

道路交通控制工程

Daolu Jiaotong Kongzhi Gongcheng

荆便顺 编著

人民交通出版社

(京)新登字 091 号

内 容 简 介

本书以交通流理论和现代控制理论为基础,详细论述高速公路、城市道路交通自动控制系统的建模、估计和最优控制。内容包括高速公路的宏观稳态和动态交通模型、跟车模型、脉冲响应模型、城市交通模型,以及这些模型参数的最优估计方法;交通流参数的最小二乘估计和最小方差估计;高速公路交通事件自动检测;高速公路交通控制系统组成及入口调节、限速标志的最优控制设计;递阶与分散控制;城市交叉路口信号系统设计等。每章都有应用实例或仿真结果,书末附有应用程序。

本书内容丰富,取材新颖,结构紧凑,在国内首次对现代控制理论在交通运输工程中的应用作了全面论述。本书可作为运输自动化与控制、交通工程、自动控制、工业自动化、计算机应用等专业研究生及高年级本科生的教材、教学参考书;也可供从事交通管理与控制技术工作的交通工程师、控制工程师参考。

道路交通控制工程

荆便顺 编著

插图设计: 王惠茹 正文设计: 刘晓方 责任校对: 张莹

人民交通出版社出版发行

(100013 北京和平里东街 10 号)

各地新华书店经销

北京牛栏山印刷厂印刷

开本: $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ 印张: 14.25 字数: 357 千

1995 年 5 月 第 1 版

1995 年 5 月 第 1 版 第 1 次印刷

印数: 0001—3600 册 定价: 18.00 元

ISBN 7-114-02083-X

U · 01409

目 录

绪言.....	(1)
第一章 交通流模型.....	(3)
1.1 交通模型的基本概念及分类	(3)
1.2 微观交通模型（跟车模型）	(3)
1.3 宏观稳态交通的基本特性	(5)
1.4 宏观稳态交通模型	(8)
1.5 宏观动态交通模型	(9)
1.6 高速公路交通模型小结.....	(16)
1.7 城市道路交通模型.....	(17)
1.8 一段道路的交通脉冲响应.....	(19)
第二章 交通模型辨识	(21)
2.1 交通检测数据的处理.....	(21)
2.2 高速公路稳态交通模型的参数估计.....	(25)
2.3 非线性交通模型的参数估计.....	(30)
2.4 一种约束非线性最优化方法——复合形法.....	(34)
2.5 跟车模型的参数估计.....	(38)
2.6 路段交通脉冲响应的辨识.....	(39)
第三章 交通流状态最优估计	(43)
3.1 状态估计概述.....	(43)
3.2 状态估计的最小二乘法.....	(43)
3.3 最小方差估计.....	(48)
3.4 线性动态系统的最小方差状态估计.....	(51)
3.5 非线性系统的 Kalman 滤波器	(57)
3.6 单一路段的状态估计.....	(61)
3.7 多路段状态估计.....	(63)
3.8 交通事件检测.....	(66)
第四章 高速公路交通自动控制	(73)
4.1 高速公路交通控制的必要性.....	(73)
4.2 高速公路交通控制策略.....	(74)
4.3 高速公路交通控制系统的性能指标.....	(78)
4.4 入口匝道调节系统的构成.....	(85)
4.5 定时调节系统的控制算法.....	(90)
4.6 线性规划.....	(92)
4.7 动态最优控制系统的设计方法	(107)

4.8 高速公路入口动态控制系统的设计 (111)

4.9 高速公路入口匝道的汇合控制 (115)

4.10 车辆控制..... (116)

第五章 城市道路交通控制..... (119)

5.1 概述 (119)

5.2 单个交叉路口的交通控制 (122)

5.3 城市交通网络的信号控制 (129)

第六章 交通大系统的递阶与分散控制..... (131)

6.1 动态系统的递阶控制 (131)

6.2 高速公路交通的递阶控制 (137)

6.3 城市道路网络交通的递阶控制 (140)

6.4 用多微机系统实现递阶控制 (145)

6.5 高速公路交通的多层分散控制系统 (150)

6.6 智能公路交通系统 (160)

附录 1 递推的最小二乘法程序 (163)

附录 2 约束非线性问题的 Box 复合形法寻优程序..... (166)

附录 3 相关运算源程序 (FORTRAN) (173)

附录 4 线性规划修正单纯形法程序 (174)

附录 5 采样和离散系统线性二次型控制设计程序 (187)

附录 6 采样和离散系统卡尔曼滤波程序 (209)

参考文献..... (223)

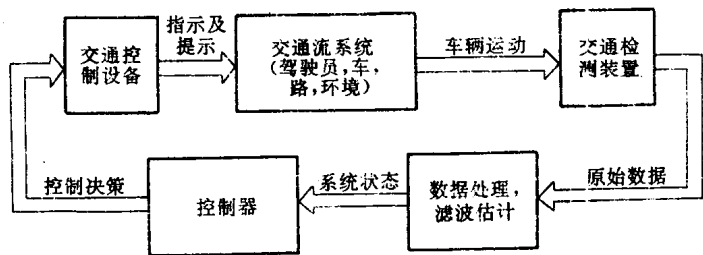
绪 言

随着经济发展和人民生活水平的提高，机动车辆迅猛增多，公路与城市道路面临着日益拥挤的交通问题。交通拥挤导致时间延误，交通事故增多，环境污染加剧，燃油损耗上升。这些都会造成巨大的经济损失。

为了减少和避免交通拥挤，应设法降低高峰交通时间里的交通需求，增大道路设施的通行能力。交错安排上、下班时间，鼓励公共交通发展，限制个人小汽车等均属调整交通需求的措施。为了提高通行能力，近年来人们致力于建造更多的道路，制造更优良的汽车……，这都属于外延发展的途径。单凭以上措施，仍不足以经济、有效地解决交通拥挤问题，比如，修筑新路会受到投资、占用土地等限制。近 20 年来，世界各国特别重视对于公路交通系统管理与控制技术的研究与开发，致力于应用计算机、自动化等高新技术来革新公路交通，包括开发新型的交通控制系统和车辆控制系统等，有效地调整需求，提高通行能力，改善服务水平，这是一条内涵发展的道路。

本书将详细论述高速公路、城市道路交通控制中的一些理论问题。

在交通控制系统中，控制对象是交通流，这意味着我们把交通流视为一个可控的过程，该过程有着自身的特定的运动规律（确定性的或随机的）。认识这个规律，即建立其数学模型，是分析和综合此控制系统的基础工作。事实上，被控过程即交通系统的特性是由道路、车辆、驾驶人及环境条件共同决定的。交通控制系统的简化结构图如绪图-1 所示。



绪图-1 交通控制系统简化结构图

控制设备主要包括交通信号灯（高速公路入口处的控制信号灯或街道交叉口的红绿信号灯）、可变限速标志、驾驶员信息系统（包括通信、引导和各种可变信息标志等）。它们把客观的交通需求在时间及空间上进行合理的调节与分布，在整体上使车辆运行速度提高，车辆密度下降（减少了拥挤），行驶时间节省，交通流量增加，即改善了交通流运行，提高了道路的效用和社会、经济效益。

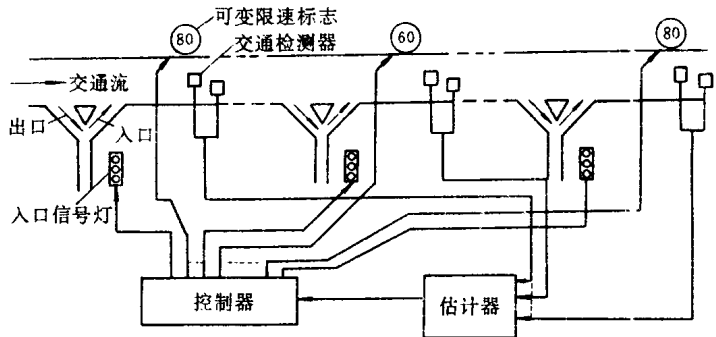
控制设备所遵循的控制策略是由交通控制器（一般是采用微型计算机。老式的控制器有电子线路式的，甚至机械—电气式的）提供的。交通控制器根据交通模型和特定的性能指标以及实际的约束条件，做优化计算，即可确定出特定的控制策略。此策略可以是开环的或闭环的。如果是闭环控制，则系统状态变量（交通流量、交通密度、交通速度、入口排队长度等）的量测将必不可少。检测装置如环形线圈式车辆检测器、超声波式及其他形式的车辆检测器都广为使用。考虑到检测信号中必然含有随机干扰，因此采取必要的滤波处理即进行状态最优估计是十分必要的。

绪图-2 表示一条高速公路的交通控制系统。图中只绘出了入口控制、限速标志这两种控制设施。

本书第一章将着重介绍高速公路交通的宏观稳态和动态模型以及城市交叉路口交通模型，这是后续章节中讨论状态估计、最优控制设计的基础。这一章还介绍了微观（跟车）模型及一段道路的交通脉冲响应模型。

第二章将介绍如何建立交通模型，特别是如何最佳地估计模型参数，内容包括线性交通模型（例如宏观稳态模型）的最小二乘估计法，非线性模型（如宏观动态模型）的复合形估计法，以及脉冲响应的相关辨识方法。这一章首先介绍交通检测数据的处理方法。处理后得到的数据是宏观交通参数（流量、平均速度、密度或占有率等），是模型辨识及交通分析、仿真、控制中所不可少的。第三章研究如何用卡尔曼滤波方法来最优地估计出一段道路或多段道路上的交通流状态。为此，首先讨论了最小二乘法、最小方差法及卡尔曼滤波法的一般原理及其应用。同时，还要研究高速公路交通事件的自动检测方法。第四章详细讨论了高速公路交通的稳态入口控制算法和动态控制算法。为此，介绍了线性规划、极小值原理、线性二次型最优控制等基本方法，并在一开头就介绍了高速公路交通控制的各种不同策略，以及评价高速公路交通控制系统的性能指标。第五章较简略地讨论城市道路交通控制问题。该章提出了一种用极小值原理求解单个路口交通最优控制的算法。第六章介绍大系统理论与方法在交通控制中的应用，着重研究如何用递阶控制、分散控制的方法来解决高速公路交通控制问题和城市交通网络的控制问题；还要研究工程实现即多微机系统的有关问题。以上各章均介绍了研究与应用实例。在书末还附有六个计算机程序，用于模型辨识、状态估计及稳态和动态最优控制设计，供读者参考。

本书反映了近 20 年来国内外学者在交通控制学科所取得的一系列研究和应用成果，也反映了作者所做的一部分工作。有的内容已付诸实际应用（如高速公路、城市交通的定时段控制），有的尚处在继续研究、试验与推广中（如大系统控制）。新的控制概念与方法不断出现，我国交通控制的研究与应用方兴未艾，作者期盼本书的出版能够为我国交通管理与控制的科学化、现代化贡献绵薄之力。



绪图-2 高速公路交通控制系统

第一章 交通流模型

1.1 交通模型的基本概念及分类

交通模型是描述交通流状态变量随时间与空间而变化、分布的规律及其与交通控制变量之间关系的方程式。交通模型是交通自动控制系统设计、分析、仿真、运行中不可缺少的，同时，也是交通分析、预报、评价以及某些交通设施的设计所需要的。

根据描述对象的不同，交通模型可分为微观模型与宏观模型两类。微观模型描述单个车辆的运动规律；宏观模型描述车流（车队）的运动规律，即反映一些集总变量（流量、速度、密度等）的变化过程。显然，交通控制系统所采用的模型应当是宏观模型。微观模型可用于交通安全的分析与仿真，而且宏观模型是建立在微观模型基础之上的。

根据模型和其中变量的不同形态，交通模型有静态模型和动态模型之分。静态模型描述不随时间改变的稳恒交通流随空间分布的规律。实际交通流在某些时段内变化不很大，可近似为这种稳态的交通流。动态交通模型描述交通流随空间的分布及每处交通流随时间变化的规律。

本书侧重于控制系统中所用的宏观动态和静态模型。事实上，模型是偏微分方程形式的，既与时间有关又与空间位置有关，这就成为无穷维（分布参数的）控制问题；而且，模型是非线性的、时变的和随机的。为了便于应用，便于采用目前控制理论中已成熟的、较为系统的、完整的、普及的结论与方法，我们力求使交通模型成为有穷维（集中参数）的、时不变的、确定性的、线性的。为适应计算机控制的需要，我们希望模型是离散时间形式的。即使是这样，还会遇到一个所谓“维数灾”的问题。对于一条包含多个路段的高速公路或一个道路网络，模型的状态变量必定很多，即模型阶次很高，成为一个大系统。大系统的控制问题至今仍是极受关注、有待继续研究的领域。

以上所述模型均属参数模型，即模型中含有若干个反映特定交通特性的参数。在模型结构决定之后，模型的好坏关键就在于这些参数的取值是否准确。参数模型便于控制系统设计之用。还有一类模型是非参数模型，例如描述一段道路的交通特性，也可以用输出（末端交通流量）对输入（始端入口交通流量）的脉冲响应函数来表示。一条高速公路，可取各入口匝道交通流量为输入向量，各路段流量为输出向量，其间关系即脉冲响应函数矩阵。这样的模型在控制系统设计中应用较少，但在系统仿真和数据处理中是很有用的。

下面依次讨论微观模型、宏观静态模型、宏观动态模型和脉冲响应模型。

1.2 微观交通模型（跟车模型）

跟车模型是运用动力学方法，描述在无超车的单一车道上车辆列队行驶时后车跟随前车的行驶状态。其用途是表示单车道交通流特性。

在道路上行驶的一队高密度汽车，间距不大，每一辆车的行驶速度都受到其前面相邻车辆行驶速度的制约，驾驶员只能按前车所提供的信息来决定自己的车速。后车速度总是在前车速度附近波动，不会长时间超过前车速度，否则，会由于车辆间距小于安全距离，紧急情况下来不及刹车，导致尾撞。安全距离不是恒值，当速度提高时，安全距离须相应增大。另一方面，后车速度也不会长时间低于前车，否则延误增大。

后车的速度不仅具有上述跟随性，而且具有滞后性。这是因为驾驶员从感觉到前车运行状态改变，经大脑作出判断，决定采取相应的加速或减速措施，直到手脚做出相应的操作并且车辆速度实现相应的调整，这有一个过程，需要一定时间。这个滞后时间称为反应时间。

设前、后两车在 t 时刻的位置分别为 $x_n(t)$ 、 $x_{n+1}(t)$ ，则速度分别为 $\dot{x}_n(t)$ 、 $\dot{x}_{n+1}(t)$ ，两车间距为 $s(t) = x_n(t) - x_{n+1}(t)$ 。设前导车 n 在 t 时刻实行刹车，滑行一个距离 d_n 后停止；后随车 $n+1$ 滞后一个反应时间 T 之后亦实行刹车，且滑行一个距离 d_{n+1} 后停止，停止时两车间距为 L 。注意到后随车在刹车前（反应时间 T 内）行驶距离为 $T \cdot \dot{x}_{n+1}(t) = T \cdot \dot{x}_{n+1}(t+T)$ ，有如下等式：

$$s(t) - L = T \dot{x}_{n+1}(t+T) + d_{n+1} - d_n$$

假定两车滑行距离相等，即： $d_{n+1} = d_n$ ，则：

$$s(t) = x_n(t) - x_{n+1}(t) = T \dot{x}_{n+1}(t+T) + L$$

两边对 t 求导，得：

$$\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t) = T \ddot{x}_{n+1}(t+T)$$

或

$$\ddot{x}_{n+1}(t+T) = \frac{1}{T} [\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)] \quad (1.2.1)$$

此式表明，后随车在 $t+T$ 时刻施行的加速度（反应）正比于 t 时刻前后二车速度差（刺激）。

式 (1.2.1) 是在假定前导车刹车、两车滑行距离相等以及后随车在反应时间内速度不变这样三个条件下导出的。实际的跟车过程常常比上述情况更复杂。为此，把式 (1.2.1) 中系数 $\frac{1}{T}$ 以反应强度系数 a 代之，得到如式 (1.2.2) 所示的线性跟车模型：

$$\ddot{x}_{n+1}(t+T) = a [\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)] \quad (1.2.2)$$

系数 a 的量纲为 s^{-1} ，表示驾驶员对于刺激所作出的反应的强弱。

进一步研究发现，后随车的跟驶反应不仅决定于它同前导车的速度差，还与二车间距以及后随车本身速度有关。间距愈近，尾撞的潜在危险愈大，且后随车对前导车速度变化亦更为敏感，因而作出的反应会愈加迅速和强烈。后随车本身速度愈高，一旦发生尾撞时后果会愈严重，要求作出的反应需更加迅速有效。于是有如下最一般形式的非线性跟车模型：

$$\ddot{x}_{n+1}(t+T) = a \frac{[\dot{x}_{n+1}(t+T)]^m}{[x_n(t) - x_{n+1}(t)]^l} \cdot [\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)] \quad (1.2.3)$$

其中指数 l 一般在 $0 \sim 3$ 范围内取值， m 取为 0 或 1 。当取 $l=m=0$ 时，即成为线性跟车模型。

跟车模型是描述前后相邻二车的行驶规律的，故属微观交通模型。它能表明单车道上交通流特性，而且在其基础上可导出稳态交通流的宏观基本特性，如 1.3 节所述。

1.3 宏观稳态交通的基本特性

交通流的宏观描述意味着用适当的交通流变量来表达在特定位置、特定时刻的车辆群的平均行为。我们定义如下宏观交通流变量：

交通流量 $q(x, t)$ —— x 点处在 t 时刻，单位时间内通过的车辆数，单位为辆/h。

交通密度 $\rho(x, t)$ —— x 点处在 t 时刻，每车道单位长度道路上拥有的车辆数，单位为辆/km。

空间平均车速 $v(x, t)$ —— t 时刻在 x 点附近车辆的速度平均值，单位为 km/h。

本节讨论上述三个变量之间的关系。

根据上述定义及实地测量结果，发现在车流均匀、车种单一时，三个变量之间符合关系：

$$q = \rho v \tag{1.3.1}$$

这和流体力学中的流体特性相类似。式 (1.3.1) 也可用来近似地描述非均匀的交通流。

下面我们来研究速度—密度 ($v-\rho$) 关系和流量—密度 ($q-\rho$) 关系。这些关系式 (或曲线)，连同式 (1.3.1) 统称为交通基本特性。

实际测量发现的 $v-\rho$ 曲线和 $q-\rho$ 曲线如图 1-1 所示。 $v-\rho$ 曲线表明：速度随着密度的增加呈现单调下降的趋势。这是因为驾驶员出于安全的原因，总是根据车辆间距的大小来调整自己的车速。当 $\rho=0$ 时，车辆间距趋于 ∞ ，驾驶员按自己希望的速度 v_f (自由速度) 行驶，不存在车辆间相互影响。当密度增到极限值，即车流堵塞不前时， $\rho=\rho_{jam}$ ， $v=0$ 。交通流的这种 $v-\rho$ 关系，是不同于一般流体的一种特殊性质。

基于上述 $v-\rho$ 特性以及式 (1.3.1)， $q-\rho$ 的关系 (如图 1-1) 就很容易理解，必定存在一个临界密度 ρ_{cr} ，与流量最大值 (通行能力) q_{max} 相对应。在 $\rho < \rho_{cr}$ 范围内，当 ρ 增大时， v 降低不多，结果 q 增大，使增加的车辆通过，这是稳定的状态，即正常运行状态。当 $\rho > \rho_{cr}$ 时， ρ 的上升引起 v 下降较多，结果 q 减少；这引起 ρ 进一

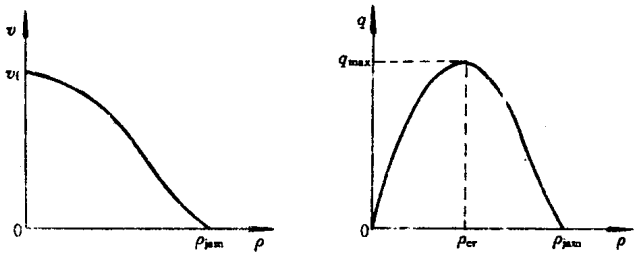


图 1-1 $v-\rho$ 曲线和 $q-\rho$ 曲线

步增大，交通越加拥挤，甚至趋于堵塞 ($\rho=\rho_{jam}$)，这是不稳定状况，也是不希望的运行状态。

寻找适当的表达式来逼近实际的道路交通基本特性，是建立静态、动态交通模型时必须做的基础工作。为此我们首先利用刚刚得到的微观模型来探讨表达式的结构。至于其中参数，则需要根据实测数据加以估计。

我们从式 (1.2.3) 出发，先考虑指数 $m=0$ 、 $l=2$ 的情形。由于

$$s = x_n(t) - x_{n+1}(t) = \frac{1}{\rho(t)}$$

故：

$$\ddot{x}_{n+1}(t+T) = a\rho^2(t) \cdot \frac{d}{dt} \frac{1}{\rho(t)} = -a\dot{\rho}(t)$$

两边对 t 积分：

$$\dot{x}_{n+1}(t+T) = -a\rho(t) + C$$

在稳态时， $\dot{x}_{n+1}(t+T) = \dot{x}_{n+1}(t) = v$ ， $\rho(t) = \rho$ ，即：

$$v = -a\rho + C$$

根据 $v|_{\rho=0} = v_f$ ，得积分常数 $C = v_f$ ；根据 $v|_{\rho=\rho_{jam}} = 0$ ，得 $a = \frac{v_f}{\rho_{jam}}$ ，所以 $v-\rho$ 关系式为：

$$v = v_f(1 - \frac{\rho}{\rho_{jam}}) \quad (1.3.2)$$

这正是 Greenshields 于 1935 年提出的线性关系式。

同样进行积分，可导出当 $m=1$ 、 $l=2$ 时有：

$$v = v_f \exp(-\frac{\rho}{\rho_{cr}}) \quad (1.3.3)$$

当 $m=1$ 、 $l=3$ 时， $v-\rho$ 关系式为：

$$v = v_f \exp[-\frac{1}{2} \frac{\rho^2}{\rho_{cr}^2}] \quad (1.3.4)$$

为了便于描述各种不同道路的交通基本特性，建议采用如下更具一般性的关系式：

$$v(\rho) = v_f [1 - (\frac{\rho}{\rho_{jam}})^l]^m \quad (1.3.5)$$

其中 $l > 0$ ， $m > 0$ 。显然式 (1.3.2) 为其特例。式 (1.3.5) 含有 4 个待定参数： v_f 、 ρ_{jam} 、 l 、 m 。也可以采用如下关系式：

$$v(\rho) = v_f \exp[-\frac{1}{a} (\frac{\rho}{\rho_{cr}})^a] \quad (1.3.6)$$

其中含有三个待定参数： ρ_{cr} 、 v_f 、 a 。显然式 (1.3.3)、(1.3.4) 是式 (1.3.6) 的特例。

另外，还可以用幂级数来表达 $v-\rho$ 关系：

$$v(\rho) = \sum_{i=1}^n a_i \rho^i \quad (1.3.7)$$

其中待定参数是 a_i ($i=1, 2, \dots, n$)， n 适当选定。

把上述 $v-\rho$ 关系式 (1.3.5)、(1.3.6) 或 (1.3.7) 代入式 (1.3.1) 即得 $q-\rho$ 关系式。

由式 (1.3.5) 得：

$$q = v_f \rho \left[1 - \left(\frac{\rho}{\rho_{jam}} \right)^l \right]^m \quad (1.3.8)$$

由式 (1.3.8) 可导出临界密度 ρ_{cr} 同堵塞密度 ρ_{jam} 之间的关系。因为当 $\rho = \rho_{cr}$ 时满足 $\frac{dq}{d\rho} = 0$ ，于是得到：

$$\rho_{cr} = \rho_{jam} (1 + ml)^{-\frac{1}{l}} \quad (1.3.9)$$

$$q_{max} = v_f \rho_{cr} \left(\frac{ml}{1 + ml} \right)^m \quad (1.3.10)$$

即由 l 、 m 、 ρ_{jam} 、 v_f 可求得 ρ_{cr} 、 q_{max} 。

由式 (1.3.6) 可求得：

$$q_{max} = v_f \rho_{cr} \exp\left(-\frac{1}{a}\right) \quad (1.3.11)$$

综上所述：

1. 宏观关系式 $v(\rho)$ 、 $q(\rho)$ 是在微观模型基础上考虑到实测曲线及边界条件而导出的。这些关系式对于各种不同类型车辆组成的交通流(例如自动化车辆系统或公用道路交通等)都是有效的。

2. 本节所得到的 $v(\rho)$ 、 $q(\rho)$ 关系式只适合于稳态交通流。对于动态交通流， v 不仅仅决定于当时当地的 ρ ， q 也不仅仅决定于当时当地的 ρ 。动态速度分析将在第 1.5 节详述。

3. 上述关系式为识别一条具体道路的基本特性提供了可能性。首先选定 $v(\rho)$ 或 $q(\rho)$ 的表达式结构形式，然后根据实测数据寻找适宜的参数，使表达式的计算值与实测值在最小二乘的意义上吻合最佳。参数估计的方法将在第二章中详述。

最后附带说明另外两个常用的交通流变量：

1. 占有率 (或叫做车辆占有率)：它定义为一路段内车辆占用的道路长度总和与路段长度之比。由于难以测量，故常用时间占有率代之。目前，环形线圈式车辆检测器广为采用。当每辆车的车头进入环形线圈前沿时，即产生感应电信号；至车尾驶离环形线圈后沿时，信号停止。测出一周期内所有感应电信号的宽度，其总和与周期之比即取为占有率。显然这中间有一个偏差，即与一个信号宽度相对应的，不仅仅是一辆车的长度，而且还包括一个线圈的长度。二者之和称为有效车辆长度。设一路段内平均有效车辆长度为 L_v (km)，则占有率：

$$o = L_v \rho \quad (1.3.12)$$

即占有率与密度成正比，二者具有相近的概念。 L_v 值可以由现场测量数据中估计出来 (见第 2.1 节)。在实际应用中，常把 L_v 取为一个常数。例如高速公路上小汽车为主的车流，取 $L_v = 0.007 \text{ km} = 7 \text{ m}$ 。很多道路检测站不直接提供 ρ 的测量值，但提供占有率值，用式 (1.3.12) 即可把它换算成密度值。

2. 时间平均速度：它定义为道路某一断面处一段时间内通过的所有车辆的速度平均值。为区别于空间平均速度，我们将时间平均速度记为 w 。设一个测量周期内共有 N 辆车通过某一断面，每车速度为 y_i ($i = 1, 2, \dots, N$)，并设该断面所在路段长度为 Δ ，则 N 辆车通过长度 Δ 平均行驶时间为：

$$\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\Delta}{y_i}$$

于是该周期内时间平均速度为：

$$w = \frac{\Delta}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{\Delta}{y_i}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{y_i}} \quad (1.3.13)$$

即时间平均速度等于所有通过车辆速度的调和平均值。

在稳态交通情况下, w 与 v 数值相等。在动态应用中, 也可以用实测所得到的 w 近似地代替断面所在路段的空间平均速度 v 。

1.4 宏观稳态交通模型

宏观稳态模型是描述 q 、 v 、 ρ 沿道路位置坐标分布规律的模型。由于稳态时 q — ρ 关系、 v — ρ 关系是固定的, 我们只要找到流量 q 的分布规律就行了。若要了解 ρ 的分布, 根据 q — ρ 特性可以推算出来, 进而根据 v — ρ 特性可以推演出 v 的分布。

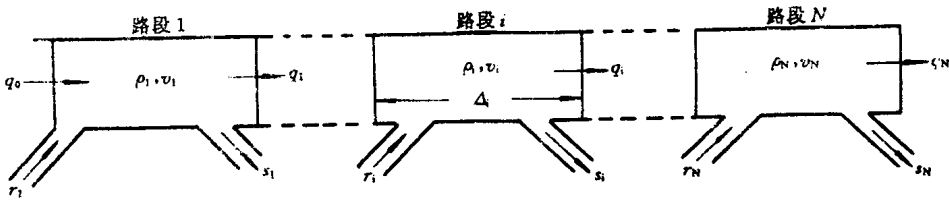


图 1-2 高速公路的路段

为简单起见, 我们不追求 q 随道路坐标连续变化的规律, 而把一条道路按照其实际几何情况和交通情况划分为若干路段。每一段内交通状态可近似认为是均一的, 即 q 、 ρ 、 v 不变, 且每一段内车道数目不变, 至多只包含一个入口和一个出口, 如图 1-2 所示。

设第 i 路段内交通流量为 q_i , 入口、出口匝道流量分别为 r_i 、 s_i , 则 q_i 可表示为:

$$q_i = q_{i-1} + r_i - s_i \quad i = 1, 2, \dots \quad (1.4.1)$$

只要知道起始端主线流量 q_0 及各入口、出口匝道的流量, 即可用式 (1.4.1) 计算出各段的流量 q_i ($i = 1, 2, \dots$)。故式 (1.4.1) 即为稳态流量模型。显然, 这是一个递推模型。

还可以用另一种非递推的模型, 即起始—到达模型来表示 q_i 。设从路段 j 的入口匝道进入的车辆 (流量为 r_j) 中有 $a_{ij} \times 100\%$ 到达路段 i , 则:

$$q_i = \sum_{j=1}^i a_{ij} r_j \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1.4.2)$$

$$(0 \leq a_{Nj} \leq a_{(N-1)j} \leq \dots \leq a_{(j+1)j} \leq a_{jj} \leq 1)$$

运用式 (1.4.2) 时, 应注意把道路始端进入流量计入第 1 路段的入口流量 r_1 。

引入 $N \times N$ 维方阵 A (起始—到达阵):

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & & & 0 \\ a_{21} & a_{22} & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix}$$

并定义 q 为 N 维流量向量, r 为 N 维入口流量向量, 即 $q = [q_1 \dots q_N]^T$, $r = [r_1 \dots r_N]^T$ 。则式

(1.4.2)可写成矩阵形式:

$$q=Ar \quad (1.4.3)$$

只要估计出矩阵 A 之后,则可根据各个 r_j 计算出每个 q_i 。稳态流量模型 (1.4.3) 用于高速公路的稳态入口控制设计。

附带讨论一下出口匝道流量 s_i 与入口流量 r_j 的关系。设 r_j 中有 $b_{ij} \times 100\%$ 经其下游第 i 路段的出口匝道驶出,即:

$$s_i = \sum_{j=1}^i b_{ij} r_j, i=1,2,\dots,N \quad (1.4.4)$$

$$\sum_{i=1}^N b_{ij} = 1, j=1,2,\dots,N \quad (1.4.5)$$

写成矩阵形式,为:

$$s=Br \quad (1.4.6)$$

s 为 N 维列向量,其元素为各路段内出口流量。 $N \times N$ 方阵 B 第 i 行第 j 列元素即为 b_{ij} , B 称为起终点矩阵。

到达路段 i 的车辆总要从其下游的出口驶出,故:

$$a_{ij} = \sum_{k=i+1}^N b_{kj}, j=1,2,\dots,N \quad (1.4.7)$$

根据实测的 q 、 r 、 s ,运用式 (1.4.3)、(1.4.6)、(1.4.7) 可以估计出矩阵 A 。这比只使用 r 、 q 和式 (1.4.3) 要更精确一些。

把式 (1.4.2) 代入式 (1.4.1), 可得到 s_i 与 q_{i-1} 之间的关系式:

$$s_i = \gamma_i q_{i-1} \quad (1.4.8)$$

其中:

$$\gamma_i = \frac{\sum_{j=1}^{i-1} (a_{(i-1)j} - a_{ij}) r_j}{\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} r_j}$$

在仿真计算中,有时尚不明确 A 、 B 数值,根据式 (1.4.8),可以粗略地把 γ_i 取为一个常数,即认为 s_i 正比于 q_{i-1} ,由此确定 s_i 取值。

1.5 宏观动态交通模型

事实上,某时刻在某点处的交通变量除了与该时刻、该位置有关外,还与该时刻之前该点处交通变量值以及该点上下游相邻处交通变量值有关,即交通流过程是交通变量随着空间、时间而演变的动态过程。本节将分别讨论关于交通密度、流量和平均速度的动态过程模型。在动态过程中,三个变量的数值之间不存在严格的对应关系(与稳态时不同),所以完整的动态模型应是三者的组合。但在有些情况下,只取其中某一个或两个变量的模型,只对这个或两个变量实施控制,也能收到一定的实际效果。

1.5.1 密度动态模型

考虑一条长的多车道高速公路,其交通流可看作一个密度为 $\rho(x, t)$ 、流量为 $q(x, t)$ 的流体, x 为沿公路行车方向所取的位置坐标, t 为时间,它遵从如下流体运动的车量守恒基本方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = r - s \quad (1.5.1)$$

其中: r 、 s 分别表示断面 x 处的驶入流量、驶出流量。式 (1.5.1) 的直观意义是: 当外来源项 $(r-s)$ 增大时, 该处密度 ρ 呈上升趋势, 且自该点以下流量呈现增加趋势, 这是符合实际的。

为便于交通控制系统设计之用, 我们把式 (1.5.1) 化为常微分方程, 然后再化为离散时间形式的差分方程。为此, 把所论高速公路划分为 N 段, 每段内各交通变量近似地认为是均一的, 每段至多含有一个入口和一个出口, 每段长度为 $\Delta_i (i=1, 2, \dots, N)$ 。第 i 路段交通变量记为 $\rho_i(t)$ 、 $v_i(t)$ 、 $q_i(t)$, 其入口、出口匝道流量分别记为 $r_i(t)$ 、 $s_i(t)$ 。于是, 以增加变量数目(维数)为代价, 把偏微分方程 (1.5.1) 化为如下一组 (N 个) 常微分方程。这种处理常被称为空间离散化。方程组为:

$$\dot{\rho}_i(t) = \frac{1}{\Delta_i} [q_{i-1}(t) - q_i(t) + r_i(t) - s_i(t)] \quad i=1, 2, \dots, N$$

离散时间形式为:

$$\begin{aligned} \rho_i(k+1) &= \rho_i(k) + \frac{T}{\Delta_i} [q_{i-1}(k) - q_i(k) + r_i(k) - s_i(k)] \\ i &= 1, 2, \dots, N; \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (1.5.2)$$

其中 T 为采样周期, $\cdot(k) = \cdot(kT)$ 。离散化中间采用了近似关系式:

$$\dot{\rho}_i(t) \approx \frac{1}{T} [\rho_i(k+1) - \rho_i(k)]$$

显然 T 取值越小, 则准确度越高。 T 的选取应满足不等式:

$$T < \frac{\Delta_{\min}}{v_f} \quad (1.5.3)$$

即车辆以自由速度 v_f (最高速度) 行驶时, 也不容许在一个采样周期 T 内越过一个最短的路段 (其长度为 $\Delta_{\min}$); 否则动态检测数据将失掉应有的信息, 将是不完全、不准确的。动态控制也将不是十分有效的。

密度模型 (1.5.2) 的直观意义十分明显。右端第二项方括号中的内容与 T 的乘积表示第 k 周期内第 i 路段上净增加的车数, 除以 Δ_i 则为密度增量。

模型 (1.5.2) 符合实用, 由于每路段均应装设交通检测器, $q_i(k)$ 、 $\rho_i(k)$ 、 $r_i(k)$ 、 $s_i(k)$ 都可实测到。该式正是控制系统所需要的状态方程形式, 状态为 $\rho_i(k)$, 控制量为 $r_i(k)$ 。至于 $q_i(k)$ 可

表示为 ρ 与 v 的乘积形式(见下一小节), $s_i(k)$ 可近似地用 $q_{i-1}(k)$ 表示(式 1.4.8)

稳态流量模型(1.4.1)是式(1.5.2)的特例, 因为稳态时 $\rho_i(k+1) = \rho_i(k)$

1.5.2 流量动态模型

稳态流量模型(1.4.1)、(1.4.2)的特点是一路段的流量仅与其上方的交通变量有关, 与其下方交通无关, 即信息只沿着顺流方向传递。但在动态交通流中, 情况与此不同, 一处交通流量不仅决定于上游交通, 而且与下游交通有关, 或者说存在着顺流和逆流两个方向传递的信息。本小节就来揭示其机理, 提出关于流量的动态方程。

考察一段无出入口匝道的道路, 其守恒方程为:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

考虑到 1.3 节中图 1-1 所示的 $q=q(\rho)$ 关系, 定义

$$c = \frac{\partial q}{\partial \rho}$$

表示流量—密度曲线上特定工作点处切线的斜率, 则守恒方程成为:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + c \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$$

其解为 $\rho(x, t) = F(x - ct)$, F 为任意函数。这意味着在密度等变量地发生改变时, 所产生的交通不均匀性(运动波)随着交通流以速度 $c = \frac{\partial q}{\partial \rho}$ 进行传播。

由 $q-\rho$ 曲线(图 1-3)知运动波速度 c :

$$c \geq 0 \quad \forall \rho \in [0, \rho_{cr}] \quad (\text{顺流传播})$$

$$c < 0 \quad \forall \rho \in [\rho_{cr}, \rho_{jam}] \quad (\text{逆流传播})$$

且:

$$c \leq v \quad \forall \rho \in [0, \rho_{jam}]$$

其中 v 表示空间平均速度。对于一个特定工作点, v 等于从原点指向该点的辐射向量的斜率, 且不小于该点处切线斜率(即运动波速度 c)。

这说明, 在顺畅交通情况下, 运动波顺流传播, 下游交通受到上游当前交通状态的影响。在拥挤情况下, 运动波逆流传播, 下游交通会反过来影响其上游。前面稳态模型所表示的仅仅反映了顺畅交通的情况, 不能反映 $\rho > \rho_{cr}$ 时的拥挤交通。事实上, $\rho > \rho_{cr}$ 的交通是不稳定的状态, 不会有真正的稳态交通进入此范围。

逆向传播的运动波还出现在交通不连续的情况。设下游处交通状态为 ρ_1 、 q_1 (拥挤), 上游处交通状态为 ρ_2 、 q_2 (顺畅), $q_2 > q_1$, $\rho_1 > \rho_2$ 。当上游较快的车流赶上下游较慢的车流时,

就发生了逆向传播的冲击波，使上游交通受到影响。冲击波运动规律可从守恒方程解出，其传播速度为：

$$u=\frac{q_1-q_2}{\rho_1-\rho_2}$$

在图 1-3 中表示为连接点 (ρ_1, q_1) 和 (ρ_2, q_2) 的直线段所具有的斜率。

综上所述，在确定一路段的交通流量时，应考虑其上游流量的影响（顺畅时）和下游流量的影响（拥挤时）；在交通变化过程中，上下游交通的作用都需加以考虑。于是我们用加权的形式表示路段 i 和 $i+1$ 之间的流量 $q_i(t)$ ，且两侧流量均表示为密度的函数（按照 $q-\rho$ 关系）：

$$q_i(t)=\alpha q[\rho_i(t)]+(1-\alpha)q[\rho_{i+1}(t)] \tag{1.5.4}$$

或：

$$q_i(k)=\alpha q[\rho_i(k)]+(1-\alpha)q[\rho_{i+1}(k)] \tag{1.5.5}$$

加权系数 α 的值与 ρ_i 、 ρ_{i+1} 有关。当 $\rho_{i+1}<\rho_{cr}$ 时， α 值接近于 1，即 q_i 主要取决于其上方；当 $\rho_{i+1}>\rho_{cr}$ 时， α 值接近于 0，即 q_i 主要由下方交通状况决定。实际工作中把 α 取为某个接近于 1 的常数，并把式（1.5.4）修正为：

$$q_i(t)=\hat{\alpha}q[\min(\rho_i(t),\rho_{cr})]+(1-\hat{\alpha})q[\rho_{i+1}(t)] \tag{1.5.6}$$

$$\hat{\alpha}=\begin{cases} \alpha, & \text{当 } \rho_{i+1}(t)<\rho_{cr}; \\ 1-\alpha, & \text{当 } \rho_{i+1}(t)\geqslant\rho_{cr} \end{cases}$$

当 $\rho_i>\rho_{cr}>\rho_{i-1}$ 时，式（1.5.6）结果是 $q_i(t)\approx q_{max}$ ，这符合运动波理论，也符合实际交通情况。

若第 i 路段末尾有一个出口匝道，第 $i+1$ 路段始端有一个入口匝道（如图 1-2），则式（1.5.6）进一步修正为：

$$\begin{aligned} q_i(t)= & \hat{\alpha}q[\min(\rho_i(t),\rho_{cr})]+(1-\hat{\alpha})[q(\rho_{i+1}(t)) \\ & -r_{i+1}(t)]-s_i(t) \end{aligned} \tag{1.5.7}$$

或：

$$q_i(k) = \hat{a}q[\min(\rho_i(k), \rho_{cr})] + (1 - \hat{a})[q(\rho_{i+1}(k)) - r_{i+1}(k)] - s_i(k) \quad (1.5.8)$$

并满足不超过通行能力的约束条件:

$$\left. \begin{aligned} q_i(k) &\leq q_{i+1, \max} - r_{i+1}(k) \\ q_i(k) &\leq q_{i, \max} - s_i(k) \end{aligned} \right\} \quad (1.5.9)$$

将流量模型 (1.5.8) 代入密度模型 (1.5.2), 则得到以 ρ 为状态、以 r 为输入的状态方程。如果控制系统的性能指标是用 ρ 表示的 (例如希望所有各段的密度最小, 此时延误时间最少; 同时还须符合某些约束条件), 则构成一个最优控制问题。关于这一点, 后面将详细讨论。

以上我们从车流量守恒方程及 ρ 的解出发, 结合 $q-\rho$ 基本特性讨论了交通流的运动波现象, 从而得出上下游加权 and 形式的流量模型。此模型不是微分方程或差分方程形式, 它给出了 q_i 与 ρ_i 、 ρ_{i+1} 的关系, 便于同密度模型联合应用。其不精确之处在于用稳态之下的 $q(\rho)$ 来表示动态过程中的 q 、 ρ 关系是粗略的。解决这个问题, 需要分析速度动态过程, 用 $q=\rho v$ 代之。

1.5.3 速度动态模型

前述模型尚未涉及空间平均速度。根据动态密度、流量模型, 在已知 r_i 、 s_i 后, 可以确定各路段的密度与流量, 但各路段平均速度应如何确定呢? 按 $v-\rho$ 关系确定 v 是不准确的, 因为此关系仅适合于稳态交通。实际交通流中车辆速度是由驾驶员根据车辆、道路、交通情况加以调整的, 与当时及前时的交通有关, 与当地及前方的交通状况有关, 是一个复杂的动态过程, 与自动调整间距的自动化车辆不同。因此, 研究速度动态模型是必要的。关于平均速度的动态过程至今仍在继续研究中, 特别是拥挤交通情况下停停走走或者突然变成堵塞的不稳定现象, 以及大流量冲击、车流交织与汇合等动态现象, 尚未找到准确的数学描述。

美国学者 Payne. H. J. 于 1971 年首先提出一个高速公路交通的动态模型。其基本思想是揭示平均速度的动态特性, 找到一个动态关系式 $v=v(\rho)$, 与密度方程式 (1.5.2) 联立, 构成动态交通模型。至于动态流量, 则把式 (1.5.5) 中的稳态关系 $q=q(\rho)$ 代之以 $q=\rho v$, 因为在此模型中已引入 v 作为状态变量。

平均速度 $v(x, t)$ 不可能瞬时地跟随 $\rho(x, t)$ 而变化; 根据 $q=\rho v$ 关系, $q(x, t)$ 也是如此。所以, 在动态交通条件下使用稳态 $q(\rho)$ 关系不能准确表示 q 、 v 的动态过程, 正是前述模型的不足之处。事实上, 驾驶员调整车速总是根据前方交通密度; 而且由于驾驶员有一个反应过程, 车辆动力、传动装置有一个调整时间, 故车速的变化总比前方 Δx 处密度的变化滞后一个时间 τ , 即:

$$v(x, t + \tau) = v[\rho(x + \Delta x, t)] \quad (1.5.10)$$

应当指出, 式 (1.5.10) 比 1.2 节中讨论的跟车模型有所改进。跟车模型考虑了时间上的滞后, 未反映对前方密度的预先适应。

把式 (1.5.10) 左侧对 τ 、右侧对 Δx 展开为 Taylor 级数, 略去高阶项, 得到: