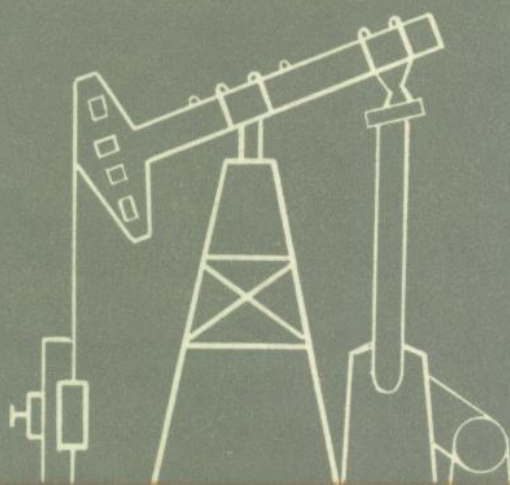


油田应力测量

刘建中 张金珠 张 雪 编著



地震出版社

北京)

(京)新登字 095 号

内 容 提 要

本书介绍了油田应力测量的水力压裂、井壁崩落、井下微地震波、岩芯擦痕、应力解除、S波分裂等多种地球物理及地质学方法。其中有的是已在、有的是将可能在我国石油行业应用的方法。另外,也介绍了相应的岩石力学理论基础、实验与测试技术;还阐述了油田应力场资料分析的内容和程式;讨论了油田应力测量结果在指导采油方面的实际应用。本书中数学推导较详尽,有关资料翔实。

本书可供有关大专院校采油、勘探、开发专业师生和油田应力测量工作者参考、使用。

油 田 应 力 测 量

刘建中 张金珠 张 雪 编著

责任编辑:刘新美

责任校对:张 雪

*

地 震 出 版 社 出 版 发 行

北京民族学院南路9号

*

中国地质大学轻印刷厂印刷

787×1092 1/16 13.25 印张 339 千字

1993年12月第一版 1993年12月第一次印刷

印数 0001—1000

ISBN 7-5028-1058-7/P·642

(1451)定价: 15.50 元

为增产服务

翁文波



九三十一

序

油气生储盖地层是地壳上部的组成部份。在漫长的地质年代里,它经历了无数次沉积轮回和升沉运动的各个历史阶段。地壳物质内产生了一系列的内应力效应。这些内应力来源于板块边界的挤压、地幔对流、岩浆活动、地球的转动、新老地质构造运动以及地层重力、地层温度的不均匀、地层中的水压梯度等等,使地下岩层处于十分复杂的自然受力状态。这种应力统称为地壳应力或地应力,它是随时间和空间变化的。它主要以两种形式存在于地层中:一部份是以弹性形式;其余则由于种种原因在地层中处于自我平衡而以冻结形式保存着。

因此,地应力是客观存在的一种自然力,它必然影响油气勘探和开发的过程。掌握地应力的分布规律,包括其作用的方向和数值大小是极为重要的。

含油气盆地内的油气生成、运移、聚集、保存以及破坏再聚集的过程与盆地所处环境和区域构造应力场的历史上的发展变化,有密切关系。开展古地应力场和当今应力场的研究,有助于揭示低渗透油气田和裂缝性油气田的油气分布规律。

任何构造现象都是复杂的历史产物,构造应力场也包含了复杂的历史叠加现象,无法只靠当今应力场的测量加以确定,而需要根据地质构造运动的历史遗迹,配合以必要的岩石物理力学特性的试验,开展地质力学,岩石力学的分析反演,数值运算来进行判断。其难度和不确定性是可想而知的。

在油气田开发工程方面,更令人瞩目的是当今应力场的状态以及在开发过程中油田地下应力场的变化。油藏开发工程应该说是地下岩层中渗流场、应力场、温度场等的耦合问题,其中地应力场的作用占有重要地位。在油气开发过程中,由于地应力的作用会引起储藏的压实或扩张导致孔隙度,渗透率的变化;地应力对注采井网布署的注采开发方案的设计有着重大关系;地应力对水力压裂设计,水压裂缝的延伸扩展规律,开采过程的出砂问题,注水诱发地震,引起地层滑移、蠕动,导致大面积的套管损坏等人为灾害有很大作用。在油气井的钻井过程中,地应力对井壁的稳定,地层破裂压力梯度,打直防斜或钻定向斜井、水

平井的轨迹控制,流变地层中的套管变形等也是重要因素。

油田地应力的测量,研究和应用相对于其它行业说来,起步较晚,其重要性至今尚未得到足够的重视,是极待加强的。

油田地应力的测量研究应包括地应力的主方向和地应力的数值大小两个方面。目前在应力方向上研究得较多,对数值大小的测定方法还比较少,并加上油气储层埋藏比较深,已达 5000—6000m,更增加了测量的难度,应该大力发展,推广石油工业独具的水力压裂等的测试方法以及对一些测井技术的解释应用。

本书在讨论油田地应力测量研究的有关数学、力学的基础后,比较全面地介绍了测量地应力的各种方法及其原理,包括水压致裂,凯瑟效应、岩石差应变分析、井壁崩落、井下微地震,地面电测,应力解除,岩芯滞弹性应变松弛,岩石波速各向异性,长源距声波测井分析以及对钻井井斜资料的分析等。此外,还论述了有关岩石的物理,力学性质的测试方法和技术,介绍了构造应力的数值计算,反演、求解的理论和一般方法,内容十分丰富,数据资料繁多。对于推动地应力测量在石油工业中的应用起了促进作用。

因此,本书对于从事油气勘探和开发工程的技术人员、研究人员以及大专院校的学生,研究生均有参考价值,读者必将从中汲取许多有益的知识,获得重要的启示。

黄荣樽

一九九三年八月二日

前 言

地壳应力测量是一门在地球物理学、岩石力学、渗流力学、地质学和地震学等学科的基础上发展起来的边缘科学分支。从它一诞生起,就与人类对自然的改造联系在一起,为各类大型工程建设的稳定性提供基础资料,应用性极强。一些科学家为应力测量的理论、技术发展做出了贡献。人类改造自然的需要是对科学发展的最大推动力。由于地球动力学的研究以及土木工程、水利工程建设规模的扩大,特别是油田的勘探、开发对地壳应力测量数据的需要,极大地推动了地应力测量理论、技术水平的提高。

地壳绝对应力的研究方法可以分为三大类,一是资料分析方法,如河流变迁,板块作用,地形起伏,地质构造,震源机制,这些资料可以定性地给出大范围的应力场分布与特点,很难进行精细的应力场研究。二是有孔应力测量,如水力压裂应力测量,井壁崩落应力方位测量,套芯应力解除等等。这些方法可以给出比较准确的应力测量结果,精确地描述应力场特点。但是深部应力测量,代价昂贵。国内为了应力测量所钻的孔深度至今不超过 1500m。三是岩芯分析方法,国内多数岩芯来自钻孔,该方法是有孔应力测量的派生方法。但是,由于可以在室内测定,不需要大量的现场设备和人员,也有广泛的应用。如何给出岩芯在钻孔中原来的方位则是该方法的一个技术关键,至今,给岩芯定向的方法虽然已有很多种,但是,在国内还没有一种方法可以普遍运用,而又非常可靠。是一个有待进一步研究、解决的问题。

由于油、气运移与地壳应力场的形成过程、分布特点有关,井网布置、提高石油采收率需要地壳应力方面的数据。因此,油田对开展应力测量及提高应力测量水平的需要最迫切。油田又有最多、最深的钻孔及钻孔作业资料,具备开展应力测量的条件。二十世纪 80 年代末,油田就成为研究,发展应力测量理论、技术的主战场。

海姆森(Haimson)在美国兰吉利油田根据水力压裂法测得的应力值推算了临界注水压力,该注水压力与实测临界注水压力有很好的拟合。从理论到实践证明了水力压裂法测量应力在油田应用的可靠性和可用性,为应力测量在油田应用开创了成功的先例。

在我国,中国科学院,国家地震局,中国石油天然气总公司,地质矿产部,水利电力部和核工业部等与地学有关部门的研究力量都在油田开展了这方面的研究。其成果也为油田带来了巨大的经济效益。目前,此项工作方兴未艾,正在向更广阔的领域、更大的深度发展。

作者十多年来,一直从事油田应力测量的理论、方法和实测技术的研究,先后在国内几个油田做了应力测量方面的工作,本书就是对这些工作的总结。其中也参考了同行的工作成果,力求使本书能反映应力测量的最新技术和最高水平。当然,由于个人认识的局限性,书中错误和不足在所难免,希望得到读者的指正。

本书是集体劳动的结晶。李宾元教授曾对本书的编写提纲提出了建议。完稿后,黄荣樽教授、杨懋源研究员对全书文稿进行了逐字的认真的审核并提出了宝贵的意见。宋志敏和孙于芳同志对全书的插图进行了清绘。毛吉震同志提供了部分图件。张宏、李珏同志对本书的版式设计提出了宝贵的建议。地震科学联合基金会赞助了本书出版。作者在此一并表示感谢。

作者

1993 年 8 月于北京

目 录

第一篇 岩石应力测量基础	(1)
第一章 岩石应力分析	(1)
1.1 一点的应力状态	(1)
1.2 应力坐标变换	(4)
1.3 截面内的主应力和空间主应力	(5)
1.4 应力二次曲面	(6)
1.5 应力摩尔圆	(9)
1.6 平衡方程	(11)
1.7 应力协调方程	(12)
1.8 岩石弹性力学问题的应力函数解法	(13)
1.9 柱坐标系中的岩石弹性力学	(15)
1.10 平面问题	(20)
第二章 岩石应变分析	(24)
2.1 位移、应变及几何方程	(24)
2.2 应变的坐标变换	(25)
2.3 以应变表示的平衡方程	(27)
2.4 变形协调方程	(28)
2.5 有限应变表达式	(29)
2.6 弹性力学问题中的应变解法	(30)
第三章 流变岩石力学	(31)
3.1 岩石流变模型	(31)
3.2 马克斯威尔体	(32)
3.3 开尔文体	(33)
3.4 粘弹性体模型	(33)
3.5 双层厚壁筒的粘弹性解	(35)
第二篇 与油田应力测量有关的岩石实验	(38)
第四章 常规岩石实验	(38)
4.1 常规岩石实验使用的压机	(38)
4.2 常用岩石弹性常数的测定	(40)
4.3 岩石孔隙度的测定	(44)
4.4 岩石渗透率的测定	(46)
4.5 岩石的抗张强度、凝聚力 and 抗压强度	(48)
第五章 岩石的波速测量	(54)
5.1 常用的岩石波速测量方法	(54)
5.2 波速测量成果在石油生产中的应用	(56)

5.3 动态岩石参数和静态岩石参数	(58)
第六章 凯瑟效应实验	(61)
6.1 凯瑟效应的一般实验方法	(61)
6.2 凯瑟效应的理论解释	(62)
6.3 凯瑟效应方法的推广	(63)
第七章 水力压裂模拟实验	(66)
7.1 室内水力压裂模拟实验的一般过程	(66)
7.2 岩石样品尺度对破裂压力的影响	(66)
7.3 尺度、缝长对室内实验结果的影响	(69)
7.4 大尺度水力压裂模拟实验	(70)
7.5 水力压裂裂缝的扩展	(72)
7.6 用封闭压力(关系泵压力)确定最小水平主应力	(74)
第八章 岩石实验中的差应变分析	(78)
8.1 差应变实验	(78)
8.2 主应变方向的计算	(78)
8.3 主应力值的估算	(80)
8.4 用差应变方法测量野外应力的实例	(81)
第三篇 油田应力测量	(82)
第九章 水力压裂应力测量	(82)
9.1 水力压裂应力测量的一般方法	(82)
9.2 水力压裂应力测量结果分析	(84)
9.3 用油田压裂资料分析应力值	(89)
9.4 随钻压裂	(92)
9.5 水平钻孔水力压裂应力测量	(92)
9.6 倾斜钻孔的水力压裂应力测量	(93)
9.7 岩石力学参数各向异性对水力压裂应力测量结果的影响	(95)
第十章 用井壁崩落法测定油田应力方向	(98)
10.1 理论基础	(98)
10.2 井壁崩落资料的识别	(99)
10.3 钻孔崩落方位的测量	(99)
10.4 地层倾角仪测量原理	(102)
第十一章 用井下微地震波确定油层水平主应力方向	(106)
11.1 理论基础	(106)
11.2 井下微地震波观测	(109)
11.3 记录资料的处理	(110)
第十二章 由岩芯擦痕分析应力场	(112)
12.1 岩芯擦痕资料的提取	(112)
12.2 第一种擦痕分析方法	(114)
12.3 第二种擦痕分析方法	(116)

12.4 由擦痕分析方法获得的应力场结果·····	(118)
第十三章 其它应力测量方法·····	(120)
13.1 地面电测法·····	(120)
13.2 应力解除法和滞弹性应变松弛法·····	(122)
13.3 用油田井斜资料估算应力方向·····	(128)
13.4 用波速各向异性测量应力方向·····	(129)
13.5 S波分裂·····	(130)
13.6 长源距声波测井·····	(131)
13.7 应力乌尔夫网图·····	(134)
13.8 用地质学方法分析油田应力场·····	(138)
第四篇 油田应力场及其研究方法·····	(144)
第十四章 油田应力测量的一些结果·····	(144)
14.1 油田应力测量的一些结果·····	(144)
14.2 对地壳上部应力界限的讨论·····	(151)
14.3 一些应力特征量随深度的变化·····	(154)
14.4 相对应力测量简介·····	(158)
第十五章 油田应力场·····	(160)
15.1 油层原地应力的构成与变化·····	(160)
15.2 温度变化附加的应力场·····	(162)
15.3 油田由于注水、采油所引起的应力场变化·····	(165)
15.4 套管上的应力集中·····	(168)
第十六章 油田应力场的数值计算·····	(171)
16.1 用有限差分方法计算应力场·····	(171)
16.2 有限元法·····	(178)
16.3 应力函数法·····	(188)
16.4 地应力测量结果在油田生产中的应用·····	(191)
16.5 古地应力场的研究方法·····	(194)
16.6 应力场与油气运移的关系·····	(199)
参考文献·····	(201)

第一篇 岩石应力测量基础

多数地壳应力测量是在岩石介质中进行的。准确、可靠的地壳应力测量必须基于对岩石力学、物理性质的清晰了解上。

第一章 岩石应力分析

在外力作用的周期很小、岩石变形的时间效应可以忽略不计,作用应力又不足以使岩石发生新的微观破裂时,岩石介质的力学行为近于弹性。从数值上讲,多数岩石是一种抗压强度很大,抗张强度很小的介质,且自然界中的多数岩石处于受压状态。因此,岩石弹性力学中总以压应力为正,张应力为负。多数岩石近于脆性材料,弹性变形很小。因此,描写岩石变形通常用拉格朗日 (Lagrange) 方法,即以变形前的坐标 (x, y, z) 作自变量。

1.1 一点的应力状态

应力是矢量,是假想把一块岩石切开,位于岩石一侧切面上 c 点的微面元受到的另一侧岩石的作用力(图 1.1a, b)。可以写为

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} P_s = \frac{\Delta P_s}{\Delta S} \quad (1.1)$$

P_s 即为 c 点在该截面上的应力矢量。在一般情况下, P_s 与截面法线 ν 并不重合,前者的方向余弦可以写为

$$l_p = \frac{P_x}{|P_s|} \quad m_p = \frac{P_y}{|P_s|} \quad n_p = \frac{P_z}{|P_s|} \quad (1.2)$$

$$\left. \begin{aligned} l_p^2 + m_p^2 + n_p^2 &= 1 \\ P_s^2 &= P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

后者的方向余弦可以写为

$$l = \frac{x}{|R|} \quad m = \frac{y}{|R|} \quad n = \frac{z}{|R|} \quad (1.4)$$

$$\left. \begin{aligned} l^2 + m^2 + n^2 &= 1 \\ R^2 &= x^2 + y^2 + z^2 \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

若令

$$\cos \theta = ll_p + mm_p + nn_p \quad (1.6)$$

仅当 $|\cos \theta| = 1$ 时,应力矢量 P_s 才与法线 ν 重合, R 是沿截面法线 ν 的矢径长度。从上述分析可以看出,应力方向和应力作用面是应力的两个基本概念。

c 点的应力状态可以用 9 个应力分量表示:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

其中, $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$, $\sigma_{xz} = \sigma_{zx}$, $\sigma_{yz} = \sigma_{zy}$ 是该点 3 个可以不等剪切应力, σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} 是该点 3 个可以不等正应力。应力的下角标中的第 1 个字母表示应力所作用的截面的法向, 第 2 个字母表示应力的作用方向。故一点仅有 6 个可以彼此间不等的应力分量。以后我们可以证明, 这 6 个应力分量也不是完全独立的。

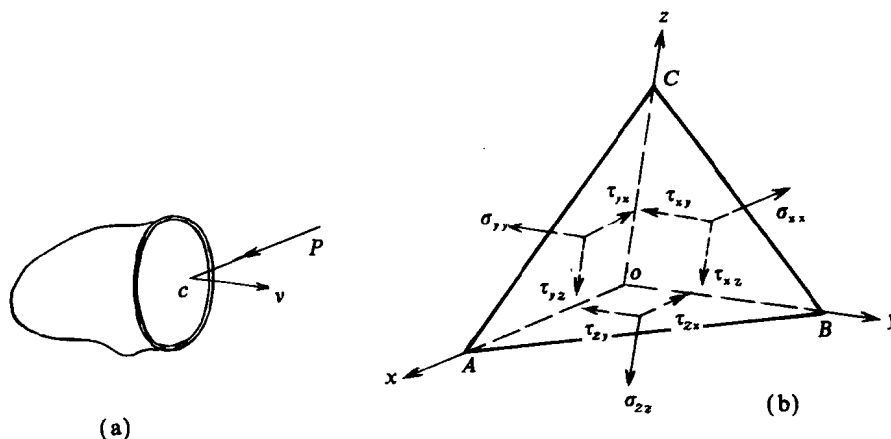


图 1.1 (a) 应力矢量; (b) 一点的应力状态

所谓主应力, 即与该应力平行的方向上剪切应力为零。一点可以有 3 个这样的主应力, 与这 3 个主应力垂直的并通过该点的平面称为主平面。故一点有 3 个互相垂直的主应力和三个彼此正交的主平面。其矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

沿坐标轴方向的应力叠加可以表示为

$$\left. \begin{aligned} P_x &= \sigma_{xx}l_{k1} + \sigma_{xy}m_{k1} + \sigma_{xz}n_{k1} \\ P_y &= \sigma_{xy}l_{k2} + \sigma_{yy}m_{k2} + \sigma_{yz}n_{k2} \\ P_z &= \sigma_{xz}l_{k3} + \sigma_{yz}m_{k3} + \sigma_{zz}n_{k3} \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

若 P_x, P_y, P_z 沿着主应力方向

$$P_x = \sigma_{ii}l_{k1} \quad P_y = \sigma_{ii}m_{k2} \quad P_z = \sigma_{ii}n_{k3} \quad (1.10)$$

式(1.9)和(1.10)也被用作应力边界条件。即令外加单位面积上的作用力与 P_x, P_y, P_z 相等。式中的下角标 i 可以分别为 1, 2, 3 中的一个。

把式(1.10)代入式(1.9)得

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_{xx} - \sigma_{ii})l_{k1} + \sigma_{xy}m_{k1} + \sigma_{xz}n_{k1} &= 0 \\ \sigma_{xy}l_{k2} + (\sigma_{yy} - \sigma_{ii})m_{k2} + \sigma_{yz}n_{k2} &= 0 \\ \sigma_{xz}l_{k3} + \sigma_{yz}m_{k3} + (\sigma_{zz} - \sigma_{ii})n_{k3} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

上式是一齐次线性方程组,若有非零解,需系数行列式为零,即

$$\begin{vmatrix} (\sigma_{xx} - \sigma_m) & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & (\sigma_{yy} - \sigma_m) & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & (\sigma_{zz} - \sigma_m) \end{vmatrix} = 0 \quad (1.12)$$

将行列式展开

$$\sigma_m^3 - \theta_1 \sigma_m^2 + \theta_2 \sigma_m - \theta_3 = 0 \quad (1.13)$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \\ \theta_2 &= \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \\ \theta_3 &= \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

$\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 是正交坐标系内的 3 个应力不变量。

式(1.13)是一个三元一次方程。设

$$W_k = \sigma_k - \frac{\theta_1}{3} \quad (1.15)$$

式(1.13)可以写为

$$W_k^3 + \alpha W_k + \beta = 0 \quad (1.16)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= (3\theta_2 - \theta_1^2)/3 \\ \beta &= (2\theta_1^3 - 9\theta_1\theta_2 - 27\theta_3)/27 \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

若 $\beta^2/4 + \alpha^3/27 \neq 0$, 则方程(1.16)有 3 个根:

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= 2 \sqrt{-\frac{\alpha}{3}} \cos(\varphi/3) \\ W_2 &= 2 \sqrt{-\frac{\alpha}{3}} \cos(\varphi/3 + 120^\circ) \\ W_3 &= 2 \sqrt{-\frac{\alpha}{3}} \cos(\varphi/3 + 240^\circ) \end{aligned} \right\} \quad (1.18)$$

其中

$$\varphi = \cos^{-1} \left(\frac{-\beta/2}{\sqrt{-\alpha^3/27}} \right)$$

则 3 个主应力值分别为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11} &= 2 \sqrt{-\frac{\alpha}{3}} \cos(\varphi/3) + \frac{\theta_1}{3} \\ \sigma_{22} &= 2 \sqrt{-\frac{\alpha}{3}} \cos(\varphi/3 + 120^\circ) + \frac{\theta_1}{3} \\ \sigma_{33} &= 2 \sqrt{-\frac{\alpha}{3}} \cos(\varphi/3 + 240^\circ) + \frac{\theta_1}{3} \end{aligned} \right\} \quad (1.19)$$

把计算出的主应力值和 6 个应力分量代回式(1.11),则可以计算出 3 个主应力的方向余弦。

由式(1.11)的任意两式,例如前两式解得

$$\left. \begin{aligned} \frac{l_1}{n_1} &= \frac{\begin{vmatrix} \sigma_{xx} & -\sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} & (\sigma_{11} - \sigma_{yy}) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (\sigma_{11} - \sigma_{xx}) & -\sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & (\sigma_{11} - \sigma_{yy}) \end{vmatrix}} \\ \frac{m_1}{n_1} &= \frac{\begin{vmatrix} (\sigma_{11} - \sigma_{xx}) & \sigma_{xx} \\ -\sigma_{xy} & \sigma_{yz} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (\sigma_{11} - \sigma_{xx}) & -\sigma_{xy} \\ -\sigma_{xy} & (\sigma_{11} - \sigma_{yy}) \end{vmatrix}} \end{aligned} \right\} \quad (1.20)$$

再由 $l_1^2 + m_1^2 + n_1^2 = 1$ 解得

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{m_1}{n_1}\right)^2 + \left(\frac{l_1}{n_1}\right)^2}} \quad (1.21)$$

把式(1.20)代入式(1.21),可以求得 n_1 ,再把 n_1 代入式(1.20),则可求得 l_1, m_1 。同理可求得 l_2, m_2, n_2 和 l_3, m_3, n_3 。

最后由 l_k, m_k, n_k 值,可以给出主应力 σ_k 在 xy 平面上的方位角 V_k ,及倾角 T_k (苏恺之, 1985)。

$$\operatorname{tg} V_k = \frac{l_k}{m_k} \quad \sin T_k = n_k \quad (1.22)$$

1.2 应力坐标变换

与经 c 点的任意微面元垂直的方向上,都有一个正应力作用在面元上。如果该平面不是主平面,该面上还应作用有两个彼此正交的剪切应力。对有方向余弦如表 1.1 的非主平面坐标,经应力坐标变换,在新坐标系中其应力表示为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{nn} &= \sigma_{xx}l_1^2 + \sigma_{yy}m_1^2 + \sigma_{zz}n_1^2 + 2\sigma_{xy}l_1m_1 + 2\sigma_{xz}l_1n_1 + 2\sigma_{yz}m_1n_1 \\ \sigma_{nv} &= \sigma_{xx}l_1l_2 + \sigma_{yy}m_1m_2 + \sigma_{zz}n_1n_2 + \sigma_{xy}(l_1m_2 + l_2m_1) \\ &\quad + \sigma_{yz}(m_1n_2 + m_2n_1) + \sigma_{xz}(n_1l_2 + n_2l_1) \\ \sigma_{nw} &= \sigma_{xx}l_1l_3 + \sigma_{yy}m_1m_3 + \sigma_{zz}n_1n_3 + \sigma_{xy}(l_1m_3 + l_3m_1) + \sigma_{yz}(m_1n_3 + m_3n_1) \\ &\quad + \sigma_{xz}(n_1l_3 + n_3l_1) \end{aligned} \right\} \quad (1.23)$$

若 x, y, z 轴是主应力轴

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{nn} &= \sigma_{11}l_1^2 + \sigma_{22}m_1^2 + \sigma_{33}n_1^2 \\ \sigma_{nv} &= \sigma_{11}l_1l_2 + \sigma_{22}m_1m_2 + \sigma_{33}n_1n_2 \\ \sigma_{nw} &= \sigma_{11}l_1l_3 + \sigma_{22}m_1m_3 + \sigma_{33}n_1n_3 \end{aligned} \right\} \quad (1.24)$$

而在上述微面元内则应存在两个正应力和一个剪切应力

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{vv} &= \sigma_{xx}l_2^2 + \sigma_{yy}m_2^2 + \sigma_{zz}n_2^2 + 2\sigma_{xy}l_2m_2 + 2\sigma_{xz}l_2n_2 + 2\sigma_{yz}m_2n_2 \\ \sigma_{vw} &= \sigma_{xx}l_2l_3 + \sigma_{yy}m_2m_3 + \sigma_{zz}n_2n_3 + 2\sigma_{xy}l_2l_3 + 2\sigma_{xz}l_2n_3 + 2\sigma_{yz}m_2n_3 \\ \sigma_{ww} &= \sigma_{xx}l_3^2 + \sigma_{yy}m_3^2 + \sigma_{zz}n_3^2 + 2\sigma_{xy}l_3m_3 + 2\sigma_{xz}l_3n_3 + 2\sigma_{yz}m_3n_3 \end{aligned} \right\} \quad (1.25)$$

如果 x, y, z 轴是主应力轴

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{vv} &= \sigma_{11}l_2^2 + \sigma_{22}m_2^2 + \sigma_{33}n_2^2 \\ \sigma_{ww} &= \sigma_{11}l_3^2 + \sigma_{22}m_3^2 + \sigma_{33}n_3^2 \\ \sigma_{vw} &= \sigma_{11}l_2l_3 + \sigma_{22}m_2m_3 + \sigma_{33}n_2n_3 \end{aligned} \right\} \quad (1.26)$$

若式(1.25)的3个方向余弦中的1个为零, 如 $n_2=0$, 则其正应力表示蜕化为:

$$\sigma_{vv} = \sigma_{xx}l_2^2 + \sigma_{yy}m_2^2 + 2\sigma_{xy}l_2m_2 \quad (1.27)$$

这是和 z 轴垂直的截面内的应力坐标变换。

若 σ_{vw} 与 σ_{xx} , σ_{vv} 与 σ_{yy} 间的方向余弦 $l_2 = m_2 = \cos(\frac{\pi}{4})$, 则有

$$\sigma_{xy} = \sigma_{(\frac{\pi}{4})} - \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \quad (1.28)$$

由上式, 可以从 $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{(\frac{\pi}{4})}$ 确定该平面内的剪切应力。由于笛卡尔(Cartesian)直角坐标系 $0-xyz$ 是人为规定的, 带有随意性, 故式(1.28)在任意截面上总是成立的。

在空间任一点进行三维应力测量或对测点的岩芯做三维应力分析时, 我们需要知道式(1.7)中6个不等的应力分量。但剪切应力分量 $\sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}$ 通常难于直接测量。我们可以测量 xy, xz, yz 平面上各自的 $\sigma_{n/4}$ 再由式(1.28)计算出 $\sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}$, 进而可由式(1.11)~(1.22)计算出三个主应力值及三个主应力的方向。该公式在用岩芯分析方法确定野外应力时, 有着广泛的应用。

1.3 截面内的主应力和空间主应力

因为在三维应力空间中的任一截面内, 都存在上述两个正交的正应力和一个剪切应力 $\sigma_{vw}, \sigma_{wv}, \sigma_{vw}$, 由

$$\begin{vmatrix} \sigma_{vv} - \sigma_{ii} & \sigma_{vw} \\ \sigma_{vw} & \sigma_{ww} - \sigma_{ii} \end{vmatrix} = 0 \quad (1.29)$$

可以求出两个主应力。这两个主应力仅仅是截面内的主应力, 其物理意义是: 在截面内, 与该应力轴平行的方向上, 剪切应力为零(图1.2)。但由于公式(1.29)不能保证截面外与该应力轴平行的方向上, 剪切应力为零, 故截面主应力也并不一定是三维空间的主应力, 除非该截面是主应力平面, 因此, 截面内的主应力并不一定是真正的主应力。

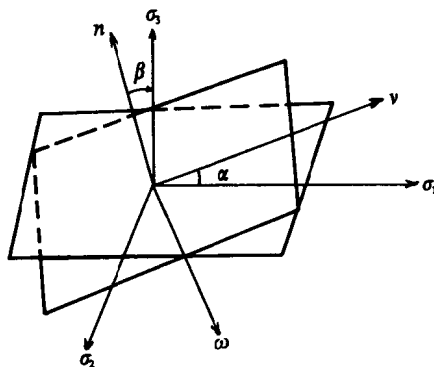


图 1.2 截面内主应力示意图

截面内的主应力概念在油田应力测量中有广泛的应用, 如水力压裂应力测量, 用凯瑟(Kaiser)效应确定平面主应力, 滞弹性应变松弛确定野外应力, 井壁崩落确定野外应力方向。都是忽略了钻孔轴与垂向主应力的偏离, 而研究与钻孔轴垂直的截面内的主应力值或主应力方向。该主应力方向和实际原地主应力方向是不完全相同的, 为了由测量结果准确估算野外应力值和应力方向, 两者的差别和联系的研究就变得十分重要。为了讨论这个差别, 我们设截面法线相对于 σ_{11}, σ_{22} 所在平面的倾向与空间主应力 σ_{11} 方向的夹角为 α , 截面法线与主应力 σ_3 方向的夹角为 β 。令截面内的 v 轴在 σ_{11}, σ_{22} 所在平面的投影与截面法线相对于 σ_{11} ,

σ_{22} 所在平面的倾斜方向平行。截面内的应力为

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{nn} = \sigma_{11}\sin^2\alpha + \sigma_{22}\cos^2\alpha \\ \sigma_{nn} = (\sigma_{11}\cos^2\alpha + \sigma_{22}\sin^2\alpha)\cos^2\beta + \sigma_{33}\sin^2\beta \\ \sigma_{nn} = \frac{1}{2}(\sigma_{11} - \sigma_{22})\sin 2\alpha \cos^2\beta \end{array} \right\} \quad (1.30)$$

由此,截面内的主应力方向与 v 轴的夹角 α' 可以写为

$$\operatorname{tg} 2\alpha' = \frac{(\sigma_{11} - \sigma_{22})\sin 2\alpha \cos^2\beta}{\sigma_{11}\cos^2\alpha \cos^2\beta + \sigma_{22}\sin^2\alpha \cos^2\beta + \sigma_{33}\sin^2\beta - \sigma_{11}\sin^2\alpha - \sigma_{22}\cos^2\alpha} \quad (1.31)$$

上式表明,当 $\beta = \frac{\pi}{2}$ 时,截面平行于 σ_{33} 轴,平面内的主应力与空间主应力的方位偏差等于 $\frac{\pi}{2} - \alpha$ 。当 $\beta = 0$ 时,截面平行于 σ_{11}, σ_{22} 所在平面,截面内的主应力与空间主应力的方位偏差为零。当 $\alpha = 0$ 或 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 时,截面法线的倾斜方向或者平行于空间最大水平主应力方向、或者平行于最小水平主应力方向,如果知道三向主应力的相对大小,则截面内的主应力与空间主应力的方位偏差也为零。由此可以看出,用截面内的主应力方向代替空间主应力方位,方位偏差在 $0 - \alpha$ 之间变化,但是,由于 β 角一般近于零,所以实际偏差的上限通常远小于 α 。由

$$\left. \begin{array}{l} \sigma'_{11} = \frac{\sigma_{11}\sin^2\alpha + \sigma_{22}\cos^2\alpha + (\sigma_{11}\cos^2\alpha + \sigma_{22}\sin^2\alpha)\cos^2\beta + \sigma_{33}\sin^2\beta}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{A^2 + B^2} \\ \sigma'_{22} = \frac{\sigma_{11}\sin^2\alpha + \sigma_{22}\cos^2\alpha + (\sigma_{11}\cos^2\alpha + \sigma_{22}\sin^2\alpha)\cos^2\beta + \sigma_{33}\sin^2\beta}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{A^2 + B^2} \end{array} \right\} \quad (1.32)$$

其中

$$\begin{aligned} A &= \sigma_{11}\sin^2\alpha + \sigma_{22}\cos^2\alpha - \sigma_{11}\cos^2\alpha \cos^2\beta - \sigma_{22}\sin^2\alpha \cos^2\beta - \sigma_{33}\sin^2\beta \\ B &= (\sigma_{11} - \sigma_{22})\sin 2\alpha \cos^2\beta \end{aligned}$$

可以计算出截面内的主应力的大小。上式表明,当 $\beta = \frac{\pi}{2}$ 时

$$\sigma'_{11} = \sigma_{11}\sin^2\alpha + \sigma_{22}\cos^2\alpha \quad \sigma'_{22} = \sigma_{33} \quad (1.33)$$

当 $\beta = 0$ 时

$$\sigma'_{11} = \sigma_{11} \quad \sigma'_{22} = \sigma_{22} \quad (1.34)$$

由此可见,最大水平主应力值的偏差在 $0 - (\sigma_{11} - \sigma_{22})\cos^2\alpha$ 之间变化;最小水平主应力的偏差在 $0 - (\sigma_{33} - \sigma_{22})$ 之间变化。由于 β 通常接近于零,所以最大、最小水平主应力值的偏差分别远小于 $(\sigma_{11} - \sigma_{22})\cos^2\alpha$ 和 $\sigma_{33} - \sigma_{22}$ 。

如果确切地知道野外 α 角、 β 角的实际范围,可对方位、应力值的偏差的大小做进一步的估计。

1.4 应力二次曲面

如图 1.3 所示,设 l, m, n 为截面法线 v 的方向余弦,则法向应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_m &= \sigma_{11}l^2 + \sigma_{22}m^2 + \sigma_{33}n^2 \\ r^2\sigma_m &= \sigma_{11}x^2 + \sigma_{22}y^2 + \sigma_{33}z^2 \\ r^2 &= x^2 + y^2 + z^2 \end{aligned} \right\} \quad (1.35)$$

作曲面

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11}x^2 + \sigma_{22}y^2 + \sigma_{33}z^2 &= \pm k^2 \\ \pm k^2 &= r^2\sigma_m \end{aligned} \right\} \quad (1.36)$$

作图过程是：(1) 令 x, y, z 轴分别沿 $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$ 方向，量取单位长矢径 r_i 在 x, y, z 轴上的投影 x_i, y_i, z_i ；(2) 由式(1.36)计算出 k_i 值；(3) 沿矢径 r_i 方向标出自原点起算等于 k_i 值的点；(4) 所有这样点的集合即构成应力二次曲面。

把式(1.36)改写为

$$F(x, y, z) = \sigma_{11}x^2 + \sigma_{22}y^2 + \sigma_{33}z^2 \pm k^2 = 0 \quad (1.37)$$

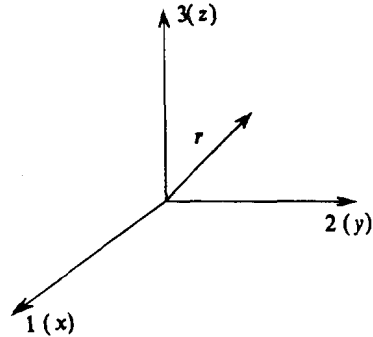


图 1.3 研究应力二次曲面的坐标系

曲面一点的法线的方向余弦为

$$\left. \begin{aligned} l_v &= \frac{\frac{\partial F}{\partial x}}{\sqrt{(\frac{\partial F}{\partial x})^2 + (\frac{\partial F}{\partial y})^2 + (\frac{\partial F}{\partial z})^2}} = \frac{\sigma_{11}x}{\sqrt{\sigma_{11}^2x^2 + \sigma_{22}^2y^2 + \sigma_{33}^2z^2}} \\ m_v &= \frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\sqrt{(\frac{\partial F}{\partial x})^2 + (\frac{\partial F}{\partial y})^2 + (\frac{\partial F}{\partial z})^2}} = \frac{\sigma_{22}y}{\sqrt{\sigma_{11}^2x^2 + \sigma_{22}^2y^2 + \sigma_{33}^2z^2}} \\ n_v &= \frac{\frac{\partial F}{\partial z}}{\sqrt{(\frac{\partial F}{\partial x})^2 + (\frac{\partial F}{\partial y})^2 + (\frac{\partial F}{\partial z})^2}} = \frac{\sigma_{33}z}{\sqrt{\sigma_{11}^2x^2 + \sigma_{22}^2y^2 + \sigma_{33}^2z^2}} \end{aligned} \right\} \quad (1.38)$$

曲面上同一点总的应力 P_* 为

$$\left. \begin{aligned} P_* &= \sigma_{11}l + \sigma_{22}m + \sigma_{33}n \\ P_* &= \sqrt{(\sigma_{11}l)^2 + (\sigma_{22}m)^2 + (\sigma_{33}n)^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.39)$$

因 $r=1$ ，所以 $l=x, m=y, n=z$ 。故应力矢量 P_* 的方向余弦为：

$$\left. \begin{aligned} l_r &= \frac{\partial P_*}{\partial x} = \frac{\sigma_{11}x}{\sqrt{(\sigma_{11}x)^2 + (\sigma_{22}y)^2 + (\sigma_{33}z)^2}} \\ m_r &= \frac{\partial P_*}{\partial y} = \frac{\sigma_{22}y}{\sqrt{(\sigma_{11}x)^2 + (\sigma_{22}y)^2 + (\sigma_{33}z)^2}} \\ n_r &= \frac{\partial P_*}{\partial z} = \frac{\sigma_{33}z}{\sqrt{(\sigma_{11}x)^2 + (\sigma_{22}y)^2 + (\sigma_{33}z)^2}} \end{aligned} \right\} \quad (1.40)$$

比较式(1.38)和式(1.40)可以看出，曲面上任意一点的法线 v 的方向和指向与过该点的切面上的总应力 P_* 的方向和指向重合。矢径的大小不同，应力二次曲面的大小也不同。法

线过该点的截面,是大小不同的二次应力曲面具有相同应力性质的切面,截面上的全应力 P_n 的方向与指向也应与法线 ν 的方向和指向重合。

油层深度最常见的应力状态为三向压应力,此时

$$\sigma_{11} > 0 \quad \sigma_{22} > 0 \quad \sigma_{33} > 0 \quad (1.41)$$

其应力二次曲面方程为

$$\sigma_{11}x^2 + \sigma_{22}y^2 + \sigma_{33}z^2 = k^2 \quad (1.42)$$

上式可以改写为

$$\frac{x^2}{\frac{k^2}{\sigma_{11}}} + \frac{y^2}{\frac{k^2}{\sigma_{22}}} + \frac{z^2}{\frac{k^2}{\sigma_{33}}} = 1 \quad (1.43)$$

这是一椭球,亦称应力椭球(图 1.4),椭球的半轴为

$$a^2 = \frac{k^2}{\sigma_{11}} \quad b^2 = \frac{k^2}{\sigma_{22}} \quad c^2 = \frac{k^2}{\sigma_{33}} \quad (1.44)$$

可以看出,椭球的半轴越长,所代表的应力越小。

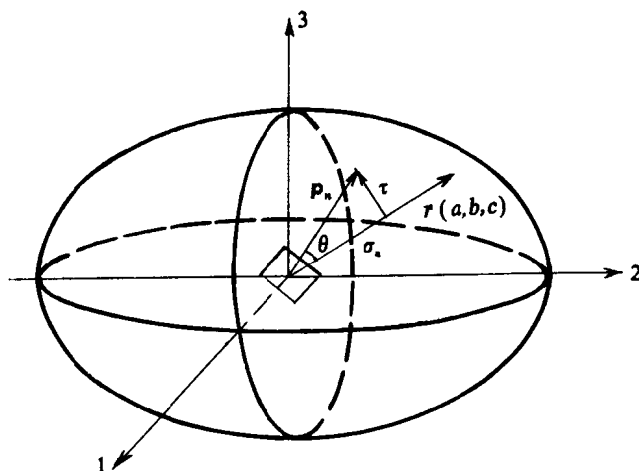


图 1.4 应力椭球(安欧,1992)

油田中另一种常见的应力状况是忽略垂向主应力的影响,此时

$$\sigma_{11} > 0 \quad \sigma_{22} > 0 \quad \sigma_{33} = 0 \quad (1.45)$$

$$\frac{x^2}{\frac{k^2}{\sigma_{11}}} + \frac{y^2}{\frac{k^2}{\sigma_{22}}} = 1 \quad (1.46)$$

这是一个椭圆柱面,所研究的平面是空间柱面中的一个截面。如果截面法线平行于 z 轴,即 σ_{11} , σ_{22} 与 oxy 共面

$$x = \rho l \quad y = \rho m \quad (1.47)$$

如果截面法线不与 z 轴平行,即 σ_{11} , σ_{22} 与 oxy 不共面,则

$$x = r l \quad y = r m \quad z = r n \quad (1.48)$$

$$r = 1 \quad \rho = (1 - n^2) \quad (1.49)$$