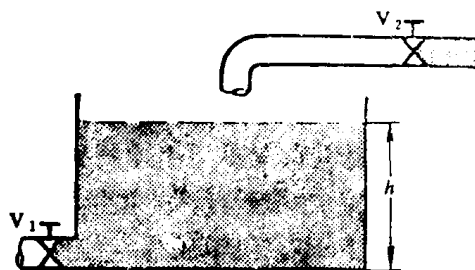


图 1-3 液面控制系统

图 1-4 所示是贮槽液面自动控制系统。不论通过阀 V_1 的输出量怎样发生变化，也能维持贮槽液面在 h 值附近，不超过允许的偏差值。浮子的位置就是测量出来的液面实际高度，它与电位器的滑动触点相连，电位器的中点接零，当液面高度恰好为 h 时，电位器的滑动触点正处于中点位置，电位器无输出电压。若贮槽液面偏离 h 值，则电位器滑动触点就会偏离中心点，于是就使电位器输出一个电压 u_e 。此电压经过放大后，作用于调节阀 V_2 的拖动电动机上，改变阀门开启量，从而调节输入流量，使贮槽液面恢复到 h 值附近。电位器触点也复原到中心点，电压 $u_e = 0$ 。于是阀门 V_2 的电动机不再转动，液面就能维持在 h 值附近而不超过允许误差的范围。

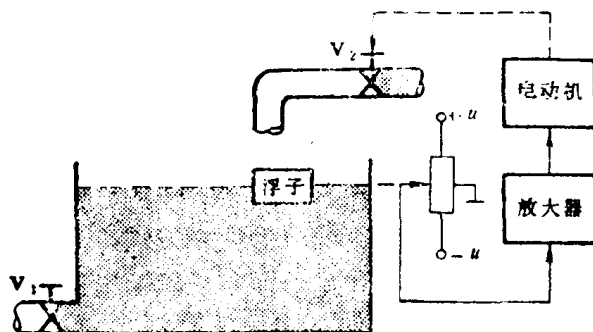


图 1-4 液面自动控制系统

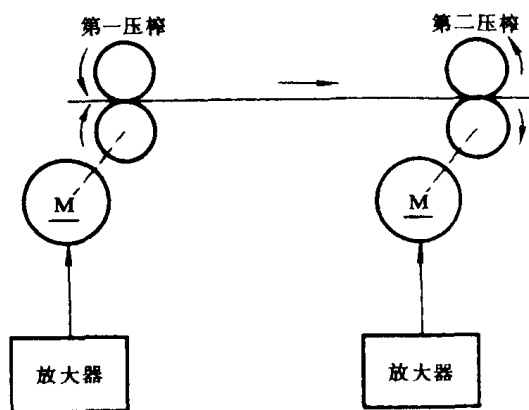


图 1-5 造纸机分部传动系统

图 1-5 所示是造纸机分部传动系统中的一部分。含有大量水分的纸张经过第一压榨辊后，去掉了一部分含水量，然后再进入第二压榨辊，再榨去一部分水分。第一和第二压榨辊分别由各自的电动机 M 拖动。

显然两个压榨辊的转速必须协调，否则将会拉断纸页或出现叠堆。通过整定两个分部压榨辊的拖动电动机 M 的转速来实现速度的协调。但是，简单的开环控制不能抑制内部扰动和外部扰动对电动机转速的影响。

图 1-6 所示则是造纸机分部传动速度反馈控制系统。压榨辊拖动电动机 M 的转速由测速发电机 TG 检测出来，并且转换为速度反馈电压 u_f 。参考输入电压 u_r 与反馈电压 u_f 都送

到运算放大器的输入端并相比较（相减），得到偏差电压 $u_r - u_f$ ，经过放大器放大去控制拖动电机的转速。只要参考输入电压 u_r 稳定，负反馈电压 u_f 与电动机转速间的比例关系也稳定，此种正确设计的控制系统能使分部拖动电动机的转速受扰动的影响降低到能够接受的水平。

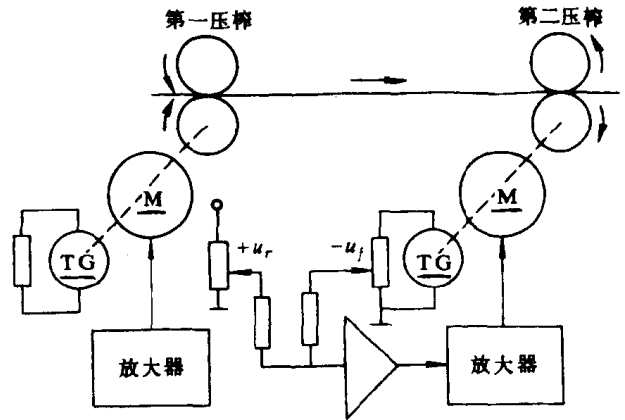


图 1-6 造纸机分部传动闭环控制系统

图 1-7 是字码信息处理机或电子打字机的打印轮控制系统的框图。打印轮有若干个字符，打印时需将打印轮转动到要打印的字符处，并在打印锤前停止。通常由键盘选择字符，一旦按下键盘上某键后，即发出打印轮由现在位置转动到所需位置的指令，指令通常是数码的形式。微处理器计算转动的方向与所需转角，然后送出一个控制信号给放大器，控制电动机转动打印轮。打印轮的位置传感器检测打印轮转动的位置，并将打印轮位置反馈信号用数码的形式反馈到微处理器中，与所要求的位置指令进行比较，直到电动机转动打印轮到所要求的位置为止。

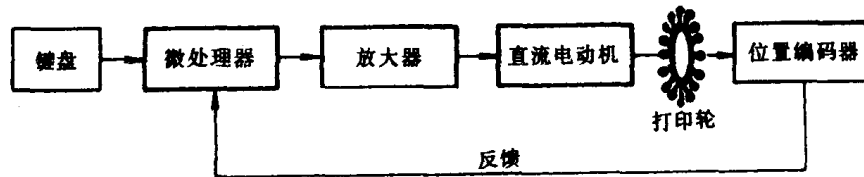


图 1-7 打印轮控制系统框图

上述打印轮转动位置的控制要求有较高的精度，用开环控制方式难于达到要求。因为任何扰动都可能干扰位置指令的执行，而开环控制系统对此都无能为力。

图 1-8 是一个运算放大器的外部接线图。 u_o 是输出电压，它受输入电压 u_i 控制。

分析运算放大器时通常假设

1. 运算放大器的输入阻抗 $R_i = \infty$ ，输出阻抗 $R_o = 0$ ；
2. 放大器无零漂，并且不计失调电压和失调电流；
3. 输入电压在一定范围内时放大器工作于线性状态。

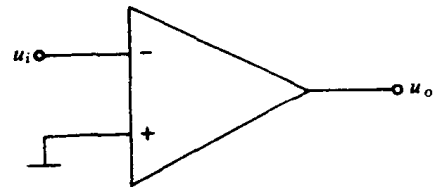


图 1-8 运算放大器

图 1-8 所示运算放大器输入电压 u_i 与输出电压 u_o 的稳态值的关系为

$$u_o = Ku_i \quad (1-1)$$

式中 K ——运算放大器的开环增益（不考虑反号输入）。

如果 K 能保持为恒值，输出 u_o 与输入 u_i 间的比例关系就能稳定。但运算放大器的开环增益 K 极易变化。设 K 变化为 $K + \Delta K$ 后，输出与输入间的关系将为

$$u_o + \Delta u_o = (K + \Delta K)u_i$$

或输入 u_i 并不变动，但输出却有增量为

$$\Delta u_o = \Delta Ku_i \quad (1-2)$$

这说明运算放大器开环使用精度不高。

为此, 采用反馈控制。图 1-9 是运算放大器用反号输入端接成闭环的电路图。输出电压 u_o 通过电阻 R_2 接到反号输入端, 形成负反馈控制。如上述假设条件不变, 则闭环控制的运算放大器的输出与输入间的关系为

$$\left[u_i - (u_i + u_o) \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right] K = u_o \quad (1-3)$$

于是有

$$u_o = \frac{\beta K}{1 + \beta K} \frac{R_2}{R_1} u_i \quad (1-4)$$

式中

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

由式 (1-4) 可见, 输出与输入间仍是比例关系。当然, 为得到与运算放大器开环使用时同样的输出值, 闭环使用时需将输入增大许多倍。

现分析在开环增益 K 变化为 ΔK 时, 输出受到的影响, 显然输出为

$$u_o + \Delta u_o = \frac{\beta(K + \Delta K)}{1 + \beta(K + \Delta K)} \frac{R_2}{R_1} u_i \quad (1-5)$$

将式 (1-5) 减去式 (1-4), 并经过整理即得到

$$\Delta u_o = \frac{\frac{R_2}{R_1 + R_2}}{(1 + \beta K) [1 + \beta(K + \Delta K)]} \Delta K u_i \quad (1-6)$$

将式 (1-6) 与式 (1-2) 比较, 不难看出运算放大器接成闭环电路后, 输出 u_o 受输入 u_i 控制的精度要比开环时提高很多, 开环增益变动给输出造成的误差要减小很多。

综上所述, 可将开环控制和闭环控制的特点归纳如下:

开环控制是一种简单的无反馈控制方式。在开环控制系统中只存在控制器对被控对象的单方向控制作用, 不存在被控制量 (输出量) 对控制量的反向作用。系统的精度取决于组成系统的元、器件的精度和特性调整的精确度。开环系统对外扰及内部参量变化的影响缺乏抑制能力。但开环系统结构简单, 比较容易设计和调整, 可用于输出量与输入量关系为已知, 内外扰动对系统影响不大并且控制精度要求不高的场合。

闭环控制是一种反馈控制, 在控制过程中对被控制量 (输出量) 不断测量, 并将其反馈到输入端与给定值 (参考输入量) 比较, 利用放大后的偏差信号产生控制作用。因此, 有可能部分采用相对来说精度不高、成本较低的元、器件组成控制精度较高的闭环控制系统。闭环系统的控制精度在很大程度上由形成反馈的测量元、器件的精度决定。在这方面, 闭环系统具有开环系统无可比拟的优点, 故应用极广。但与此同时, 反馈的引入使本来稳定运行的开环系统可能出现强烈的振荡, 甚至不稳定。这是采用反馈控制构成的闭环控制时需注意解决的问题。

§ 1-2 自动控制系统的类型

根据不同的分类方法, 自动控制系统的类型可以概括如下:

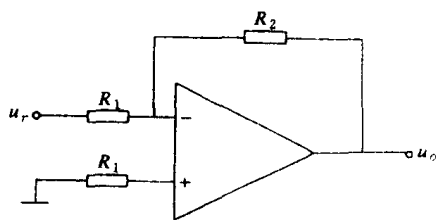


图 1-9 接成闭环电路的运算放大器

一、随动系统与自动调整系统

随动系统又称伺服系统，其特点是输入量总在频繁地或缓慢地变化，要求系统的输出量能够以一定的准确度跟随输入量而变化。

自动调整系统又称恒值调节系统（或调节器系统），其特点是输入保持为常量，或整定后相对保持常量，而系统的任务是尽量排除扰动的影响，以一定准确度将输出量保持在希望的数值上。

前节举出的贮槽液面控制系统和造纸机分部传动速度控制系统，都属于自动调整系统，它们的参考输入量一经整定好，就不轻易变动。而打印轮转动控制系统和运算放大器闭环电路，则应属于随动系统之列。

尽管从要求系统完成的任务看，可以划分这样两类系统，但分析和设计这两种系统的理论和方法无本质不同，只是在考虑着重点上略有差异而已。

二、线性和非线性系统

组成系统的元器件的特性均为线性（或基本为线性），能用线性常微分方程描述其输入与输出关系的称为线性系统。线性系统的主要特点是具有齐次性和叠加性，系统时间响应的特征与初始状态无关。

如果线性常微分方程的各项系数都是与时间无关的常数，则为线性定常系统，也称线性时不变系统或自治系统。如果描述系统的线性常微分方程的各项系数中有时间函数（哪怕只是一项系数），此系统就称为线性时变系统，也称为非自治系统。

在组成系统的元器件中，只要有一个元器件的特性不能用线性方程描述，即为非线性系统。描述非线性系统的常微分方程中，输出量及其各阶导数不全都是一次的，或者有的输出量导数项的系数是输入量的函数。非线性常微分方程没有一种完整、成熟、统一的解法，不能应用叠加原理。非线性系统的时间响应特性与初始状态有极大的关系。非线性系统也有时变和定常系统之分。

严格地讲，实际上不存在线性系统，因为各种物理系统总是不同程度地具有非线性。但只要非线性不严重，能用线性系统理论和方法对待的系统均可称为线性系统。

三、连续系统与离散系统

连续系统各部分的输入和输出信号都是连续函数的模拟量，前节举出的贮槽液面控制，造纸机分部传动速度控制及运算放大器闭环控制等，都属于连续控制系统。

离散系统是指某一处或数处的信号以脉冲列或数码的形式传递的系统，前节举出的打印轮转动控制系统即属此种。

在系统中使用了采样开关，将连续函数形式的信号转变为离散的脉冲列形式的信号去进行控制的系统，通常称为采样控制系统或脉冲控制系统。

如用数字计算机或数字控制器，其离散信号是以数码形式传递的系统，则称为采样数字控制系统或简称为数字控制系统。由于被控制量是模拟量，所以这种系统中有模/数（A/D）和数/模（D/A）转换器。

一般说来，同样是反馈控制系统，但数字控制的精度（尤其是控制的稳态准确度）高于连续控制，因为数码形式的控制信号远比模拟控制信号的抗干扰能力强。所以目前在要求控制精度高的场合，大量使用数字控制系统。当然，数字控制系统的结构也比连续控制系统复杂。

描述连续控制系统用微分方程，而描述离散控制系统则用差分方程。

与连续系统类似，离散系统也有线性与非线性、定常与时变系统之分。

四、单输入单输出系统与多输入多输出系统

单输入单输出系统亦称单变量系统，其输入量和输出量各为一个，系统结构较为简单。

多输入多输出系统亦称多变量系统，其输入量和输出量多于一个，系统结构较为复杂，回路多。一个输入量对数个输出量都有控制作用，反之，一个输出量往往受多个输入量控制，也就是说相互之间有耦合作用。

显然，多变量系统的分析与设计远较单变量系统复杂。

五、确定系统与不确定系统

若系统的结构和参数是确定的、已知的，系统的输入信号（包括参考输入及扰动）也是确定的，可用解析式或图表确切表示，则这种系统称为确定系统。若系统输入信号基本上是确定的，但夹杂有不严重且其影响可忽略不计的噪声时，则此系统也可视为确定系统。

当系统本身或作用于该系统的输入信号不确定时称为不确定系统。例如系统的输入信号混杂有随机噪声，系统使用的元、器件的特性有随机干扰等就构成简单的不确定系统。若随机噪声等能用统计特性表示其特征时，可用概率论对不确定系统加以研究。

六、集中参数系统和分布参数系统

能用常微分方程描述的系统称为集中参数系统。这种系统中的参量或是定常的，或者是时间的函数，系统的各状态（输入量、输出量及中间量）都只是时间的函数，因此，可以用时间作为变量的常微分方程描述其运动规律。

不能用常微分方程，而需用偏微分方程描述的系统称为分布参数系统。在这种系统中，可能是一部分环节能用常微分方程描述，但至少有一个环节需用偏微分方程描述其运动。这个环节的参量不只是时间的函数（也许与时间无关，对时间而言是定常的），而是明显地依赖这一环节的状态。因此，系统的输出将不再单纯是时间变量的函数，而且还是系统内部状态变量的函数，所以需用偏微分方程描述系统。

本书所涉及的内容主要是单变量集中参数线性定常连续系统，同时对于非线性系统及线性离散系统也作了必要的阐述。

§ 1-3 自动控制理论概要

自动控制理论的内容是与自动控制系统需要研究的问题密切相关的。

一、自动控制系统需要分析的问题

(1) 稳定性 稳定是任一自动控制系统能否实际应用的必要条件，自动控制理论至少应给出判断系统稳定性的方法，并应指出稳定性与系统的结构（或称控制规律）及参量间的关系。

(2) 稳态响应 稳态情况下，控制的准确度往往是自动控制系统的一个重要性能指标。自动控制理论应给出计算系统稳态响应的方法，并且指出系统控制规律及参量与稳态响应间的关系。

(3) 暂态响应 对于经常处于暂态过程，或对暂态响应有一定要求的自动控制系统，此问题较为重要。自动控制理论需要研究系统的控制规律及参量与暂态响应的关系，并且能提

供简捷（但可能是不很精确的）估算暂态响应的方法。

二、自动控制系统的設計问题

为分析自动控制系统提供理论依据和方法固属重要，但更重要的是寻求建造一个符合要求的控制系统的思路和方法，或者说有关设计的理论和方法。

当给定一个被控对象的数学模型，一组要求的性能指标时，希望有一种简捷的方法，去解决以下问题。

- (1) 决定出一种合适的（也是一定条件下最优的）控制规律及相应的参量。
- (2) 不需求助于方程的解，能从系统的数学模型近似地估计系统时域响应。
- (3) 若结果不能令人满意，应能指明改善系统性能的途径。
- (4) 能为控制系统的计算机辅助设计或仿真创造条件。

三、古典控制理论与现代控制理论

对于单变量集中参数线性定常确定系统，能够大体解决上述问题的理论与简捷方法是存在的，这就是以积分变换为主要数学工具，用频域方法（包括频率特性法及根轨迹法）以描述输入与输出外部关系的传递函数为基础，研究控制系统的动态特性的理论。习惯上称为古典控制理论。

远在古典控制理论形成之前，就有蒸汽机的飞轮调速器、放大电路的镇定器等自动化系统和装置出现，这都是不自觉地应用了反馈控制概念构成系统的例子。到了本世纪 20 ~ 40 年代，特别是二次世界大战中，一些国防和通信自动化系统的研制，古典控制理论在牢固的基础上形成并逐步成熟。二次大战后到 50 年代，根轨迹法、非线性系统的谐波近似法及采样控制系统的研究方法，进一步丰富了古典控制理论。

从 50 年代中期开始，人们为了发展太空宇航事业，感到古典控制理论尚有不足，于是在古典控制理论的基础上逐步发展了习惯上称呼的现代控制理论。它是以微分方程、线性代数及数值计算为主要数学工具，用时域方法（状态空间方法）以描述系统内部状态变量关系的状态方程为基础，研究系统状态运动的理论。在解决多变量系统、时变系统及最优控制等问题方面，现代控制理论比较有效。但在处理单变量线性定常系统问题上，现代控制理论尚不及古典控制理论及方法简便实用。

现代控制理论本身在深度和广度上也在不断发展，古典控制理论中的零、极点配置及频域方法经过充实和发展，已用来解决多变量控制系统的问题。目前现代控制理论一词的含意已远远超过时域法，特别是状态空间法的范围。对现代控制理论，现已很难严格地为它指定一个范围。

四、本书的内容及实际应用问题

本书的内容主要是系统地阐述古典控制理论。

多数实际工程系统是单变量线性定常系统。针对这种系统应用古典控制理论，不需做过多的计算，就能简捷地将反馈控制系统的主要性能特征与系统的控制规律、参量间的关系直观地表达出来。古典控制理论中最成熟的部分就是线性系统理论。

严格地看，线性系统理论只能用于线性系统。但实际上根本不存在绝对的线性系统。任何物理系统或多或少存在非线性因素。但在误差容许范围内，可以将某些非线性特性线性化。当然，这是有条件的。不顾条件盲目地使用线性系统理论，将得出错误的结论。

线性系统理论即使用于线性系统，也有许多实际问题及困难需要解决，这就是理论的局

限性问题。例如，描述较复杂过程的数学模型的阶次较高时，不但建立数学模型困难，即使建立了形式较复杂的数学模型，如何应用理论和方法也还存在障碍。为了解决这一矛盾，往往在建模时就要慎重确定，在一定条件下，哪些物理变量和相互关系是允许忽略的，哪些对模型的准确度有着决定性的影响，从而抓住主要矛盾，忽略次要因素去建立简化而实用的模型。这样的数学模型既能符合系统的实际情况，在合理的精度要求下，大体上能够描述出系统的本质，同时又便于线性理论的应用。

本书没有将被控对象的建模问题展开讨论，只是介绍了关于建立数学模型的一些基本概念。这并不意味着建模问题不重要，恰恰相反，建模是必须高度重视的课题，没有根据实际机理及控制理论提供的方法特点去建立适用的数学模型，控制理论的应用就缺乏基础。但是建立被控对象的数学模型问题已超出本课程的范围，故仅指出此问题的重要性，而未展开阐述。

§ 1-4 自动控制系统中的术语和定义

图 1-10 是自动控制系统的示意框图，现对其中的术语和定义给以说明。这些术语、定义和代表符号在本书中将经常用到。

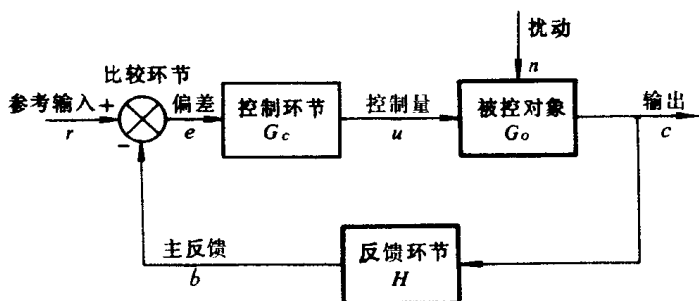


图 1-10 自动控制系统的示意框图

参考输入 r ——输入到控制系统的指令信号；

主反馈 b ——与输出成正比或成某种函数关系，但量纲与参考输入相同的信号；

偏差 e ——参考输入与主反馈之差的信号，偏差有时也称为误差；

控制环节 G_c ——接受偏差信号，通过转换与运算，产生控制量；

控制量 u ——控制环节的输出，作用于被控对象的信号；

扰动 n ——不希望的、影响输出的信号；

被控对象 G_o ——它接受控制量并输出被控制量；

输出 c ——系统被控制量；

反馈环节 H ——将输出转换为主反馈信号的装置；

比较环节——相当于偏差检测器，它的输出量等于两输入量的代数和。箭头上的符号表示输入在此相加或相减。

第二章 线性系统的数学模型

自动控制系统的种类很多，它可以是物理的，也可以是非物理的，如生物的、社会经济的等。本书只讨论物理系统。

工程的最终目的是建造实际的物理系统以完成某些规定的任务，例如建造一个室内调温系统，或是造纸机稳速系统，或是火箭制导系统等。这时基本上可以用经验法和解析法两种方法去完成设计任务。在经验法中，设计者运用丰富的实际经验，结合试凑方法，对于比较简单的系统，可以得到满意的结果。但对于复杂的系统，经验法往往难以奏效，这时就要应用解析法。在解析法中，为了设计（或者分析）一个自动控制系统，首先需要建立其数学模型，即描述这一系统运动规律的数学表达式。

应该指出，对于一个复杂的物理系统，建立恰当的数学描述，绝非一件容易的事。为了便于研究，往往要提出一些简化系统的假设，将系统理想化。一个理想化的物理系统称作物理模型。物理模型的数学描述称作数学模型。

为使问题简化，在选择模型时要提出一些理想化的假设。对于准确度的要求愈高，假设的局限性愈大，模型也就愈复杂。但是选择过于复杂的模型，既不利于研究，也难完全保证所要求的系统准确度。因此，在建立模型时所提出的理想化假设条件要适当，要在模型的简化性与分析结果的精确性之间作某种折衷。这既需要丰富的实际经验，坚实的数理基础，又需要一定的技巧。

对于一个物理系统，根据要研究的问题和所要求的准确度可以采用多种不同的物理模型。例如一个电子放大器在高频和低频时就有不同的模型，或者工作频段固定了，但因被放大信号的幅值大小不同，一个电子放大器有时可以视作线性元件的组合，有时也可以把其中某些元件视为非线性元件。

建模过程实质上是对控制系统，首先是对被控对象调查研究的过程。只有通过对系统的仔细调查研究，去粗取精，去伪存真，由此及彼，由表及里，抓住本质和主流的东西，忽略一些非本质的和次要的因素，才能建立起既比较简单，又能基本反映实际物理过程的模型。在这里重要的是需准确地分析出哪些物理变量和相互关系是可以忽略的，哪些是对模型的准确度有决定性影响，因而必须考虑的。

建模中经常遇到的一个问题是线性化问题。严格地讲，实际物理系统都是非线性系统，只是非线性的程度有所不同而已。但是许多系统在一定条件下可以近似地视作线性系统。线性系统具有齐次性和叠加性，可使系统的设计与分析大为简化。

在控制工程中经常采用的方法是，首先建立简化的尽可能线性化的模型，在此基础上求得系统的近似特性。必要时，再采用较复杂的模型进一步研究。这种逐步近似的研究方法也是工程上一般常用的方法。

当然，还应该指出，并非所有的控制系统都能采用线性化的处理方法。对于一些包含本质非线性特性的系统需要采用非线性系统的研究方法。

一个物理系统可以采用不同的数学描述方法。在古典控制理论中着重研究系统的输入与

输出间的关系，因此采用输入—输出描述（或称外部描述）。在现代控制理论中，往往不但研究系统的输入与输出的关系，而且还研究系统内部各个状态变量，因此采用状态变量描述（或内部描述）。从研究控制系统的方法看，无论是古典控制理论还是现代控制理论都有时域方法和频域方法，当然，相应的数学描述的形式也就有所不同。

建立数学模型有两种基本方法：机理分析法和实验辨识法。实际上只有部分系统的数学模型能根据机理用分析推导的方法求得，而另外有相当多数量的系统的数学模型需要通过实验辨识方法去建立。考虑到课程之间的分工与配合，本章着重讨论建模的指导思想和建模的一般原理，阐述数学模型的特点和性质，不用过多的篇幅去推导具体系统的数学模型。

本章内容限于线性定常系统的数学模型。

§ 2-1 线性系统的输入—输出时间函数描述

在古典控制理论中采用系统的输入—输出描述（或称外部描述），其目的在于通过该数学模型确定被控制量与给定量或扰动量之间的关系，为分析或设计系统创造条件。给定量和扰动量称为系统的输入量，被控制量则称作系统的输出量。在输入信号（广义的）的作用下，系统相应的输出亦称为系统的响应。

对物理系统进行输入—输出微分方程描述时，首先要确定系统的输入量和输出量。其次，通过分析研究，提出一些合乎实际的简化系统的假设。接下去是根据物理或化学定律列出描述系统运动规律的一组微分方程。最后消去中间变量，求出描述系统输入与输出关系的微分方程。如微分方程为线性，且其各项系数均为常数，则称为线性定常系统的数学模型。

下面举例说明用分析方法建立系统微分方程的过程。

例 2-1 图 2-1 所示为一弹簧阻尼系统，图中质量为 m 的物体受到外力 F 的作用，产生位移 y ，求该系统的输入—输出描述。

解 根据图 2-1 所示系统，外力 F 和位移 y 可视为系统的输入量和输出量。由于有弹簧和阻尼器，故相应地有弹簧阻力 F_s 和粘性摩擦阻力 F_f 存在。从牛顿定律有

$$ma = \Sigma F = F - F_s - F_f \quad (2-1)$$

式中 m ——质量；

a ——加速度。

又因为

$$F_s = ky$$

$$F_f = fv = f \frac{dy}{dt}$$

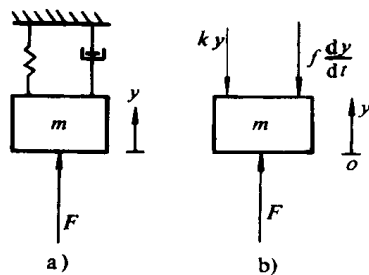


图 2-1 弹簧阻尼系统

式中 f ——粘滞摩擦系数，在一定相对运动范围内可视为常数；

k ——弹簧系数，在弹性极限内可视为常数；

v ——物体相对的移动速度，它是位移 y 对时间 t 的导数。

将以上两式代入式 (2-1)，可得

$$m \frac{d^2}{dt^2} y + f \frac{d}{dt} y + ky = F \quad (2-2)$$

式 (2-2) 即为描述该弹簧阻尼系统输入与输出关系的微分方程。

例 2-2 图 2-2 所示为一机械旋转系统。转动惯量为 J 的圆柱体，在转矩 T 的作用下产生角位移 θ ，求该系统的输入—输出描述。

解 假定圆柱体的质量分布均匀，质心位于旋转轴线上，而且惯性主轴和旋转主轴线相重合，则其运动方程可写成：

$$J \frac{d^2}{dt^2} \theta = \Sigma T = T - T_f - T_s \quad (2-3)$$

考虑到

$$T_f = f\omega = f \frac{d}{dt} \theta$$

$$T_s = k\theta$$

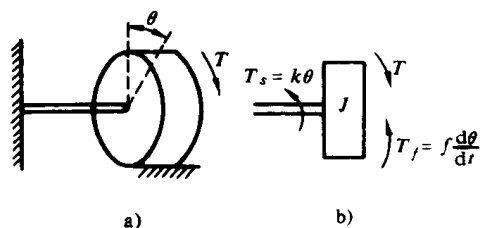


图 2-2 机械旋转系统

式中 f ——粘滞摩擦系数，在一定条件下可视为常数；

ω ——角速度，它是角位移 θ 对时间 t 的导数；

k ——弹性扭转变形系数，在一定条件下可视为常数。

就可得到描述输入与输出关系的微分方程：

$$J \frac{d}{dt^2} \theta + f \frac{d}{dt} \theta + k\theta = T \quad (2-4)$$

例 2-3 图 2-3 所示为一电阻、电感、电容串联网路，其中 u 为输入电压，求以电容两端电压 u_c 为输出的微分方程

解 此电路是我们熟悉的，如不考虑分布参数影响及各种非线性影响，可列出此电路的电压平衡方程式：

$$L \frac{di}{dt} + Ri + u_c = u \quad (2-5)$$

式中 L ——电感；

R ——电阻。

考虑到

$$i = \frac{dq}{dt}$$

$$q = Cu_c$$

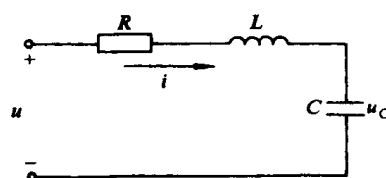


图 2-3 RLC 串联网路

式中 q ——电荷量；

C ——电容。

式 (2-5) 可以改写为

$$LC \frac{d^2}{dt^2} u_c + RC \frac{d}{dt} u_c + u_c = u \quad (2-6)$$

这就是描述该电路输入与输出关系的微分方程。

以上三种不同物理系统介绍了用机理分析法推导描述系统输入与输出关系的数学模型，它常被称为机理模型。由此不难看出，系统的数学模型由其结构、参量及基本运动定律决定。

在一般情况下，描述线性定常系统输入与输出关系的微分方程如下：

$$\frac{d^n}{dt^n} c(t) + a_1 \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} c(t) + \cdots + a_{n-1} \frac{d}{dt} c(t) + a_n c(t)$$