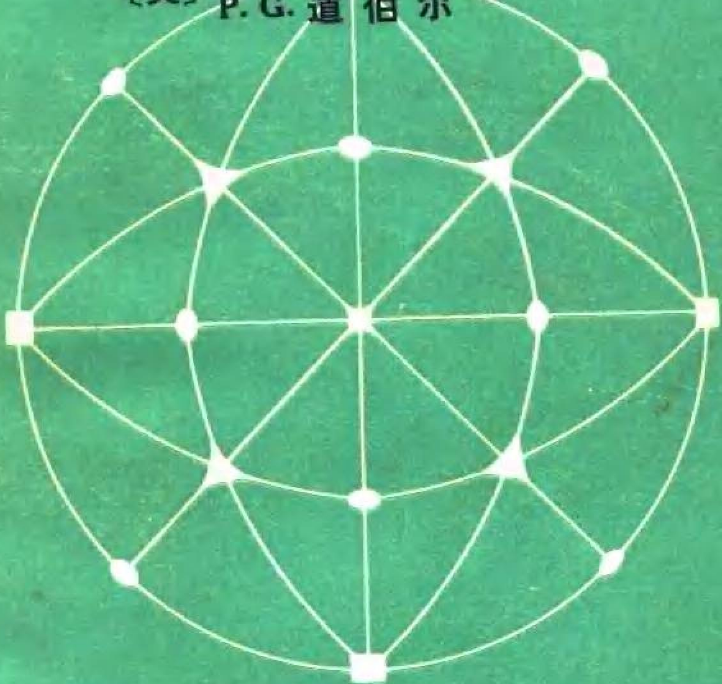
物理学中的对称性

第二卷

〔英〕 J. P. 艾立阿特
P. G. 道伯尔 著



科学出版社

物理学中的对称性

第二卷

〔英〕J. P. 艾立阿特
P. G. 道伯尔 著

仝道荣 译

阮图南 校

科学出版社

1986

内 容 简 介

本书全面系统地介绍了有限群及连续群的表示论及其在物理学中的应用．全书分两卷．第一卷为基本理论与初步应用，第二卷为进一步应用．

本书内容新颖、叙述简明通俗，数学概念清楚，具体推导严格，全书自始至终贯穿物理应用，配有大量实例及习题．适用于物理系高年级学生及研究生阅读．

J. P. Elliott & P. G. Dawber
SYMMETRY IN PHYSICS, Vol.2
The Macmillan Press LTD, 1979

物理学中的对称性
第二卷
〔英〕J. P. 艾立阿特
P. G. 道伯尔 著
仝道荣 译
阮图南 校
责任编辑 张邦固

科学出版社出版
北京朝阳门内大街137号
中国科学院印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1986年4月第一版 开本：787×1092 1/32
1986年4月第一次印刷 印张：12 1/4
印数：0001—4,750 字数：272,000

统一书号：13031・3108
本社书号：4628・13—3

定价： 2.90 元

1911/27/131

中 译 本 序

对称性是人们在观察自然和认识自然的过程中所产生的一种观念．自然界千变万化的运动，从一个侧面来说，往往会显现出各式各样的对称性，同时又通过这些对称性的演化和破缺来反映出运动演化的特点． 无论什么样的对称现象，都是与把两种不同的情况比较分不开的.对称性可以概括为：如果某一现象(或系统)在某一变换下不改变,则说该现象(或系统)具有该变换所对应的对称性.

每一种对称性都和某种特定的变换相联系，对称性的千差万别也就集中反映在与之相联系的各种变换上．因此，可以根据变换所涉及的对象以及变换的性质来对对称性进行研究和分类．物理学规律中出现的对称性，体现在物理现象的时间和空间性质的描述上，还体现在一些和时间及空间的描述相独立的其它性质上，这些对称性通常分别称为时空对称性和内部对称性．随着物理学的发展，物理学规律中所体现的各种对称性，特别是在微观现象中存在的多种类型的内部对称性,日益被人们所认识.

一般说来,物理学规律中的对称性,都包含在物理学规律之内．当人们对某物理现象的规律充分了解之后，自然也了解了其中所包含的对称性．然而,在物理学发展过程中,人们对某一物理现象的规律认识之前，往往先认识其中所包含的对称性，并且对这些对称性的认识常常在进一步认识物理规律中起重要作用．物理规律中的对称性从一个重要的侧面反映了这规律的一些特有的特征．正因为如此，对物理学中对称性的研究是对物理学各个领域基本规律探索的重要方面，特别是在对未知规律的探索上起着非常重要的作用.

由于对称性和特定的变换分不开，对于对称性的描述和研究中必然要大量运用群论和群表示论的数学工具．物理学中对称性的研究相当多的部分反映为运用群论来分析、概括和研究物理学的规律．现在这类工作已成为物理学的理论概括和研究中的一个组成部分．

J. P. 艾立阿特和 P. G. 道伯尔的《物理学中的对称性》一书，对物理学中各领域中对称性的分析，包括必要的群论和群表示论等数学预备知识以及在各领域中如何应用，都有比较清楚的系统介绍．本书考虑了物理学工作者的实际需要，在数学基础方面介绍了必要的基本概念和主要结果，避免了在抽象数学性质方面的严格而过于细致的讨论和证明；在把数学工具运用来分析讨论物理问题方面作了着重的努力，使全书突出了物理内容；同时全书力图在物理学的几个重要领域内，把对称性的各种类型的表现都尽可能全面地进行讨论和介绍；在全书写法上努力作到扼要清楚，由浅入深．从这些方面来看，这本书是一本较好的参考书．这本书的翻译出版，可以起有益的作用．当然，由于物理学中的对称性涉及的面很宽，本书对有些方面没有介绍到，同时全书出版于 1979 年，对于七十年代后期以来的新进展没有能反映进去，这些都可以通过对照参考其它有关文献来补足和克服．

高崇寿

一九八四年九月十九日序于北京大学物理系

校 译 者 的 话

本书是一本较好的应用群论的参考书．它的特点是：概念清楚、叙述简要、内容系统、取材广泛、重在应用．书中只引进最低限度的数学概念，着重讲清群论在物理学各个领域中的应用．在写法上避免了烦杂的数学理论上的推导，但却保留了清晰的数学思路，使得内容多而不杂，范围广而不乱，水平深而不玄．因此本书很适合物理工作者阅读，特别可选作为大学物理系、化学系本科生和研究生的教材，对于关心群论在物理学中应用的数学工作者来说，本书也是一本富有启发性的参考书．读者具备线性代数和量子力学的初步知识即可阅读本书．本书每章后都配有适量习题供练习，书后并附有习题答案．这些练习对于加深对数学概念的理解是不可缺少的．书后还附有若干附录，作为正文的补充，供学有余力的读者参考．

本书曾在中国科技大学近代物理系理论物理专业多次作为教材，使用后师生普遍反映良好，都认为本书是现有应用群论参考书中较好的一本，值得推荐．

参加本书校译工作的还有下列同志：马千乘同志协助校阅了第一卷，杨兆芬同志协助校阅了第二卷，夏尚达同志协助校阅了第六、九、十三、十四章，范洪义同志协助校阅了第十五、十六章．

由于水平所限，译文中的错误在所难免，敬请读者批评指正．

阮图南　仝道荣

1985 年元月于合肥

第二卷 序言

第一卷叙述了对称性的基本作用及其对经典物理学和量子物理学中各种问题的应用． 本卷将讨论某些较难的应用，并且研究一般的对称群和酉群，这两种群的特殊情形已在第一卷见到过．这些课题大约相当于研究生水平，但它们对比较好学的大学生来说仍然有所裨益．

本卷从点群对电子在分子中运动的进一步应用开始，然后在第十四章从具有一个不动点的对称性，转向讨论不连续的平移及其在晶体结构中的应用．相对论在物理学的基本原理中是极为重要的，当速度接近光速时，相对论具有实际的意义．对于第一卷中所讨论的所有系统，我们可以忽略相对论效应，因为这些系统的粒子速度是相当小的．第十五章叙述了四维时空中的对称性，它是相对论的基础．这一章讨论了四维时空对称性的推论，特别是关于基本粒子的分类．我们利用洛伦兹群和庞加莱群对称性对动量、能量、质量和自旋的概念作了解释，在诸如光子这类零质量粒子的理论中，我们发现了自然界的一个小天地．第十六章讨论的是场，这和前面几章不同，那里所处理的是粒子或粒子系统．我们首先利用四维时空来描述经典场，例如电磁场．接着对相对论量子场论作了简要介绍，这个理论为粒子的产生和湮没以及反粒子的存在提供了一个框架．第十七章和第十八章详细叙述了两个常用的群，即 n 个对象所有置换的“对称群”和 N 维“酉群”，并讨论了这两个群之间的内在关系． 这两个群的特殊情形，在前面几章已经见到过．第十九章叙述了库仑势和谐振子势

这两种熟知势中的某些意外对称性．最后一章收集了几个零散但却有趣的小课题．

本书包含许多有用的例子，并选用了一些附有答案的问题．在每一章的末尾，为那些关心更详细的物理应用，或希望深入钻研某些数学问题的读者，列出了进一步阅读的参考文献目录．

和第一卷一样，用正体表示算符，斜体表示数．向量用黑体字母表示，四维向量加上一个符号∧．

J. P. 艾立阿特

P. G. 道 伯 尔

苏塞克斯大学，布赖顿，1979

第一卷章目

第二卷目录

第十三章　分子中的电子态

在研究分子的构造时，我们应当同时精确地考虑组成原子的原子核及其电子的运动．但是由于原子核的质量比电子的质量大得多，因此我们可以近似地分别考虑这两类粒子的运动． 这种“玻恩-奥本海默”近似将在 20.2 节简略地加以讨论．我们现在的任务是讨论电子相对于原子核的运动，而假定原子核不动．我们将主要对这样一些分子感兴趣，即其固定不动的原子核的排列在某一个对称变换的点群作用下不变．这个点群就是我们在第六章讨论分子振动时所用到的相同的对称性群．现在的问题和分子振动问题之间的物理区别在于，当研究分子振动时，通常都忽略了电子，除非它们对原子核在其中运动的势起决定的作用，从实验的观点来看，分子振动能量的数量级是$(10)^{-2}$eV，而我们正要讨论的电子运动的激发能量要求是 1eV 数量级的．

即使假定原子核是固定不动的，电子波函数的计算也还是一件十分困难的事(见文献中 Eyring 等(1944)，Murrell 等(1970)和 Murrell 及 Harget (1972))，它比我们在第八章中所叙述的单原子的电子波函数的计算更复杂．因此现在我们只限于讨论这样一种简单模型，即假定每一个电子都在由原子核和其它电子所产生的固定场中彼此独立地运动着．这类似于原子中的中心场近似，所不同的是，现在的场具有某种点群对称性，而不再是球对称的．求出单电子波函数之后，我们就能如 8.6.2 节所述的那样， 构造出多电子波函数的 Slater 行列式．通常将分子中的单粒子波函数称之为“分子轨道”，以区

别于单原子的原子轨道.

13.1 原子轨道的线性组合（LCAO）

如果我们考虑一个靠近分子中一个原子核运动的电子，那么它的场一定非常类似于一个孤立原子的场，因而在这种情况下，我们可以认为波函数类似于以 $\boldsymbol{r}_t$ 处的原子核为中心的自由原子波函数 $\phi_{nlm}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_t)$.这样，我们就能取中心在不同原子核 $\boldsymbol{r}_t$ 处的最小束缚原子轨道 $\phi_{nlm}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_t)$ 的线性组合来构造波函数. 这样的波函数称作 LCAO 分子轨道. 经过简单的计算发现，可以假定只有价电子才具有这些轨道，而原子内部满壳层上的电子仍处于未微扰的原子态. 更全面的计算，可以将某些低能态和某些未被占的激发态包括在内.

当 n 和 l 固定，$\boldsymbol{r}_t$ 取遍等效原子核的位置向量时，原子轨道 $\phi_{nlm}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_t)$ 的全体构成对称性群一个表示T的一组基. 为了看出这一点，我们证明群变换 $\mathrm{T}(\mathrm{G}_a)$ 对轨道 $\phi_{nlm}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_t)$ 的作用，就是将它变成另一个其中心在某个原子核 $\boldsymbol{r}_t$ 上的原子轨道. 详细地说，利用一般定义 (3.37) 我们有

$$
\begin{aligned}
\mathrm{T}(\mathrm{G}_a)\phi_{nlm}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_t) &= \phi_{nlm}(\mathrm{G}_a^{-1}\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_t) \\
&= \phi_{nlm}\{\mathrm{G}_a^{-1}(\boldsymbol{r}-\mathrm{G}_a\boldsymbol{r}_t)\} \\
&= \sum_{m'} D^{(l)}_{m'm}(G_a)\phi_{nlm'}(\boldsymbol{r}-G_a\boldsymbol{r}_t) \\
&= \sum_{m'} D^{(l)}_{m'm}(\mathrm{G}_a)\phi_{nlm'}(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_{t'}),
\end{aligned} \tag{13.1}
$$

其中 $\boldsymbol{r}_{t'}=\mathrm{G}_a\boldsymbol{r}_t$，$\mathrm{D}^{(l)}$ 是所熟悉的 $\mathscr{R}_3$ 的 $(2l+1)$ 维不可约表示，表示T的维数是 $(2l+1)N_t$，这里 N_t 是和 $\boldsymbol{r}_t$ 处的原子核等效的原子核的个数.

由一般理论，我们知道能量本征态在对称性群 $\mathscr{G}$ 的作用下，按 $\mathscr{G}$ 的不可约表示变换，因此我们可以用 $\mathscr{G}$ 的不可