[illegible]学专业试用教材

自然科学基础之一

微积分基本原理

周述岐编

中国人民大学出版社

高等学校哲学专业试用教材

自然科学基础之一

微积分基本原理

周述岐 编

中国人民大学出版社

高等学校哲学专业试用教材

自然科学基础之一

微积分基本原理

周述岐 编

*

中国人民大学出版社出版

（北京西郊海淀路39号）

中国人民大学出版社印刷厂印刷

（北京鼓楼西大石桥胡同61号）

新华书店北京发行所发行

*

开本：850×1168毫米 32开 印张：14.5

1983年4月第1版 1983年4月第1次印刷

字数：363,000 册数：19,500

统一书号：13011·22 定价：1.80元

编 者 的 话

本书是教育部高等教育一司为高等院校哲学专业的数学基础课组织编写的试用教材。编写的指导思想是：以讲授数学基础知识为主，兼顾哲学专业的特点。

哲学专业为什么要学习数学？第一，数学是学习其他自然科学的重要工具。恩格斯曾经指出："要确立辩证的同时又是唯物主义的自然观，需要具备数学和自然科学的知识"(《反杜林论》，第8页)。哲学同自然科学的结合，并随自然科学的重大发现而改变自己的形式，这是唯物主义的光荣传统。哲学尊重当代自然科学，并吸取它的最新成就，是促使哲学繁荣、永葆哲学旺盛生命力的重要基础。而要了解自然科学，哪怕是粗浅的、一般地了解，离开数学这个基本工具是不可能的。第二，数学本身，特别是变量数学(其中最重要的部分是微积分)有着丰富的、典型的、深刻的辩证法思想。恩格斯对19世纪70年代以前的数学和各门自然科学都有深入的研究，但他特别指出，数学是"辩证的辅助工具和表现方式"(《自然辩证法》，第3页)。所以从数学的学习中就能学到生动而又具体的辩证法。第三，19世纪数学和自然科学的重大成就也是经典作家创立马克思主义哲学的重要根据之一，没有一定的数学和自然科学知识，不仅学不好哲学，而且研究哲学方面的经典著作也是有困难的。所以哲学专业重视不重视数学课的学习，是直接关系到能否培养出合格的哲学工作者的重要问题。本书的目的是，在中学已有数学知识的基础上，介绍微积分的基本内容和主要思想，为进一步学习数学和自然科学提供必要的基础知识。作为一门基础课，在介绍微积分的基本知识这一点上，本

书同其他专业的微积分教材没有什么区别。

本书作为哲学专业的教材，通过以下几个方面体现哲学专业的特点。第一，力求通过讲授微积分体现出数学的重要特点（如高度的抽象性、逻辑的严格性和应用的广泛性等），偏重基本理论的系统性和完整性，减少过繁、过多的数字计算。第二，注意数学中的辩证法，尤其是重要数学概念中辩证性质的介绍；尽量避免“纯客观”式地介绍数学；通过学习数学，帮助同学掌握辩证法，进一步树立辩证唯物主义的世界观。第三，注意数学课为专业课服务，凡是哲学方面的经典著作中所涉及到的变量数学问题，力求给予解释，以便同学能通过所学的数学知识加深对有关哲学原理的理解，并使他们将来学习、研究经典著作时不致于发生数学知识不足的困难。因此，本书在努力结合哲学专业的特点这一点上，同其他专业的微积分教材又略有区别。

学一些具体的数学知识，不仅为学习各门自然科学提供了数学工具，而且通过这些知识解剖了数学中的一个麻雀，这是完全必要的。但是作为哲学专业，仅限于此还是不够的，还应当对数学的基本轮廓，包括数学的研究对象、特点、产生和发展过程，以及在发展过程中它同各门自然科学、技术科学特别同生产斗争之间的辩证关系等有一定的了解。为此试写了最后一章——“数学概貌”。编者认为，这部分也是体现哲学专业特点的一个重要方面。

本书全部讲完约需 130 学时左右。使用本书时，可以根据具体情况增加或删去某些内容，讲授顺序由使用者决定。

本书的出版得到教育部有关方面的关怀和支持。初稿曾邀请全国部分高等学校讲授这门课程的教师和出版社的同志审查。参加审查的有：颜秉海（黑龙江大学），曾镛生、李滢（湘潭大学），孙光闾（山西大学），李桂敏（郑州大学），熊先树（兰州大学），李祖扬、贾兰香（南开大学），姚孟臣（北京大学），高成修（武汉大学），铁恩惠、薛雨川（中国人民大学）。此外，请苗东升同志审阅

了第一章至第十七章，请刘大椿同志审阅了第十八章。大家都认真、热情地提出了许多宝贵的意见。中国人民大学出版社有关同志对本书的出版付出了辛勤的劳动。谨向上述同志一并表示由衷地感谢。

本书虽有大家的协助，但由于编者的业务能力和理论水平都极为有限，诚知仍有许多错误和不妥之处，恳求专家和读者不吝赐教。

1982 年 7 月

目　录

第一章　解析几何——变量数学的开端

恩格斯曾经指出，微积分是变量数学的最重要的部分①；他还说，"数学中的转折点是笛卡儿的**变数**。……**有了变数，微分和积分也就立刻成为必要的了**，而它们也就立刻产生；……"②所以学习微积分，除了应当具备初等数学的知识以外，还必须具备最初引入变数的学科——解析几何的基本知识。由于平面解析几何在中学已经学过，所以这一章仅介绍空间解析几何及其所必须的向量代数的基本知识。

1.1　解析几何的对象和基本思想

1.　解析几何的对象和方法

几何学是研究图形性质的数学学科。初等几何学就是关于各种直线形(如三角形、四边形等)以及圆的性质的学问。在初等几何中所使用的方法，主要是由已经成立的命题（即定义、公理和已经证明的定理）出发，论证新的命题成立，也就是从论据推到论题。这种方法叫做综合法。由于实际的需要和数学本身的发展，人们不仅要研究直线，而且要研究曲线；不仅要研究曲线在有限范围的性质，而且还要了解曲线在无限远处的性质。在初等几何和初等代数基本成熟的基础上，将代数方法应用于研究几何

---

① 参看恩格斯：《反杜林论》，人民出版社 1970 年版，第 132 页。
② 恩格斯：《自然辩证法》，人民出版社 1972 年版，第 236 页。

对象，产生了一门崭新的数学学科——解析几何学。**解析几何是应用代数方法研究图形性质的数学学科**。它的研究对象虽然仍是图形，但是所使用的方法却是代数方法。所以在本来的意义上，称之为**代数几何**更为确切(今天之代数几何又有新的内容)，解析几何是传统的名称。由于比较优越的代数方法的采用，一方面，不仅使许多在初等几何中无法研究的问题可以研究了，而且在初等几何中许多比较困难的问题（包括证明题、作图题以及求轨迹问题等）在解析几何中变得比较容易，犹如算术中许多四则杂题用代数方程去解时比较容易一样；另一方面，代数中的许多问题，由于赋予了几何的内容，不仅使我们理解的更清楚、更深刻，而且有时还可以由直观的几何图形中提示出解决问题的途径。这两方面都很重要，但是作为解析几何来说，更注重前者。

解析几何学是现代数学分支之一，它的内容极为丰富，主要是关于直线、二次曲线、平面、二次曲面等各种性质的理论。

2．笛卡儿关于解析几何的基本思想

解析几何作为一门学科，诞生于17世纪，它的产生和发展是以下面两个思想为基础，而这两个思想一般认为是由哲学家笛卡儿在他的一部被简称为《方法论》(1637)的著作中第一次比较明确地提出来的，自然地人们把笛卡儿看成是该学科的奠基人。

从解析几何的对象和方法可知，为了得出解析几何学，首先必须建立代数和几何的有机联系，否则，用代数方法研究几何图形将是一句空话。坐标系就是使二者联系的桥梁。我们已经知道：通过数轴，可以把直线上的点M同实数 x 之间建立一一对应的关系；通过平面直角坐标系，可以把平面上的点M同一对有序实数(x，y)之间建立起一一对应的关系。这种把点看成数，反过来又把数看成点的思想，就是笛卡儿关于解析几何学的**第一个基本思想**。表示一点M的数，称为该点的坐标，所以在建立了点和数的这种对应关系以后，凡说：“已知(给)一点”，即指“已知(给)该点的坐标”；“求一点”，即指“求该点的坐标”。

点和数这种统一关系的建立，虽然十分简单，但却是这门学科的立足点和出发点，所以这门学科又有**坐标几何学**之称。

在点和数统一的基础上，笛卡儿又建立了平面上的几何曲线和代数方程的统一。关于曲线，古代学者把它仅仅看成是物体的形状，是静止的、已经完成的图形。比如，古希腊的学者，把圆锥曲线只是看成是平面同直圆锥可能的交线，这些曲线同运动着的物质世界没有什么联系，仅仅作为纯粹的几何对象加以研究。但是自16世纪以来，随着资本主义生产方式的确立，生产力迅速发展，从而科学技术也迅速发展。比如，在天文学中，刻卜勒发现行星绕太阳运行的轨道是椭圆形的；在力学中，伽利略发现抛出去的物体，在不计算空气的阻力时，是沿抛物线形的轨道飞出去的等。所以这时把曲线不仅作为物体的形状，而且了解为物体运动时的轨迹。这就是说，曲线首先是由动点移动而成。比如，将一个“带有颜色的点”在一个“无色”的平面上移动，在它所走过的路程上，留下来的痕迹，用几何术语说就是曲线。其次，因为在现实生活中，一切东西都是按照一定的方式和规律（如上边提到的行星绕太阳沿椭圆形的轨道运行等）来运动的，这种规律用几何的术语来说就是“几何条件”。所以曲线不仅由动点移动而成，而且还应遵循着一定的几何条件来移动。

在引进坐标系以后，因平面上任何一点M的位置完全被它的坐标(x, y)所决定。当M点移动时，它的坐标(x, y)必然在变化；当M点按照一定的几何条件移动，也就是当M点在某一条曲线l上移动时，它的坐标(x, y)必然在某种条件限制下变化，而这个限制条件常常可以表示为一个含有两个未知数的方程式

$$F(x, y)=0。$$

这个方程式就是M点的轨迹——曲线l的方程式。反过来，曲线l也叫该方程的图形。这种把平面曲线l看成某个含有两个未知数的方程$F(x, y)=0$；反之，又把方程$F(x, y)=0$看成某一条平面曲线l的思想，就是笛卡儿关于解析几何的第二个基本思

想。有了这个思想以后，凡说："已知曲线"，即指"已知该曲线的方程"；"求一曲线"，即指"求该曲线的方程"。

从第二个基本思想可以看出，要达到曲线和方程的统一，除了通过坐标系建立点与数的对应关系，以及把曲线视为动点的轨迹以外，还必须把方程中的未知数 x、y 等视为变数，且把 x 看成动点的横坐标，把 y 看成动点的纵坐标。正是由于这个观点的运用，才开创了一门崭新的数学领域——解析几何学。从此数学面貌发生根本性的变化——进入高等数学、即变量数学的领域。解析几何学则是高等数学的开端。

同平面解析几何类似，为了用代数方法研究空间某些曲面，必须建立空间的点和三个有序实数、空间曲面和含有三个未知数方程之间的联系，这是笛卡儿关于解析几何两个基本思想自然的发展，也是下边两节将要介绍的内容。

3. 空间直角坐标系

同平面直角坐标系的构造相类似，过空间内一点 O（叫作原点）作互相垂直的三条直线 OX、OY 与 OZ（分别叫做横坐标轴、纵坐标轴与立坐标轴）；根据通常应用的右手法则，它们的正方向分别规定为：OX 向前（即指向我们）的方向，OY 向右的方向，OZ 向上的方向；再取一个单位长度。这样构成的图形叫空间直角坐标系（图 1.1）。可以看出，每过两个坐标轴可作一个平面，共作三个平面（叫坐标面），它们把空间分成八个区域，分别叫第一、第二、……、第八卦限（图 1.2）。这样一来，空间内任一点 M 就和三个有序的实数 x、y、z 对应（x、y、z 的绝对值分别表示从 M 点到三个坐标面——yoz、xoz、xoy 的距离）；反之，任意三个有序的实数 x、y、z，可以确定空间唯一的一点 M。于是就建立了空间的点 M 与三个有序实数 x、y、z 之间的一一对应的关系，我们称 x、y、z 为点 M 之坐标，并分别称为 M 点之横坐标、纵坐标和立坐标，记为 M(x、y、z)。原点的坐标是(0，0，0)。

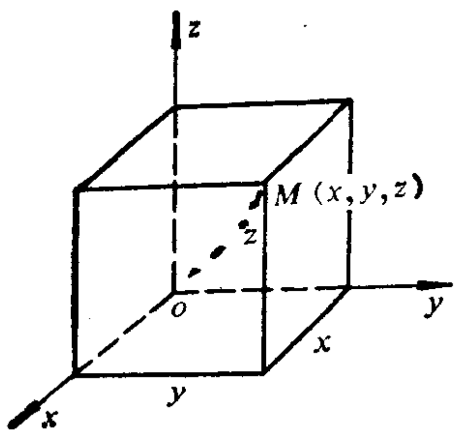

图 1.1

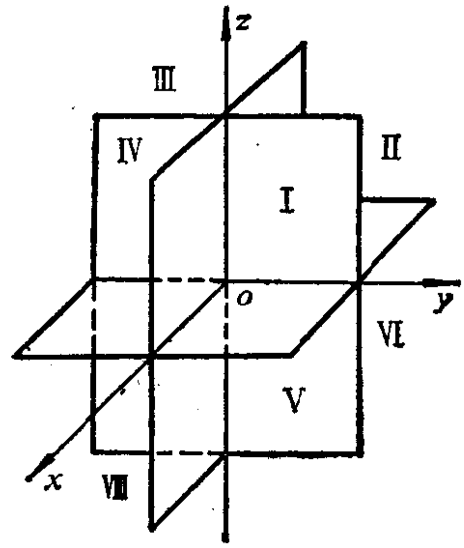

图 1.2

由于M点所在的卦限不同，所以它的三个坐标 x、y、z 的符号就不同，各个卦限的符号如下表：

坐标 \ 卦限	一	二	三	四	五	六	七	八
横坐标 (x)	+	−	−	+	+	−	−	+
纵坐标 (y)	+	+	−	−	+	+	−	−
立坐标 (z)	+	+	+	+	−	−	−	−

例 1 分别求出点M(a，b，c)关于原点、x 轴和 yoz 平面对称点的坐标。

解 设M_1、M_2、M_3分别为已知点M关于原点、x 轴、yoz 面的对称点，则由对称的含义可知 $M_1(-a，-b，-c)$，$M_2(a，-b，-c)$，$M_3(-a，b，c)$。

例 2 已知两点 $M_1(x_1，y_1，z_1)$，$M_2(x_2，y_2，z_2)$，求其间之距离 d(即 $|\overline{M_1M_2}|$)。

解 在空间直角坐标系中可作一个以 M_1、M_2 为顶点且各边平行坐标面的长方体(图 1.3)，由图可知

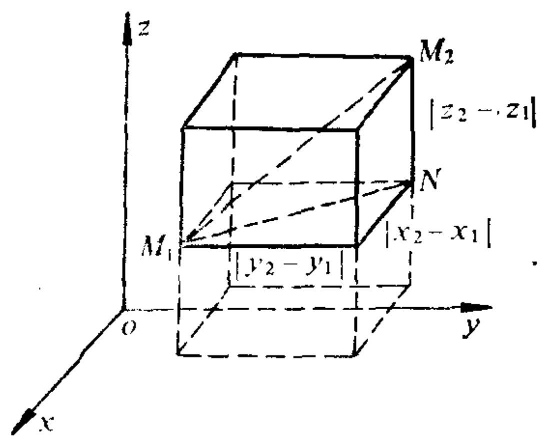

图 1.3

$$|\overline{M_1M_2}|^2 = |\overline{M_1N}|^2 + |\overline{NM_2}|^2$$
$$= |x_2-x_1|^2 + |y_2-y_1|^2 + |z_2-z_1|^2$$

即

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}。\qquad(1.1)$$

如果用坐标原点(0,0,0)与点M(x, y, z)分别代替 M_1 与M_2，由(1.1)式可得M点到原点的距离公式：

$$d=\sqrt{x^2+y^2+z^2}。\qquad(1.1)'$$

4. 曲面方程的概念

在空间直角坐标概念的基础上，再建立空间曲面S同含有三个未知数的方程 F(x,y,z)＝0 的联系。为此，首先把曲面S看成是几何点的轨迹；其次，把满足方程 F(x,y,z)＝0 的一组 x、y、z 值看成是空间一点的坐标。如果凡是曲面S上的点的坐标都能满足方程 F(x,y,z)＝0，凡是不在S上的点的坐标都不满足这个方程，那末就称方程 F(x,y,z)＝0 为**曲面S的方程**，反之也称曲面S为该**方程的图形**。这样就建立了空间曲面S同方程 F(x,y,z)＝0 之间一一对应的关系。有了这个关系后，凡说："已知一个曲面"，即指"已知该曲面的方程"；"求一曲面"，即指"求该曲面的方程"。

当 F(x,y,z)＝0 是一次方程、二次方程时，分别称为**一次曲**