

上海交通大学 张钟俊教授 南开大学 王 翼教授编

控制理论 在管理科学中的应用

KONGZHILILUN ZAI GUANLI
KEXUE ZHONGDEYINGYONG



控制理论 在管理科学中的应用

上海交通大学 张钟俊 南开大学 王 翼

湖南科学技术出版社

控制理论在管理科学中的应用

上海交通大学 张钟俊 南开大学 王 翼

责任编辑：周翰宗

湖南科学技术出版社出版

(长沙市展览馆路14号)

湖南省新华书店发行

湖南省新华印刷二厂排版 湖南印刷一厂印刷

1984年12月第1版 1986年7月第2次印刷

开本：787×1092毫米 1/32 印张：6.25 字数：136,000

印数：9,201——12,100

统一书号：15204·130 定价：1.00 元

本次征订期号：湖南新书目86—3 (33)

序 言

本书的目的是向从事管理工作的读者介绍现代控制理论的基本原理和方法，同时介绍控制理论在管理中应用的若干实例。考虑到本书读者的广泛性，只假定读者具有微积分、线性代数和微分方程的基础知识。同时为了方便读者查阅，对一些数学知识写了简要的附录。

虽然“随机控制理论”和“大系统理论”对管理来说也是非常重要的，但由于需要用到更深一些数学知识，这里暂不介绍。有兴趣的读者可以在阅读本书的基础上进一步阅读其它有关这两方面的书籍和文献。

本书的第一章是引言，介绍现代控制理论与管理科学的关系。

第二章介绍动态规划方法及其在管理中的应用。动态规划方法的产生与发展一直与管理紧密相关，并且其方法本身具有理论推导简单、容易掌握和应用范围广等特点。

第三章介绍变分法与最大值原理及它们在管理中的应用。这一章的理论推导较第二章复杂些，但学过管理专业高等数学的读者，还是不难读懂的。本章介绍的方法在管理中有较广泛的应用，所引进的协态变量具有重要的经济意义。

第四章介绍线性控制系统中的极点配置、观测器和线性多变量调节器的基本理论和设计方法。现代控制理论的这些方法，是在70年代末才开始应用于管理的，还不够成熟，这里介绍的应用实例仅供参考。我们认为控制理论的这部分内容将会在线性管理系统中逐步有更多、更广泛的应用。

第二、三、四章，可以不按本书的次序独立阅读。

本书承车宏安、张岫云等同志分别对各章详细审校并提出修改意见，蒙黄午阳同志校阅全文，在此笔者谨向他们表示衷心的感谢。

作者，1983年5月

目 录

序 言	(1)
第一章 引 言	(3)
§ 1 现代控制理论与科学管理	(3)
§ 2 动态管理决策的特征	(5)
§ 3 管理系统与电子计算机	(8)
§ 4 管理科学的普遍性和特殊性	(9)
第二章 动态规划及其管理应用	(11)
§ 1 动态规划概述	(11)
§ 2 动态规划的管理应用	(22)
§ 3 线性二次型的最优管理问题	(44)
§ 4 动态规划的数值计算	(59)
§ 5 带有风险的动态规划问题	(64)
参考文献	(72)
第三章 变分法和最大值原理的管理应用	(74)
§ 1 动态最优管理问题	(74)
§ 2 变分法基本概念	(78)
§ 3 应用变分法求解最优管理问题	(83)
§ 4 最大值原理及其最优管理应用	(87)
§ 5 线性二次型的最优管理问题	(111)
参考文献	(119)
第四章 线性管理系统	(121)
§ 1 可控性与可观测性	(121)
§ 2 极点配置与状态观测器的设计	(126)
§ 3 线性多变量调节器及其在生产—库存管理系统中的应用	(148)
参考文献	(168)
附录1 矩阵代数和二次型	(169)
附录2 梯度向量	(173)

序 言

本书的目的是向从事管理工作的读者介绍现代控制理论的基本原理和方法，同时介绍控制理论在管理中应用的若干实例。考虑到本书读者的广泛性，只假定读者具有微积分、线性代数和微分方程的基础知识。同时为了方便读者查阅，对一些数学知识写了简要的附录。

虽然“随机控制理论”和“大系统理论”对管理来说也是非常重要的，但由于需要用到更深一些数学知识，这里暂不介绍。有兴趣的读者可以在阅读本书的基础上进一步阅读其它有关这两方面的书籍和文献。

本书的第一章是引言，介绍现代控制理论与管理科学的关系。

第二章介绍动态规划方法及其在管理中的应用。动态规划方法的产生与发展一直与管理紧密相关，并且其方法本身具有理论推导简单、容易掌握和应用范围广等特点。

第三章介绍变分法与最大值原理及它们在管理中的应用。这一章的理论推导较第二章复杂些，但学过管理专业高等数学的读者，还是不难读懂的。本章介绍的方法在管理中有较广泛的应用，所引进的协态变量具有重要的经济意义。

第四章介绍线性控制系统中的极点配置、观测器和线性多变量调节器的基本理论和设计方法。现代控制理论的这些方法，是在70年代末才开始应用于管理的，还不够成熟，这里介绍的应用实例仅供参考。我们认为控制理论的这部分内容将会在线性管理系统中逐步有更多、更广泛的应用。

第二、三、四章，可以不按本书的次序独立阅读。

本书承车宏安、张岫云等同志分别对各章详细审校并提出修改意见，蒙黄午阳同志校阅全文，在此笔者谨向他们表示衷心的感谢。

作者，1983年5月

第一章 引 言

§ 1 现代控制理论与科学管理

现代控制理论的发展已有二十多年的历史。大家公认的现代控制理论的最初的有代表性的工作有庞特利雅金(Понтрягин)的最大值原理、贝尔曼(Bellman)的动态规划和卡尔曼(Kalman)对系统的精确描述及卡尔曼滤波的提出。他们的上述工作都是在本世纪五十年代末、六十年代初做出的。自那时起至今的廿多年中,现代控制理论已经被成功地应用于空间科学与过程控制。近十几年,也开始应用于经济系统和管理科学。

管理是社会生产发展的产物。随着生产的不断发展,管理经历了“传统管理”、“科学管理”和“管理科学”三个发展阶段。今天,人们已经认识到,“科学”、“技术”、“管理”是现代经济发展的三个要素。

我国是一个幅员辽阔、人口众多的发展中国家。在我国尽快实现四个现代化伟大战略任务的关键,在于尽快提高我们国家和人民的文化、科学、技术水平,其中包括不断提高管理水平,使有限的资金、资源、能源在一定的时间内发挥最大的效用。一些国家的发展历程表明,在经济发展水平相当,资源、技术条件相差不多的情况下,有的国家之所以能获得较其它国家快得多的发展速度,一个重要原因是他们的管理水平比较高。我国有优越的社会主义制度,有组织起来的有觉悟的广大人民,又有工业、农业、国防和科学技术各方面建设的一定的基础,如果我们再能使管理水平有个较大

的提高，就一定能使我们的各种资源在四化建设中发挥更大的效益，促进国民经济的更迅速的发展和人民物质文化生活水平更快的提高。

管理科学涉及社会、经济、文化教育等多方面。管理科学可使有限资源得到合理的开发和利用，从而使其获得最大的经济效益。对鱼群、森林等可恢复的自然资源，有效的合理管理更为重要。管理上的无政府状态固然有彻底毁灭这些可恢复资源的极大可能，管理策略上的失误，甚至只是欠妥，也会导致这些宝贵资源的严重破坏，而遗害于后代子孙。资金、能源、运输、城市用水等的管理，生态系统的管理，科学与教育事业的管理，都会对四个现代化建设产生重大乃至深远的影响。从这个意义上讲，不断地提高管理水平，实现管理现代化是我国四化建设的当务之急！

随着工农业生产的迅速发展，企业的活动规模不断扩大，生产社会化的程度日益提高，生产技术也日趋完善和精细。这一切都使企业内部及它与外界的关系更加密切而复杂。于是，企业管理工作就益形重要，同时亦要愈加科学才能适应客观需要。我们可以想象，一个小铁匠铺和一个大型钢铁企业，在管理的复杂程度上是无法比拟的。大规模生产的迅速发展，大大增加了资金管理、资源管理、能源管理、运输管理等的复杂程度。同时，生态系统的管理也将提到日程上来。基于上述种种情况，管理科学所面临的问题，无论在广度和深度上都在不断增加。管理科学中各种问题共有的一个重要的特点，是需要解决它们的动态管理决策。而现代控制理论正是我们对管理问题作出动态管理决策的一个有力工具。

近十年来，现代控制理论在管理科学中的广泛应用，已成为现代控制理论应用的一个重要方面。介绍现代控制理论

的最基本的内容及其在管理科学中的应用，促进我国管理现代化，使之适应四化建设发展的需要是本书的目的。

§ 2 动态管理决策的特征

上节我们已经提出，控制理论是作出动态管理系统的管理策略的一个有力工具。本书将在介绍动态管理系统的一些共同特征，并通过对这些特征的分析的基础上，初步阐明控制理论在动态管理决策过程中的作用。

1. 动态管理决策过程的数学模型常常是一个微分方程(组)或一个差分方程(组)。

当我们面临一个动态管理决策过程时，首先要根据对这一过程的认识和分析，弄清楚哪些变量是状态变量，哪些变量是控制变量或决策变量。前者是能够完全描述系统动态的变量，后者是能对系统状态起控制作用的变量。例如在生产库存管理系统中，有库存量、生产率（单位时间内的产量）和销售率（单位时间内的销售量或运送量）三种变量，其中库存量是状态变量，生产率是决策变量，而销售率是外部环境对生产库存管理系统的外加变量。在鱼塘管理系统中，鱼塘中鱼的总数是状态变量，捕捞速度是决策变量，它对鱼塘中鱼的总数起着控制作用。

在弄清状态变量和决策变量以后，一个重要的工作是根据状态变量与决策变量之间的内在联系建立管理系统的模型（简称建模或构模）。

建模是研究任何系统的重要步骤。管理系统的模型有语言模型、图解模型、仿真模型和数学模型。从应用现代控制理论对较复杂的管理问题进行决策的角度来看，通常是建立数学模型。

数学模型是联系一个系统中各变量间内在关系的数学描述。因此建立管理系统数学模型的基本依据是存在于被描述的管理系统中的内在规律。例如，在生产库存系统中，如果某产品除销售部分外都存入仓库，那么下月的库存量 $I(k+1)$ 等于本月的库存量 $I(k)$ 加本月的生产量 $P(k)$ 减去本月的销售量 $S(k)$ 。这样一个明显的内在规律的数学描述是

$$I(k+1) = I(k) + P(k) - S(k)$$

这是一个差分方程。

如果不是一个月一个月地考虑，而是考虑一个连续时期，那末这一规律应叙述为：“库存量的变化率 $dI(t)/dt$ 等于生产率 $P(t)$ 减去销售率 $S(t)$ ”。它的数学描述也相应地改为

$$dI(t)/dt = P(t) - S(t)$$

这是一个微分方程。

一般地，一个离散时间动态决策过程的数学模型是一个差分方程，

$$x(k+1) = f(x(k), u(k), k).$$

一个连续时间动态管理决策过程的数学模型是一个微分方程，

$$dx/dt = f(x, u, t)$$

这里 $x(k)$ 或 $x(t)$ 是状态变量， $u(k)$ 或 $u(t)$ 是决策变量。

上列由管理系统内在规律出发所建立的模型，称为机理模型。有些系统比较复杂，内在规律并不十分清楚，为了管理的目的，可以收集或测量决策变量 $u(k)$ 和状态变量 $x(k)$ （如果 $x(k)$ 可测的话）的大量数据，用系统测辨的方法来建立近似的线性模型。当管理系统可以根据内在规律建立机理模型时，模型中的某些参数也需要用系统测辨的方法来确定。

2. 为了一定的管理目的，对动态管理系统作出的管理决

策，一般是动态的，即求出的决策变量 $u(t)$ 、 $u(t)$ 依赖于时间，或者依赖于管理系统的状态。

得到了管理系统的数学模型，下一步是求它的管理策略。这还需要给出决策目标的数学描述和环境约束条件的数学描述。

决策目标的数学描述比较复杂，下面仅举出最常见的两种。

(1) 决策目标用系统偏离它的平衡状态的函数来描述。

具体来说，假设某一管理系统的数学模型是

$$dx/dt = f(x, u)$$

如果存在常数 x_0, u_0 使 $f(x_0, u_0) = 0$ ，则 $x(t) \equiv x_0, u(t) \equiv u_0$ 满足上列微分方程，而 (x_0, u_0) 则称为这一系统的平衡点， x_0 称为系统的平衡状态。

如果因某种原因使上述系统偏离了平衡状态，决策目标是给出控制变量 $u(t)$ 的某一函数，它能描述该系统尽快返回到原平衡状态 x_0 ，或者达到另一个新的平衡状态。

(2) 决策目标用一个能检验管理决策的函数描述，这一函数通常称为目标函数。

当管理的目的是成本最低、总费用最少、能耗最少时，决策目标往往用某一个目标函数达到最小值来描述，这里采用的目标函数，分别是描述成本、总费用或能耗的函数。决策目标也可以用产量、总收入的函数达到最大值来描述。

对离散时间系统，目标函数的一般表示式为

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} L(x(k), u(k), k)$$

对连续时间系统，目标函数的一般表示式为

$$J = \int_{t_0}^{t_f} L(x, u, t) dt$$

其中 t_0 和 t_f 分别为初始时间和终止时间。

环境的约束条件常常用状态变量和控制变量必需满足的不等式或等式来表示。

从管理系统的数学模型出发，在一些约束条件下，按上述决策目标求出的管理策略，一般是时间的函数或者是状态变量的函数，也就是说，一般求得的管理策略是动态的。这是动态管理决策过程的又一特征。

上面提到的两类动态管理决策问题，实质上都属于控制系统的设计问题，因此对于如何确定一个好的管理策略，控制理论给我们提供了一个有力的工具。

管理系统还有一些其它特征，例如管理系统常常带有一定的不确定性，因此需要随机控制的理论和方法。有些管理系统是由互相关联的若干个子系统所构成，因而又需要大系统的理论和方法。这些又为控制理论在管理中的应用开辟了更广阔的领域。

§ 3 管理系统与电子计算机

上节叙述了如何在管理系统中建立数学模型和引进控制理论的方法，这对管理科学的研究开拓了一个新的途径。但建立管理系统的数学模型和计算它的最优控制策略，都需要应用电子计算机。此外，数据的收集和存贮，信息的交换也需要电子计算机，特别是，管理人员需要及时掌握管理系统的情况，即他们不仅要求出管理策略在某些约束条件下的一个解，而且需要知道当某个约束条件有所改变或某个参数发生变化时，管理系统的管理策略应作出怎样的相应变化，管理系统的状态又会因此引起怎样的变化。这就需求出问题的一系列的解。这些工作都可以在电子计算机上很方便地

进行，它在很短的时间内将各种可能的结果加以比较，供管理决策者参考。因此管理人员利用电子计算机，可以对变化着的管理系统作出快速的反应，从而大大提高了他们的管理水平。这是管理现代化的一个重要特征。随着我国科学技术事业的发展，应用于管理的计算机、特别是微型机的数量，正在逐步增多。这为控制理论的管理应用创造了良好的条件。这是问题的一个方面，即，管理现代化离不开电子计算机的应用。

问题的另一方面是，目前我国大多数企业还没有使用计算机，而且不能指望短期内我国的多数企业都有条件应用计算机来进行科学管理。那么，是否暂时还没有计算机的企业在管理上就不能应用控制理论呢？问题不全是这样。一些较简单的管理问题，不使用计算机也可以得到解决。本书中有不少这样的实例。一些较复杂的问题也不一定必须依赖于本企业的计算机，许多工作可在企业外的计算机上进行，即可到其他场所，例如计算机中心去做这些工作。

综上所述，尽管我国管理现代化的实现必将大量地使用电子计算机，但在我国目前计算机的使用还不够广泛的情况下，仍然可以在一些单位应用控制理论来提高管理水平。

§ 4 管理科学的普遍性和特殊性

管理科学发展为一门学科，它具有自己的内在规律，即有它自己的基本原理，有它的一套基本方法。这些基本原理和基本方法在使用范围上有一定的普遍性。例如决策方法中的动态规划，在国外可以用，在国内也可以用。控制理论中的某些内容也是管理决策中可以普遍应用的方法。在这一点上管理科学与自然科学有共同之处，即它们有可资应用的普

遍性。

但是，管理科学毕竟是与社会现象紧密相关的；社会制度的不同，经济体制的不同，必然要引起管理上的较大差异。因此，对国外的各种管理理论和方法，虽然可以借鉴，但绝不能照搬。我们必须从我国的实际情况出发，逐步发展符合我国实际情况的管理科学。从这一点来看，管理科学又有它的特殊性。

第二章 动态规划及其管理应用

§ 1 动态规划概述〔2〕〔3〕〔4〕

动态规划是在本世纪五十年代，由贝尔曼〔1〕提出的解多阶决策问题的方法。

第一章曾述及，某一类管理问题的数学模型（通常叫做状态方程）是一个差分方程

$$x(k+1) = f(x(k), u(k), k)$$

其中 $x(k)$ 是 n 维状态向量， $u(k)$ 是 n 维决策向量或控制向量。管理的目标是在某些约束条件下使目标函数

$$J = \sum_{i=0}^{N-1} L(x(i), u(i), i)$$

达到最大值或最小值。这就是一个 N 阶最优决策问题。本章我们将应用动态规划求这一问题的最优策略。

动态规划法可把一个多阶决策问题分解为一系列的子问题，每个子问题只包含较少的变量，从而简化计算。由于动态规划推导简单，具有一般微积分基础的管理人员就可以使用。对较简单的管理问题，用动态规划求解可以手算，而对较复杂的问题，则必须应用电子计算机求解。

动态规划已广泛地应用来进行管理决策。它的应用领域，主要有运输系统、生产库存系统的管理、生产计划的制订以及投资计划的制订等。下面就分成五个问题来进行叙述。

1. 从最短途径问题谈起

为了说明动态规划的基本思想，先考虑一个运输中的决