高等学校教学用书

物理实验

皇甫练真　主编

陕西科学技术出版社

高等学校教学用书
物 理 实 验
皇甫练真 主编
陕西科学技术出版社出版发行
(西安北大街131号)
西安7226印刷厂印刷
787×1092毫米 16开本 14.25印张 32万字
1990年8月第1版 1990年8月第1次印刷
印数：1—13,000
ISBN 7-5369-0758-3/O·24
定价：5.10元

前　言

本书是根据国家教委批准的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》的精神，结合现有实验设备状况和近几年的教学实践在我们各校历年原有物理实验讲义的基础上编写而成的。

在高等工业学校中物理实验课是一门独立的课程，它应当有自己的课程体系和教学目的。但和一般理论课不同，受仪器设备限制，实验课大都采用循环制排课，这样就为在教学实践中贯彻“循序渐进”的原则增加了很大困难。因此，本课程的体系在教材中如何体现，在教学实践中如何安排，是很值得研究的问题。

实验误差和数据处理是贯穿全课程的基本内容，我们集中写了一章。关于常用仪器没有散放在各个实验之中，而把它们集中在第二章中简单介绍，便于学生随时翻阅。我们建议第一、二两章的内容在学生分组实验以前用6学时分两次向学生概括讲解。这样即令采用大循环方式排实验学生也无多大困难。当然在各次实验中还需结合实际情况反复提醒学生，不能指望通过两次课就一劳永逸。误差理论和有效数字部分，限于学生初学，我们做了必要的简化，有些内容可以说仅是单纯为了教学方便而作的规定。学生有了一定基础后，在今后的工作中将会依据具体情况灵活运用。

为了缩小篇幅，本书在叙述方面力求简练，有些公式希望学生自己去推导，有些内容的理解需要查找参考资料。我们认为这对学生是一种锻炼和培养。教材只能作为主要参考书，重要的是教师的恰当教育与引导。书中我们省去了每个实验后的数据表格和数据处理部分，教师可根据具体情况对学生提出要求。

实验课教材的编写历来就是集体劳动的成果。参加本书编写工作的有皇甫练真、张捷民、王琛、马峰、胡波、王宏亮（西北纺织工学院）、朱绍堂、孙犁洋、单汝锦、刘树森（天津纺织工学院）、薛荷官、薛兴宝、丁敏、江美福、淡利琴、樊斌（苏州丝绸工学院）、刘锷、沈照根、洪瑞华、金葆青（北京服装学院）、曲开恩、陈兆洲（山东纺织工学院）、刘光宇（郑州纺织工学院）、周恕义、王世慧、王少华、郭宽城、金浩（齐齐哈尔轻工业学院）、余震虹（无锡轻工业学院纺织分院）。皇甫练真、张捷民、薛荷官、朱绍堂、刘锷、金葆青、刘光宇、曲开恩、周恕义、余震虹等十同志对本书的初稿曾作过两次详细的讨论。最后委托皇甫练真同志主编成书。

本书在编写及出版过程中得到了陕西科技出版社和西北纺织工学院教材科的热情支持与合作，在此一并致谢。

编者水平有限，书中的缺点和错误一定不少，恳请使用本书的教师和学生批评指正。

编　者

1989.10.1西安

目　录

绪论 …………………………………… (1)

第一章　测量误差与数据处理 …………………… (2)

§1-1　测量与误差 …………………………… (2)
§1-2　误差的分类 …………………………… (2)
§1-3　直接测量量的误差估算 ………………… (3)
§1-4　间接测量量的误差估算 ………………… (5)
§1-5　测量准确度和仪器误差 ………………… (7)
§1-6　测量结果的完整表示 …………………… (8)
§1-7　有效数字 ……………………………… (9)
§1-8　几种数据处理方法 ……………………… (13)
§1-9　用最小二乘法处理数据 ………………… (15)
思考题与练习题 …………………………… (19)

第二章　常用仪器简介 ………………………… (22)

§2-1　游标尺 ……………………………… (22)
§2-2　螺旋测微计 …………………………… (24)
§2-3　天　平 ……………………………… (25)
§2-4　实验室常用电源 ……………………… (28)
§2-5　电表 ………………………………… (29)
§2-6　万用表 ……………………………… (31)
§2-7　电阻和电阻箱 ………………………… (32)
§2-8　滑线变阻器 …………………………… (34)
§2-9　信号发生器 …………………………… (35)
§2-10　实验室常用光源 ……………………… (37)
§2-11　望远镜 ……………………………… (38)
§2-12　读数显微镜 …………………………… (39)
§2-13　测微目镜 …………………………… (40)
§2-14　微型计算机系统 ……………………… (40)

第三章　基础实验 …………………………… (43)

实验1　固体密度的测定 ……………………… (43)

实验 2　拉伸法测钢丝的弹性模量……………………………………………(46)
实验 3　液体表面张力的测定………………………………………………(49)
方法之一　拉脱法　…………………………………………………………(49)
方法之二　毛细管法…………………………………………………………(51)
实验 4　物体转动惯量的测定………………………………………………(55)
方法之一　用三线扭摆测物体的转动惯量…………………………………(55)
方法之二　用转动惯量仪测物体的转动惯量………………………………(57)
实验 5　落球法测液体的动力粘度…………………………………………(61)
实验 6　弦线中波速的测定…………………………………………………(64)
实验 7　金属线胀系数的测定………………………………………………(67)
实验 8　电表的改装…………………………………………………………(69)
实验 9　伏安法测电阻………………………………………………………(71)
实验10　惠斯通电桥测电阻…………………………………………………(75)
实验11　双臂电桥测低电阻…………………………………………………(79)
实验12　电位差计的使用……………………………………………………(83)
实验13　示波器的使用………………………………………………………(88)
实验14　灵敏电流计的研究…………………………………………………(94)
实验15　模拟法测绘静电场…………………………………………………(97)
实验16　圆线圈磁场的测绘…………………………………………………(102)
实验17　载流直螺线管内磁场分布的测定…………………………………(106)
实验18　铁磁材料的磁化曲线和磁滞回线…………………………………(110)
方法之一　磁通计法测铁磁材料的磁化曲线………………………………(111)
方法之二　示波器法测铁磁材料的磁化曲线和磁滞回线　………………(114)
实验19　薄透镜焦距的测定…………………………………………………(118)
实验20　等厚干涉——牛顿环与劈尖干涉…………………………………(121)
实验21　双棱镜干涉…………………………………………………………(125)
实验22　分光计的调节和使用………………………………………………(129)
实验23　衍射光栅……………………………………………………………(134)
实验24　偏振光特性的研究…………………………………………………(136)
实验25　介质膜折射率的测定………………………………………………(144)

第四章　近代和综合性实验…………………………………………………(146)

实验26　摄影和暗室技术……………………………………………………(146)
实验27　迈克尔逊干涉仪……………………………………………………(150)
实验28　激光全息照像………………………………………………………(154)
实验29　光谱定性分析………………………………………………………(158)
实验30　盖革—弥勒计数管坪特性曲线的测定……………………………(165)

实验31　富兰克—赫芝实验……(168)
实验32　密立根油滴实验……(171)
实验33　光电效应法测定普朗克常数……(174)
实验34　电子荷质比的测定……(178)
方法之一　磁聚焦法测电子的荷质比……(178)
方法之二　磁控管法测电子的荷质比……(180)
实验35　霍耳元件测磁场……(183)
实验36　钨的电子逸出功的测定……(187)
实验37　微波的单缝衍射和布拉格衍射……(192)
实验38　空气中声速的测定……(196)
方法之一　用声速测定仪测声速……(196)
方法之二　用显示驻波法测声速……(198)
实验39　真空镀膜……(200)
实验40　用椭圆偏振仪测量薄膜的厚度……(206)

第五章　设计性实验……(211)

§5-1　引　言……(211)
§5-2　实验设计的一般程序……(211)
§5-3　设计举例……(212)
§5-4　设计性实验参考选题……(213)

附　录……(215)

附录1　中华人民共和国法定计量单位表……(215)
附录2　基本物理常数……(217)
附录3　标准大气压下不同温度的纯水密度……(217)
附录4　水的沸点(℃)随大气压力p(mmHg)的变化……(218)
附录5　20℃时常见固体和液体的密度……(218)
附录6　不同温度下与空气接触的水的表面张力……(219)
附录7　20℃时某些材料的弹性模量……(219)
附录8　某些液体的粘度……(219)
附录9　实验室常用光源的谱线波长……(220)
附录10　铜—康铜热电偶分度表(0～100℃)……(220)

绪　论

1　物理实验课的地位、作用和任务　科学实验是科学发展的源泉。16世纪，意大利物理学家伽利略开创了科学的物理实验方法。物理学是一门实验科学，物理学的概念、定律和理论的建立、发现和形成，都以物理实验为基础并受到实验的检验。物理学的实验方法业已广泛应用于其它学科和生产实践之中，成为推动科学技术发展的强有力的工具。

在培养高级工程技术人才的工科大学里，不仅要使学生获得比较深厚的基础理论和专业理论知识，还应该受到系统的实验方法和实验技能的训练。物理实验课是学生必修的独立开设的一门基础实验课，在培养学生科学实验技能的一系列实验课程中，本课程起着重要的奠基作用。

具体地说，物理实验课的任务是：

(1) 通过对物理现象的观察、分析和对物理量的测量，学习物理实验基本知识，加深对物理原理和规律的理解。

(2) 培养与提高学生的科学实验能力，包括：阅读实验教材或资料；正确使用常用仪器；对实验现象进行初步分析与判断；正确记录和处理实验数据；正确绘制实验图线；完整表达实验结果；撰写实验报告；完成简单的实验设计。

(3) 培养与提高学生的科学素养和主动研究的探索精神。树立良好学风和严肃认真的工作态度。养成爱护公共财物的优良品德。

2　物理实验课的基本程序

2.1 预习　实验前必须认真阅读教材及有关参考资料，着重于理解实验原理，明确实验目的、测量方法和主要实验步骤。最好能写出预习报告。

2.2 进行实验　首先应根据教材或仪器说明书熟悉仪器，在教师指导下了解仪器的正确使用方法。实验进行中，应集中精力仔细观察，认真思考所研究的物理现象，即时把采集的实验数据和观察到的现象记录下来。实验记录须经教师检查认可后再整理好仪器，方可离开实验室。

2.3 撰写实验报告　实验报告是学生实验结果的书面汇报。报告应文字简练、通顺，原始数据应经过整理列表表示。通过撰写实验报告，学生可培养自己的分析和归纳能力以及文字表达能力。一份完整的实验报告，一般应包括以下内容：(1) 实验名称和日期；(2) 实验目的；(3) 实验原理（要用自己的语言简要叙述，切忌照抄讲义）；(4) 实验仪器及装置（仪器应标明规格型号）；(5) 主要实验步骤；(6) 数据表格、实验图线；(7) 完整的实验结果；(8) 问题讨论（可以写对实验现象的分析，实验中存在的问题，改进实验的建议，回答讨论题等）。

第一章　测量误差与数据处理

§ 1-1　测量与误差

在物理实验中，绝大多数的实验都涉及物理量的测量。所谓测量，就是将待测量与选作法定标准的同类计量单位进行比较，从而确定待测量是标准单位的若干倍，这一过程称之为测量。

1971年第14届国际度量衡会议决定采用国际单位制（SI制）。国家标准局于1986年决定我国从1987年开始实行以SI制为基础的法定计量单位。

测量可分为直接测量和间接测量两类。用米尺测量物体的长度，用天平测量物体的质量等，这一类用测量仪器能直接获得测量结果的测量称为直接测量，相应的物理量称为直接测量量。然而，还有很多物理量，现在尚无直接进行测量的测量仪器，它们需要先直接测量另外一些相关的物理量，然后通过这些量之间的函数关系式，才能计算出结果。例如，测量圆柱体的密度，需要先测出其半径和高度，求得体积，再测出其质量，才能计算出密度。这一类测量称为间接测量，相应的物理量称为间接测量量。

在一定的客观条件下，被测量的物理量具有一个客观的真实数值，称为该物理量的“真值”，用N_0表示；在测量过程中，由于各种条件的限制，测量不可能做到绝对准确，因此，真值实际上不能测到。测量得到的数值称为测量值，用N表示。测量值与真值之间的差值，称为测量误差，可表示为

$$\Delta N = N - N_0 \tag{1-1-1}$$

这种误差与被测量有相同的单位，称为绝对误差。

为了得到尽可能接近真值的测量结果，测量者必须分析和研究误差的来源和性质，有针对性地采取适当措施，尽可能地减小测量误差。

§ 1-2　误差的分类

根据误差的来源和性质，通常将误差分为三大类：系统误差、偶然误差和过失误差。

1　**系统误差**　同一条件下（方法、仪器、环境和观察者等不变）多次测量同一物理量时，测量误差的大小和符号始终保持恒定或按一定规律变化，这种误差称为系统误差。系统误差的来源主要有以下几方面：

（1）仪器误差　是由量具或量仪本身缺陷造成的误差。

(2) 方法误差　实验所依据的原理不尽完善，公式的近似性或实验条件达不到理论公式所要求的条件而引起的误差。

(3) 环境误差　外界环境（如温度、湿度、电磁场和光照等）发生变化，或不满足测量仪器规定的使用条件所造成的误差。

(4) 人身误差　由测量者感觉器官的不完善或某种不良习惯所引起的误差。

系统误差一般都有确定的产生原因并遵循确定的规律，常常是一些实验误差的主要来源。因此在实验前或实验进行过程中应对可能产生的或已经产生的系统误差加以分析和研究，并采取必要的措施尽力予以消除或修正。

2　偶然误差（随机误差）　在一定条件下多次测量同一物理量时，测量值仍会出现一些似乎毫无规律的起伏。这种大小和符号随机变化的误差，称为偶然误差（或随机误差）。偶然误差是由实验中一些偶然的或不确定的因素（如温度、湿度、电源电压的涨落等）造成的。但是在同一条件下对同一物理量进行大量测量时，偶然误差的分布却显示出一定的统计规律。理论和实践都证明，大多数物理实验中的偶然误差分布遵守正态分布（高斯分布），如图1-2-1所示。图中横坐标表示偶然误差 ΔN，纵坐标表示偶然误差出现的概率密度 $f(\Delta N)$。由图可见，偶然误差具有如下特性：

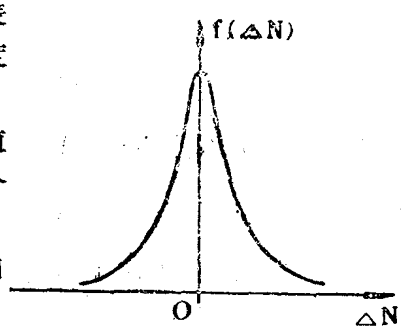

图1-2-1　偶然误差的正态分布

(1) 单峰性　绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。误差出现的概率分布只有一个极大值。

(2) 对称性　绝对值相等的正负误差出现的概率相同。

(3) 有界性　非常大的正、负误差出现的概率都趋于零。

(4) 抵偿性　由对称性可知，当测量次数足够多时，正负误差的代数和为零。

3　过失误差（粗大误差）　这种误差是由于测量者粗心大意、疲劳或不按操作规范等原因产生的。是可以且应该避免的误差。

综上所述，系统误差的特点是确定性和可知性，过失误差的特点是人为性，偶然误差具有随机性和不可避免性。具体实验中，此三类误差往往同时存在。过失误差，只要实验者精力集中，仔细认真，是完全有可能避免的。分析、寻找和消除系统误差是一个比较复杂和困难的问题。在工科物理实验中，对系统误差不作详尽的讨论，只是结合某些具体实验作一些分析和讨论。偶然误差的估算，则是本课程的重点，我们将在下两节中作比较详细的讨论。

§1-3　直接测量量的误差估算

1　近真值　在同一条件下进行的测量称为等精度测量。由于偶然误差的存在，各次的测量值不可能完全相同。设对某物理量 N 等精度地进行了 n 次测量，各次测量值分别为 N_1、N_2、$N_3 \cdots\cdots N_n$，称为测量列，其算术平均值定义为

$$\overline{N}=(N_1+N_2+\cdots\cdots+N_n)/n=(\sum_{i=1}^{n}N_i)/n \qquad (1\text{-}3\text{-}1)$$

根据偶然误差正态分布的特征或用最小二乘法原理都可证明：测量次数越多，测量列的算术平均值$\overline{N}$越接近该物理量的真值N_0。因此，在实际测量中，可将测量列的算术平均值视为待测物理量真值的最佳估计值，称为近真值或最佳值。

2 **平均绝对误差** 近真值与真值之间误差的估算方法，不同的科学技术部门不尽统一，最简便的估算方法是平均误差。

为了教学方便，在测量次数较少的情况下，平均绝对误差可定义为

$$\Delta N=(\sum_{i=1}^{n}|N_i-\overline{N}|)/n^{*} \qquad (1\text{-}3\text{-}2)$$

式中N_i是各次测量值，$\overline{N}$是测量列的算术平均值，n是测量次数。

3 **标准误差** 测量误差的估算方法也可以使用标准误差，测量列的标准误差定义为

$$\sigma_{-}=\sqrt{[\sum_{i=1}^{n}(N_i-N_0)^2]/n} \qquad (1\text{-}3\text{-}3)$$

可以证明，若用残差$N_i-\overline{N}$表示时，

$$\sigma_{-}=\sqrt{[\sum_{i=1}^{n}(N_i-\overline{N})^2]/(n-1)} \qquad (1\text{-}3\text{-}4)$$

σ_{-}反映的是测量列中各测量数据的离散程度。由误差理论可以证明，等精度测量时，测量列算术平均值的标准误差

$$\sigma=\sqrt{[\sum_{i=1}^{n}(N_i-\overline{N})^2]/n(n-1)} \qquad (1\text{-}3\text{-}5)$$

σ反映了$\overline{N}$与N_0测量误差。

ΔN和σ都和测量值有相同的单位，和测量值单位相同的误差称为绝对误差。绝对误差只表征测量的精密范围，不能鲜明地表征测量的精密程度。

4 **相对误差** 为表征测量结果的精密程度，在表示测量完整结果时还使用相对误差。它定义为测量的绝对误差与近真值之比，一般用百分数表示。绝对误差采用平均误差时，相对误差

$$E_N=[(\Delta N)/\overline{N}]\times100\% \qquad (1\text{-}3\text{-}6)$$

绝对误差采用标准误差时，相对误差

$$E_N=[\sigma/\overline{N}]\times100\% \qquad (1\text{-}3\text{-}7)$$

相对误差是一个比值，因而没有单位。

---

*严格说来，(1-3-2)式定义的ΔN是测量列的平均绝对误差，对多次测量的近真值，其平均绝对误差$\Delta N'=(\Delta N)/\sqrt{n}$。

§ 1-4 间接测量量的误差估算

在物理实验中，多数物理量的测量是间接测量。由于各直接测量量有误差存在，间接测量的测量结果必然也具有误差。由诸直接测量量的误差估算间接测量量误差的关系式称为误差传递公式。

设待测的间接测量量为N，与之有关的诸独立的直接测量量为 x，y，z……，它们之间的函数关系式为

$$N=f(x,y,z\cdots\cdots) \tag{1-4-1}$$

如果已知各直接测量量的测量结果为

$$x=\overline{x}\pm\Delta x,\qquad y=\overline{y}\pm\Delta y,\qquad z=\overline{z}\pm\Delta z,\cdots\cdots$$

则间接测量量的近真值为

$$\overline{N}=f(\overline{x},\overline{y},\overline{z}\cdots\cdots) \tag{1-4-2}$$

1 间接测量量平均绝对误差传递公式的推导 在精确测量中，误差是极其微小的，因而可把误差看作无限小量而用微分法进行分析。对（1-4-1）式求全微分可得

$$dN=\frac{\partial f}{\partial x}dx+\frac{\partial f}{\partial y}dy+\frac{\partial f}{\partial z}dz+\cdots\cdots$$

将上式中的微分符号改为增量符号，考虑到取最不利的情况，即把上式右端各项取绝对值相加，即得待测量的平均绝对误差传递公式*

$$\Delta N=\left|\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x\right|+\left|\frac{\partial f}{\partial y}\Delta y\right|+\left|\frac{\partial f}{\partial z}\Delta z\right|+\cdots\cdots \tag{1-4-3}$$

2 间接测量量相对误差传递公式的推导 对（1-4-1）式两端取自然对数，得

$$\ln N=\ln f(x,y,z,\cdots\cdots)$$

求全微分，得

$$\frac{dN}{N}=\frac{\partial \ln f}{\partial x}dx+\frac{\partial \ln f}{\partial y}dy+\frac{\partial \ln f}{\partial z}dz+\cdots\cdots$$

再将上式右端各项取绝对值并将微分符号改为增量符号，即得待测量的相对误差传递公式**：

$$\frac{\Delta N}{N}=\left|\frac{\partial \ln f}{\partial x}\Delta x\right|+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial y}\Delta y\right|+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial z}\Delta z\right|+\cdots\cdots \tag{1-4-4}$$

在表1-4-1中，我们列出几种常用函数的误差传递公式。

---

*使用标准误差时，绝对误差传递公式为：

$$\sigma_N=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2\sigma_x^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\sigma_y^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2\sigma_z^2+\cdots\cdots}$$

**使用标准误差时，相对误差传递公式为：

$$E_N=\sigma_N/\overline{N}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2\left(\frac{\sigma_x}{f}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\left(\frac{\sigma_y}{f}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2\left(\frac{\sigma_z}{f}\right)^2+\cdots\cdots}$$

表 1-4-1　　常用函数的误差传递公式

序号	函　　数	绝　对　误　差	相　对　误　差
1	$N=x\pm y$	$\Delta x+\Delta y$	$(\Delta x+\Delta y)/(x\pm y)$
2	$N=xy$	$x\Delta y+y\Delta x$	$(\Delta x/x)+(\Delta y/y)$
3	$N=x/y$	$(y\Delta x+x\Delta y)/y^2$	$(\Delta x/x)+(\Delta y/y)$
4	$N=x^a$	$ax^{a-1}\Delta x$	$a\Delta x/x$
5	$N=x^{1/a}$	$x^{(1/a)-1}\Delta x/a$	$\Delta x/ax$
6	$N=\sin x$	$(\cos x)\Delta x$	$(\mathrm{ctg}x)\Delta x$
7	$N=\cos x$	$(\sin x)\Delta x$	$(\mathrm{tg}x)\Delta x$
8	$N=\mathrm{tg}x$	$\Delta x/\cos^2 x$	$2\Delta x/\sin 2x$

在实际计算间接测量量的误差时，如果间接测量量和各直接测量量的函数关系式是和或差的关系，则应先算绝对误差，再由绝对误差和相对误差的关系 $E=\Delta N/\overline{N}$ 求相对误差；如果间接测量量和各直接测量量的函数关系是积或商的关系，则应先求相对误差，再求绝对误差。

例　设圆筒的内、外直径分别为 d_1 和 d_2，高为 h，质量为 m，则其密度可表示为

$$\rho=4m/\pi(d_2^2-d_1^2)h$$

试求ρ的绝对误差和相对误差的传递公式。

解　此问题先求相对误差传递公式较为方便。对ρ的表示式两端取自然对数得

$$\ln\rho=\ln 4+\ln m-\ln\pi-\ln(d_2^2-d_1^2)-\ln h$$

由（1-4-4）式得：

$$E_\rho=\frac{\Delta\rho}{\rho}=\left|\frac{\partial\ln m}{\partial m}\Delta m\right|+\left|\frac{\partial[\ln(d_2^2-d_1^2)]}{\partial(d_2^2-d_1^2)}\cdot\Delta(d_2^2-d_1^2)\right|+\left|\frac{\partial\ln h}{\partial h}\Delta h\right|$$

$$=\left|\frac{\Delta m}{m}\right|+\left|\frac{\Delta(d_2^2-d_1^2)}{d_2^2-d_1^2}\right|+\left|\frac{\Delta h}{h}\right|$$

$$=\frac{\Delta m}{m}+\frac{2d_2\Delta d_2+2d_1\Delta d_1}{d_2^2-d_1^2}+\frac{\Delta h}{h}$$

由（1-3-6）式得

$$\Delta\rho=E_\rho\cdot\rho=\left(\frac{\Delta m}{m}+\frac{2d_2\Delta d_2+2d_1\Delta d_1}{d_2^2-d_1^2}+\frac{\Delta h}{h}\right)\cdot\frac{4m}{\pi(d_2^2-d_1^2)h}$$

$$=\frac{4\Delta m}{\pi(d_2^2-d_1^2)h}+\frac{8m(d_2\Delta d_2+d_1\Delta d_1)}{\pi(d_2^2-d_1^2)^2h}+\frac{4m\Delta h}{\pi(d_2^2-d_1^2)h^2}$$

具体计算时误差传递公式右端各量应代入各直接测量量的算术平均值（即近真值）。

§1-5 测量准确度和仪器误差

1 精密度、准确度和精确度 精密度、准确度和精确度三者的意义不同，但都和误差有关。精密度只评价偶然误差，对系统误差不作评价。测量的精密度高，指的是测量的偶然误差小，测量列中数据的离散度小，但测量结果可能偏离真值很远。准确度则只评价系统误差，对偶然误差不作评价。所谓测量的准确度高，指的是测量结果与真值相近，但测量列中的数据可能十分分散。精确度才是对测量的偶然误差和系统误差的综合评价。如果测量列中的各数据离散度很小，所得近真值又十分接近真值，则我们说该测量的精确度高。

在教学物理实验中，许多待测量是有公认值或理论值的，对这些物理量的测量，需对测量的准确度作出评价。评价准确度，常用测量所得近真值对公认值（或理论值）的相对误差来表示，即

$$E=\frac{|\text{近真值}-\text{公认值}|}{\text{公认值}}\times 100\% \qquad (1\text{-}5\text{-}1)$$

如果在实验中各测量值的重复性很好（即数据的离散度小）而由上式算得的E值却很大，则说明测量误差主要来自系统误差。这时就应该细心寻找产生系统误差的原因，设法消除或修正。

2 仪器误差 任何测量都需要借助一定的仪器或装置进行，任何仪器在制造或装配过程中都难免有一些缺陷。例如各类电表，由于轴承摩擦，游丝不匀，分度不匀等原因都会使它的指示值偏离实际值而给测量带来误差。即令在正确的操作和符合使用条件的情况下，这种误差也依然存在。我们把在正确使用条件下仪器可能出现的最大误差叫做仪器误差。

国家计量局对各类仪器都规定有允许的仪器误差。按允许误差的大小，将仪器分级，称为准确度级别。仪器在出厂之前都要经过严格的检验，使仪器误差控制在国家允许的标准之内。各种仪器的准确度级别一般都由制造厂标注在仪器的铭牌上或使用说明书里。

使用时，根据仪器的量程和准确度级别，有些只根据级别就可计算出或查出该仪器的仪器误差。

各种常用仪器准确度级别的规定在第二章中将略作介绍。对于一些不明确知道仪器误差的仪器，在测量范围较小时，仪器误差常估计为其分度值的一半。有时也可根据实际情况作合理的估计。如全长为2m的钢卷尺，国家规定允许的仪器误差为4mm。当待测长度在1m左右时，估计2mm仪器误差较为合理。在测量范围在0.3m以下时，仪器误差可取分度值的一半，即0.5mm。

§1-6　测量结果的完整表示

完整的测量结果，一般应包括测量得到的近真值，测量的绝对误差和相对误差。

1　等精度多次测量的测量结果的表示　等精度多次测量的测量结果表示为

$$N=\overline{N}\pm\Delta N \text{（单位）},\quad E_N=\frac{\Delta N}{\overline{N}}\times100\% \tag{1-6-1}$$

其中$\overline{N}$是待测量的近真值，直接测量量用（1-3-1）式计算，间接测量量用（1-4-2）式计算；ΔN称误差项，是偶然误差和系统误差的合成，当系统误差可不计时，ΔN用（1-3-2）或（1-4-3）式估算。因为误差可正可负，所以在其前冠以不确定符号“±”。

测量误差使用标准误差表示时，测量结果可写为

$$N=\overline{N}\pm\sigma_N \text{（单位）},\quad E_N=\frac{\sigma_N}{\overline{N}}\times100\% \tag{1-6-2}$$

2　单次测量结果的表示　如果被测量处于动态，不允许作多次测量，或在间接测量量中某一直接测量量的误差对测量结果的误差贡献甚微，无须作多次测量，则测量可只进行一次。对单次测量的测量结果可表示为：

$$N=N_{测}\pm\Delta N_{仪} \text{（单位）},E_N=\frac{\Delta N_{仪}}{N_{测}}\times100\% \tag{1-6-3}$$

式中$N_{测}$是单次测量值，$\Delta N_{仪}$是所用仪器的仪器误差。单次测量的测量结果受所用仪器的准确度级别的限制。

3　测量列中各次测量值相等或近似相等时测量结果的表示　这种情况的出现一般属于选用仪器不当所致，有条件时，应更换准确度级别高一些的仪器，如果没有条件更换，则测量的最大绝对误差仍可认为受仪器误差限制，测量结果可写为

$$N=\overline{N}\pm\Delta N_{仪}\text{（单位）},\quad E_N=\frac{\Delta N_{仪}}{\overline{N}}\times100\% \tag{1-6-4}$$

4　在多次测量中，如果ΔN与$\Delta N_{仪}$相等或非常近似相等时测量结果的表示　此时因ΔN和$\Delta N_{仪}$两者都是最大误差，不应把两者相加作为误差项，我们规定选用两者中较大的那个作为误差项。

5　在测量条件不满足仪器所要求的工作条件时测量结果的表示　此时测量结果中误差项应为ΔN与$\Delta N_{仪}$之和。如用惠斯通电桥测电阻R，测量条件一般难以完全满足电桥对其灵敏度所要求的条件，这时，单次测量的测量结果应写作：

$$R=R_{测}\pm(R_{测}a\%+0.2/S)$$

$$E_R=[(R_{测}\cdot a\%+0.2/S)/R_{测}]\times100\% \tag{1-6-5}$$

式中a是所用电桥的准确度级别，S是电桥的灵敏度，0.2是眼睛判断检流计指零的视差。$R_{测}\cdot a\%$是电桥的仪器误差，0.2/S是眼睛判断检流计指零视差所引进的误差。

对于多次测量，测量结果可写为

$$R=\overline{R}\pm(\overline{R}\cdot a\%+\Delta R)$$

$$E_R = [(\overline{R} \cdot a\% + \Delta R)/\overline{R}] \times 100\% \tag{1-6-6}$$

式中$\Delta R = (\sum_{i=1}^{n} |\Delta R_i|)/n$，n为测量次数。

§1-7 有效数字

1 **可靠数字和可疑数字** 我们用分度值为1mm的米尺来测量物体的长度。使物体的起端和米尺的“0”刻线对齐，而另一端处于32和33mm两刻线之间，这样从米尺上我们可以准确地读出32mm，而毫米以下由于没有刻线，全靠测量者估读。在适当的条件下，人的眼睛一般可估读出分度值的1/10。这样，如果物体的末端处于32和33mm两刻线间4/10处，我们可记录该物体长度L＝32.4mm。再想多估读一位，事实上是不可能的，也是没有必要的。

依据仪器刻线准确地读出的数字称为可靠数字，估读的数字称为可疑数字。可疑数字虽然可靠性较差，但它还是在一定程度上反映了实际情况，因此也是有意义的。或者说测量数据中不出现偶然误差的数字是可靠数字，出现偶然误差的数字是可疑数字。

2 **有效数字** 测量结果中可靠的几位数字加上一位可疑数字称为测量结果的有效数字。或者说测量结果中误差所在位及其以前的数字是有效数字。

在科学实验中，有效数字是一个重要概念，测量仪器的选择，测量结果的表示都要注意有效数字，有效数字的位数不能任意增减。

从量具或量仪上直接读出的有效数字称为直接有效数字。直接有效数字有直观反映测量仪器分度值的功能。如用上一米尺对另一物体进行长度测量时，物体的末端恰与32mm刻线对齐，则测量记录应记为L＝32.0mm，而不能记作L＝32mm。虽然从纯数学的观点看32.0mm和32mm没有任何区别，但从测量观点看，两者所反映的仪器精度是完全不同的。

经过运算而获得的有效数字称为间接有效数字。间接有效数字则没有直观反映测量仪器分度值的功效。例如在单摆实验中，为了保证测量结果有足够的有效数字，常采用连续测多个周期的办法测定周期。如用分度值为0.1s的机械秒表连测100个周期所得结果为100T＝189.2s，则周期T＝189.2/100＝1.892(s)。189.2s是直接有效数字，它直观反映所用秒表的分度值为0.1s，1.892s是经过运算的间接有效数字，并不反映所用仪器的分度值大小。

在不要求计算误差或不能估算误差的情况下，有效数字是测量结果的粗略表示方法。

3 **几个需要注意的问题**

3.1 有效数字的位数跟小数点的位置无关，不能因为变换单位而改变有效数字的位数。因单位变换而产生的“0”都不是有效数字。例如

$$32.4\text{mm} = 3.24\text{cm} = \underline{0.0}324\text{m} = \underline{0.0000}324\text{km}$$
$$= 324\underline{00}\mu\text{m} = 324\underline{00000}\text{nm}$$

式中画有横线的“0”都是因变换单位小数点位置移动而出现的，没有测量意义，不是有效数字。为了不发生混淆，实验中测量数据应采用科学记数法，上式应写为

$$32.4\mathrm{mm}=3.24\mathrm{cm}=3.24\times10^{-2}\mathrm{m}=3.24\times10^{-5}\mathrm{km}$$
$$=3.24\times10^{4}\mu\mathrm{m}=3.24\times10^{7}\mathrm{nm}$$

3.2 运算公式中的常数，例如 $\rho=4m/\pi(d_2{}^2-d_1{}^2)h$ 中的“4”和“π”，不是因测量而产生的，从而不存在有效数字问题，在运算中需要几位就取几位。

4 有效数字的运算法则 间接测量量的测量结果必须通过运算才能得到，其结果中也只能保留一位可疑数字，即保留到出现误差的那一位。准确地说间接有效数字的位数应由误差所在位来确定。

在实际工作中常常有许多中间运算，为了简便，我们给出一些运算规则，虽然这些规则也是根据误差理论总结出来的，但是比较粗略。

4.1 加减运算 统一单位后几个不同精密度的有效数字相加减时，结果的有效数字应取至参与运算各数中最靠前出现可疑数字的那一位。

例 $1.389\underline{1}+17.\underline{2}+8.64\underline{1}-5.3\underline{2}=21.9\underline{101}=21.\underline{9}$

上式各参与运算数中最靠前出现可疑数字的在十分位上，故结果的可疑数字也在十分位，其后的百分位、千分位和万分位上的数应按规则舍去。故在实际运算时，上式应简化为

$$1.4+17.\underline{2}+8.6-5.3=21.\underline{9}$$

4.2 乘除运算 几个精密度不同的有效数字作乘除运算时，其结果的有效数字位数与参与运算各数中位数最少的那个相同。

例 $\dfrac{603.21\times0.3\underline{2}}{4.00\underline{1}}=48.\underline{2447}=4\underline{8}$

参与运算各数中，以0.32位数最少，为两位有效数字，所以结果也只取两位。在实际运算时上式可简化为

$$\frac{60\times10\times0.3\underline{2}}{4.0}=4\underline{8}$$

在乘除运算时，如果某数的首位数是8或9时，该数的有效位数应多看一位。如9.35应看作4位有效数字。

有效数字的四则运算规则的原则是：可靠数字与可靠数字的运算结果为可靠数字；可疑数字与可靠数字或可疑数字的运算结果为可疑数字。

4.3 函数值的有效数字 设 x 的有效位数已确定，取函数（乘方、开方、三角函数、自然对数、常用对数等）时应取几位有效数字呢？一般可由改变x末位一个单位求函数的误差而决定函数的有效数字位数。

例 $x=23.5\underline{7}$，求 $\sqrt{x}=\sqrt{23.5\underline{7}}$。

由表1-4-1知$\Delta\sqrt{x}=\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{\sqrt{x}}\Delta x=\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{\sqrt{23.57}}\times0.01=0.001$，即误差出现在千分位，于是

$$\sqrt{x}=\sqrt{23.5\underline{7}}=4.85\underline{4894438}=4.85\underline{5}$$

应取4位。

例 $x=23.57$，求 $x^2=23.57^2$。

由表1-4-1知 $\Delta(x^2)=2x\Delta x=2\times23.57\times0.01=0.5$ 即在十分位即可出现误差，于是

$$23.57^2=555.5449=555.5$$

应取4位。一般地说乘方和开方的有效数字位数和底数的位数相同。

例 $x=23.57$，求 $\lg x=\lg 23.57$。

$$d(\lg x)=\frac{dx}{x\ln10},\quad 即\quad \Delta(\lg x)=\frac{\Delta x}{x\ln10}$$

$$\Delta(\lg x)=\frac{0.01}{23.57\times2.303}=0.00018=0.0002$$

即误差在万分位出现，于是

$$\lg23.57=1.372359583=1.3724$$

应取5位。一般地说，有效数字取对数时，尾数的位数应与真数的位数相同。

例 $x=45°4'$，求cosx。

由表1-4-1知

$$\Delta\cos x=\sin x\cdot\Delta x=\sin45°4'\times\frac{2\pi}{360\times60}$$

$$=0.707929058\times0.00029=0.0002$$

误差出现在万分位，所以

$$\cos45°4'=0.707106781=0.7071$$

应取4位。

值得提醒的是，由于电子计算器的普及，考虑简化运算的好处愈来愈不明显。但实验结果的有效数字位数必须正确无误。

4.4 误差的位数　在误差的数值里没有可靠数字，都是可疑数字。我们规定，在最后结果中绝对误差只保留一位数字，和测量结果的末位对齐。相对误差小于1％时只留一位，大于1％时最多保留两位。

4.5 修约法则

4.5.1 有效数字的修约法则　小于5舍，大于5入，等于5时把末位凑成偶数。例如把下列数据修约到千分位，有：

3.14159⟶3.142；（大于5入）
4.51050⟶4.510；（等于5末位凑偶数）
3.14350⟶3.144；（等于5末位凑偶数）
0.37750⟶0.378；（等于5末位凑偶数）
2.71839⟶2.718。（小于5舍）

4.5.2 误差的修约法则　无论是绝对误差还是相对误差，修约时都采用只入不舍的原则。例如

$$\Delta a=0.0215\longrightarrow0.03;$$