1980——1985

全国招考研究生

力学试题选解

何祥铁　彭绍佩　宋福磐　程根吾　夏时行编

1980——1985全国招考研究生

力 学 试 题 选 解

何祥铁　彭绍佩　宋福磐　程根吾　夏时行编

湖 南 科 学 技 术 出 版 社

1980——1985全国招考研究生
力学试题选解
何祥铁　彭绍佩
宋福磐　程根吾　夏时行　编
责任编辑：胡海清
*
湖南科学技术出版社出版
（长沙市展览馆路14号）
湖南省新华书店发行　湖南省新华印刷二厂印刷
*
1986年4月第1版第1次印刷
开本：787×1092毫米　1/32　印张：23.75　字数：548,000
印数：1——7,100
统一书号：13204·128　定价：3.75元
征订期号：湖南新书目85——11(28)

前　言

理论力学与材料力学是工科高等院校许多专业的重要技术基础学科。为了满足报考研究生的广大读者的愿望，并适应理论力学与材料力学课程教学的需要，我们选编了这本题解。

本书的题目是从1980—1985年全国六十余所高等院校（基本上包括所有重点工科院校）及科学院力学研究所等单位的理论力学与材料力学研究生入学试题中精选出来的，也编入了少数的国外同类试题。全书有理论力学206题，材料力学183题。最近三年的选题占全部选题的70%以上。

选题涉及两门课程的全部基本内容和一些专题内容，可以帮助读者加深理解课程的基本理论和基本方法，进一步提高分析能力与综合运用能力；选题注意反映自一九八〇年特别是最近两、三年各高等院校研究生入学考试命题的特点和趋向，便于读者了解各院校对考生的要求。本书内容丰富，题目比较新颖、典型，许多题目具有相当的难度，少数题目难度更大，还穿插了一些概念题。解题方法力求简练、明晰，有些题目给出了几种解法，以利读者开阔思路（为了强调某种方法的应用，个别解法不一定是最佳的解法）。本书可供报考研究生的读者、工科院校、电视大学、职工大学、函授大学的学生以及科技人员、自学的读者等作为学习和参考之用。

编写本书也是为了积累教学资料，希望能对从事有关教学的青年教师在提高教学质量方面有所帮助。

本书理论力学部分由何祥铁、彭绍佩和宋福磐编写，材料力学由程根梧和夏时行编写。在编写过程中，黎邦隆副教授和盲俊知老师对此给予了热情的关心和帮助，并且提出了宝贵意见。同时，不少高等院校的老师也给予了积极的支持。在此，谨向他们表示衷心的谢意。

由于水平有限，书中的错误与疏漏之处敬请读者批评指正。

编　者

一九八五年四月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目 录

第一部分 理论力学

第二部分 材料力学

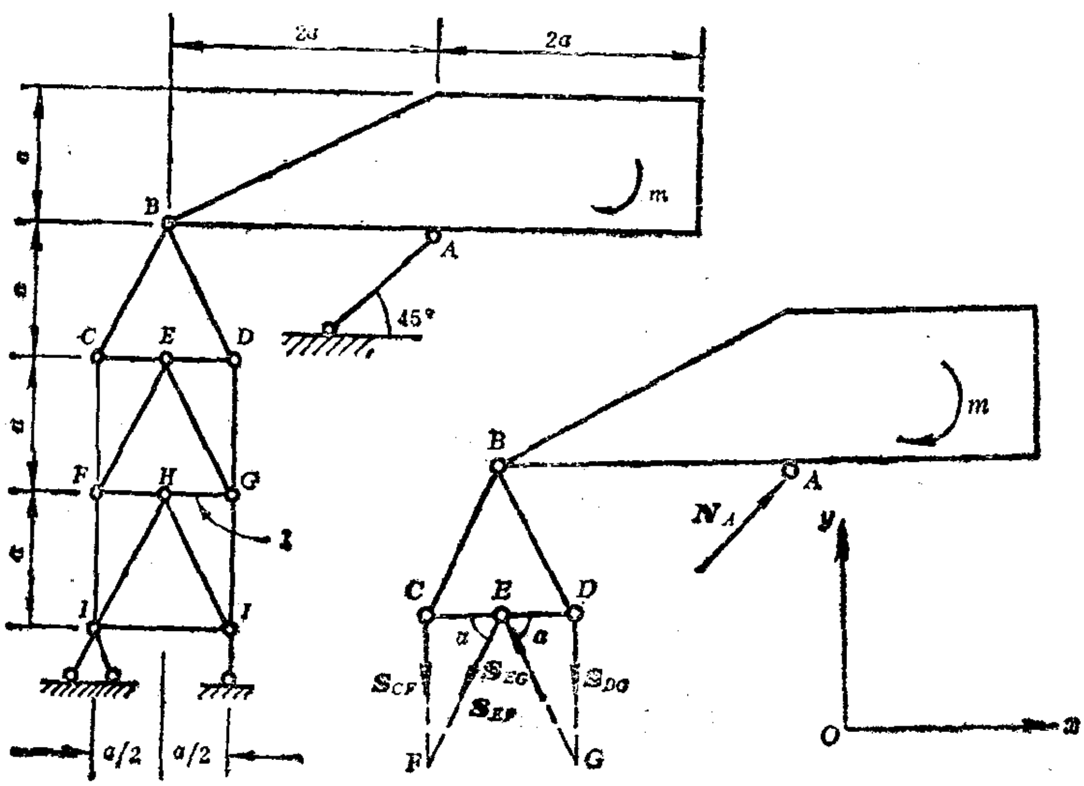
第一部分

理论力学

第一篇　静力学

（一）平面力系的平衡问题

1-1　试用最简捷的方法（即用最少的平衡方程式）求图



(a)　(b)

1-1

示结构中1杆的内力，并用虚位移原理进行校核。（华东水利学院1984年）

解 1°以物体 AB 为研究对象，先求出A处的约束反力N_A（受力图略）。

$$\sum m_B=0,\quad N_A\sin45°\times2a-m=0.$$

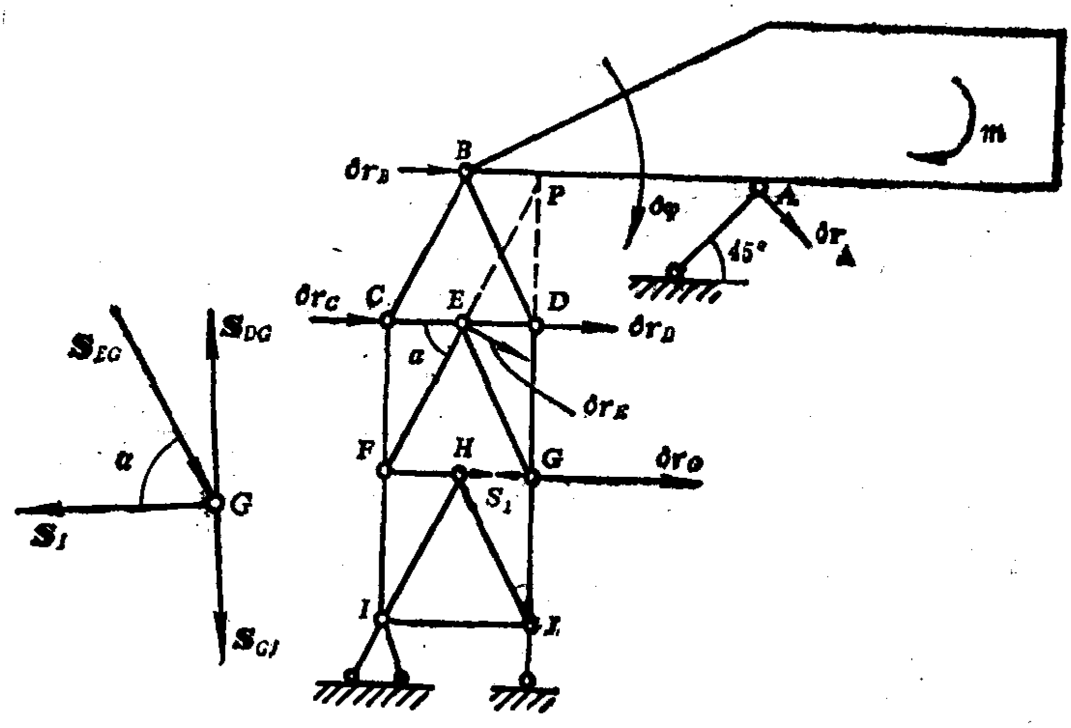
解得 $$N_A=\frac{\sqrt{2}\,m}{2a}\text{（压）}.$$

2°取结构的一部分为研究对象，其组成及受力情况如图b。

$$\sum X=0,\quad N_A\cos45°-(S_{EF}+S_{EG})\cos\alpha=0.$$

由几何关系知 $\cos\alpha=\sqrt{5}/5$，且从分析结点E平衡时的受力情况知$S_{EF}=S_{EG}$。将这些关系代入上述投影方程可求得 EG 杆的内力

$$S_{EG}=\frac{\sqrt{5}\,m}{4a}\text{（压）}.$$



(c) (d)

3°以结点G为研究对象，受力情况如图c。

$$\sum X = 0，\ S_{EG}\cos\alpha - S_1 = 0。$$

于是求得1杆的内力为

$$S_1 = \frac{m}{4a}(拉)。$$

下面用虚位移原理来校核这一结果。设从结构中解除1杆的约束，在铰H与G分别添加相应的约束反力S_1(图d)，系统就取得了一个自由度。如令GJ杆发生绕J点的顺钟向微小转动，以$\delta \vec{r}_G$表示G点的水平向右的虚位移，因而牵动三角架CEF绕F点作顺钟向的微小转动，以$\delta \boldsymbol{r}_C$和$\delta \boldsymbol{r}_E$表示铰链C和E的虚位移。根据E、G两点的虚位移方向，可以判定三角架DEG绕瞬心P作逆钟向的微小转动，铰链D的虚位移为$\delta \boldsymbol{r}_D$。上述各点的虚位移均满足同一刚体上两点的虚位移在其连线上的投影相等，即存在关系式$\delta r_C = \delta r_E \cos(90° - \alpha)$，$\delta r_D = \delta r_E \cos(90° - \alpha)$，且$\delta r_D = \frac{1}{2}\delta r_G$，故$\delta r_C = \delta r_D = \frac{1}{2}\delta r_G$。由于$C$、$D$两点的虚位移相等，$\delta \boldsymbol{r}_C = \delta \boldsymbol{r}_D$，根据虚位移投影关系可以判知，$B$点的虚位移$\delta \boldsymbol{r}_B$必定为水平向右，且$\delta \boldsymbol{r}_B = \delta \boldsymbol{r}_C = \delta \boldsymbol{r}_D$。最后，由$B$点的虚位移$\delta \boldsymbol{r}_B$和$A$点的虚位移$\delta \boldsymbol{r}_A$推知物体$AB$存在绕瞬心$H$转动的虚位移$\delta\varphi$，且$\delta\varphi = \delta r_B/2a$。

依虚位移原理有

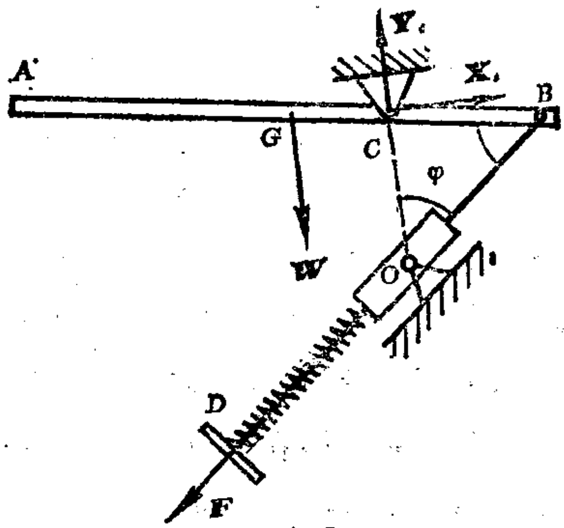
$$m \cdot \delta\varphi - S_1 \cdot \delta r_G = 0。$$

将$\delta\varphi = \delta r_B/2a = \delta r_G/4a$及$S_1 = m/4a$代入，该虚功方程式成立，表明上述对1杆内力的计算无误。

1-2 均质杆AB重W，重心在G点。杆的C点用铰固定，杆的一端通过铰B与拉杆BD相联，不计此杆的重量。BD杆穿过用铰O固定的套筒，套筒与杆之间装一弹簧，弹簧原长等于$\overline{BD}$，不计摩擦，设$\overline{GC} = a$，$\overline{CB} = \overline{CO} = l$，$C$、$O$两点在铅垂线上，求使杆$AB$在任意位置能处于平衡时弹簧的刚度$k$。（清华

大学1984年）

解 我们注意到无重杆BD受力的特点：作用于D点的弹簧力沿$\overline{OD}$方向，通过力矩方程$\Sigma m_B=0$就可判知，该杆与套筒虽然互相接触但彼此不存在力的作用，即无重杆在O处不受力。



1-2

考察杆AB与BD组成的杆系，受力情况如图所示。设$\angle BOC=\angle OBC=\varphi$。

$$\Sigma m_C=0,\ Wa\sin(180^\circ-2\varphi)-Fl\sin\varphi=0.$$

式中弹簧力$F=k\cdot\overline{BO}=2kl\cos\varphi$。

解得

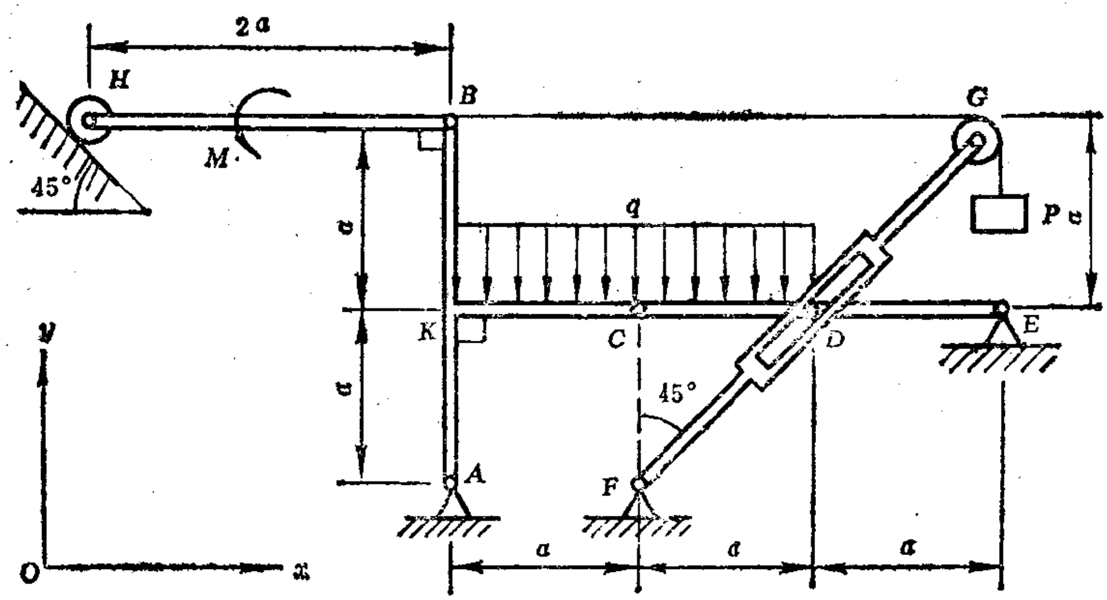
$$k=\frac{Wa}{l^2}.$$

顺便指出，该系统为受理想约束的一自由度机构，如令AB杆发生一转动虚位移，则B点的虚位移与杆AB相垂直，而BD杆上与O相重合的点O'的虚位移沿该杆方向，这两点的虚位移在两点连线上的投影相等，通过它们就可建立G与D两点虚位移之间的关系，运用虚位移原理亦可方便地求得上述结果。

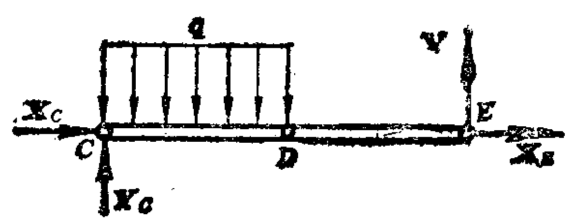
1-3 图示构架，水平杆HB与构件ABC在B处铰链连接，中间作用一力偶，其矩为M。CE杆与构件ABC在C处铰链连接，

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

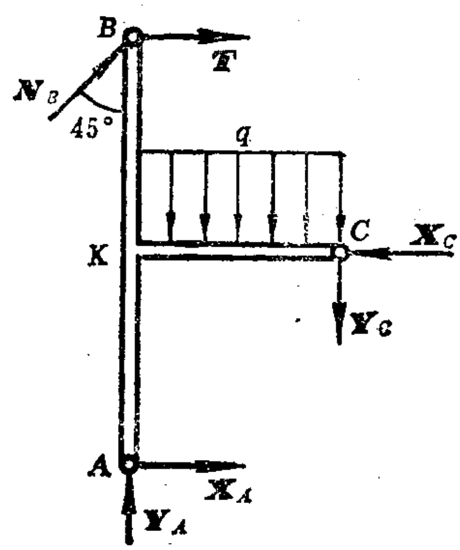
FG杆的一端铰接于F点，并支于CE杆的光滑销钉D上，G端装一滑轮，绳一端连在B点，另一端跨过滑轮挂一重物P。KCD段作用均布荷重q。尺寸如图，全部杆重忽略不计，摩擦不计，求铰链A的约束反力。（哈尔滨工业大学1984年）



(a)



(b)



(c)

1-3

解 FG杆受力的特点是，在图示位置G处的约束反力沿$\overline{GF}$方向，由力矩方程$\Sigma m_F=0$知，该杆与光滑销钉在D处虽有接触，但彼此间并无力的作用。

研究CE杆(图b)，由平衡方程

$$\sum m_F = 0, \quad Y_C \cdot 2a - aq \cdot \frac{3}{2}a = 0$$

求得 $$Y_C = \frac{3}{4}aq.$$

再来研究构件ABC(图c)，绳对B铰的拉力$\boldsymbol{T}$的大小等于重物的重量P，$T = P$，至于B铰所受HB杆的约束反力 $\boldsymbol{N}_B$,则可通过HB杆的受力情况来确定：该杆受到其矩为M的力偶作用，H、B 处的约束反力构成反力偶与之相平衡，H 处约束反力的方向是已知的，故B处约束反力 $\boldsymbol{N}'_B$ 的大小与方向就可由此而 定。$N'_B = M/2a\sin45° = \sqrt{2}M/2a$，方向与水平夹角为45°、指向左下方．力$\boldsymbol{N}_B$就与力$\boldsymbol{N}'_B$等值、反向、共线。

$$\sum m_C = 0, \quad X_A \cdot a + aq \cdot \frac{1}{2}a - Y_A \cdot a - T \cdot a - N_B \cdot \sqrt{2}a = 0;$$

$$\sum Y = 0, \quad Y_A + N_B\cos45° - aq - Y_C = 0.$$

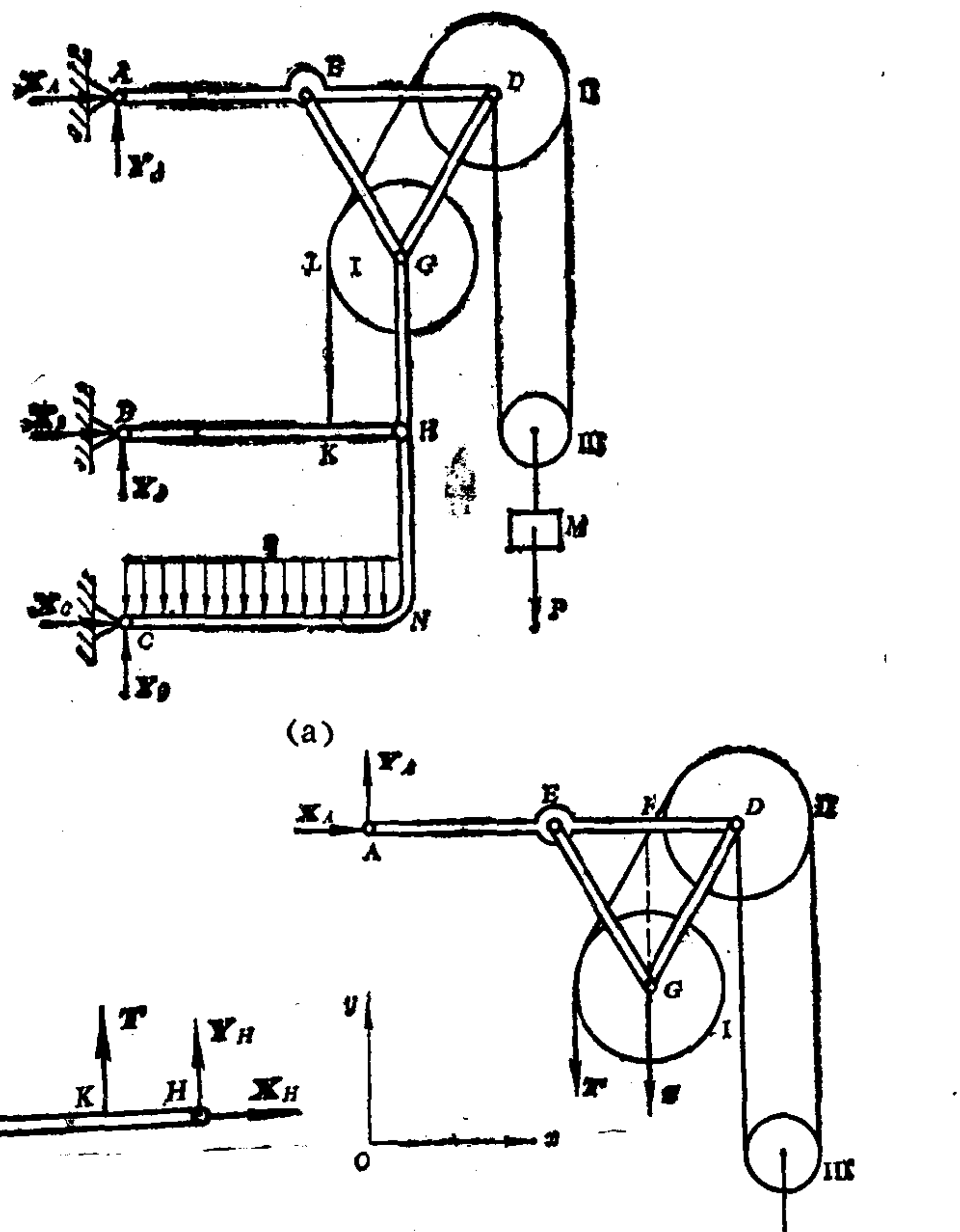
将$T = P$、$N_B = \dfrac{\sqrt{2}M}{2a}$ 及 $Y_C = \dfrac{3}{4}aq$ 代入即可解得铰链A的约束反力

$$X_A = P + \frac{M}{2a} + \frac{5}{4}aq,$$

$$Y_A = \frac{7}{4}aq - \frac{M}{2a}.$$

1-4 构架如图所示．在水平杆AD的中点E及端点D，各铰接一直杆EG及DG，此二杆在G点与GH 杆铰接，GH 杆为铅直方向，在H点又与水平直杆BH及直角弯杆CH相铰接，在D、G铰上各装一半径相同的定滑轮I及II，一无重绳跨过此二滑轮，其一端固联于BH杆的K点，另一端绕过动滑轮III,固联于D点，在动滑轮III的中心挂一重物M，在弯杆 CH 的水平段上作用一

均布载荷，LK段绳为铅直方向。如已知重物M重为$P=500N$，均布载荷集度$q=200N/m$，定滑轮I、II半径为$R=0.4m$，动滑轮半径$r=0.2m$，杆$AE=ED=EG=DG=HN=a=1m$，滑轮及各杆重量不计，试求固定铰链A、B、C的反力。（北京工业大学1982年）



1-4

解 先考察BH杆，受力情况如图b所示，绳的拉力的大小$T=P/2=250N$。由平衡方程

$$\sum m_H=0,\ Y_B\cdot\frac{3}{2}a+TR=0.$$

得 $Y_B=-66.7N$。

负号表示约束反力 $\boldsymbol{Y}_B$ 的实际方向与图示假设方向相反。

从构架中取出图c所示部分研究。F点为$\overline{BD}$的中点。

$$\sum m_F=0,\ TR-P\left(\frac{1}{2}a+r\right)-Y_A\cdot\frac{3}{2}a=0.$$

得 $Y_A=-166.7N$。

负号表示约束反力$\boldsymbol{Y}_A$的实际方向与假设方向相反。

$$\sum X=0,\ X_A=0.$$

最后，考察整个构架(图a)，有

$$\sum m_C=0,\ X_Ba+\frac{3}{2}aq\cdot\frac{3}{4}a+P(2a+r)=0;$$

$$\sum X=0,\ X_C+X_B=0;$$

$$\sum Y=0,\ Y_A+Y_B+Y_C-P-\frac{3}{2}aq=0.$$

解出 $X_C=1325N$,

$Y_C=1033.4N$,

$X_B=-1325N$,

负号表示约束反力$\boldsymbol{X}_B$的实际方向与假设方向相反。

以上求得固定铰链A、B、C的约束反力为

$X_A=0$, $Y_A=166.7N(\downarrow)$;

$X_B=1325N(\leftarrow)$, $Y_B=66.7N(\downarrow)$;

$X_C=1325N(\rightarrow)$, $Y_C=1033.4N(\uparrow)$。

1-5 均质杆AB，长$3R$，重P，放在半径为R的半球槽内，如图所示。设摩擦不计，试求：(1) 平衡时的θ角值。(2) 平

衡时A、C处的反力。(3) 判断平衡的稳定性。(北方交通大学1983年)

解 (1) 由几何关系知$\overline{AC}=2R\cos\theta$。$AB$杆处于平衡时，有

$$\sum m_C=0,\ P\cos\theta\left(2R\cos\theta-\frac{3}{2}R\right)-N_A\sin\theta\cdot 2R\cos\theta=0;$$

$$\sum X=0,\ N_A\cos\theta-P\sin\theta=0.$$

两式联立消去N_A得

$$4\cos^2\theta-\frac{3}{2}\cos\theta-2=0.$$

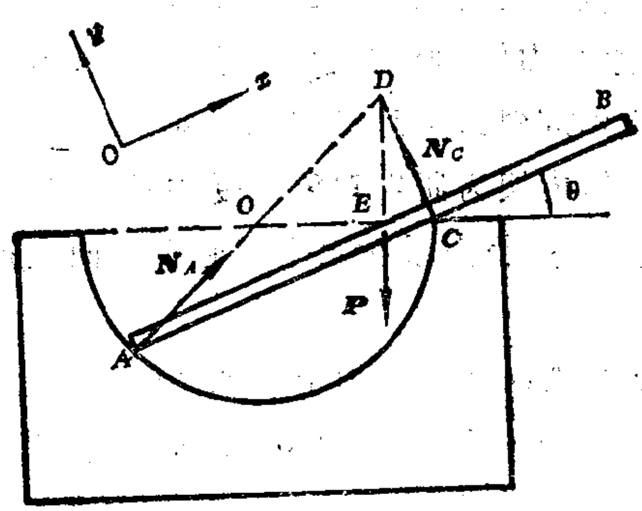
这个一元二次方程式的二根是

$\cos\theta_1=0.919$，$\theta_1=0.40\text{rad}$。

$\cos\theta_2=-0.543$，$\theta_2=2.14\text{rad}$（不合理，舍去）。

即AB杆在半球槽内平衡时的θ角等于23.21°。

(2) 将$\theta=23.21°$代入上面第二个平衡方程式中，得到A处反力的大小



1-5

$$N_A=P\text{tg}\theta=0.43P.$$

又由平衡方程式

$$\sum Y=0,\ N_C-P\cos\theta+N_A\sin\theta=0,$$

得 $$N_C=0.75P。$$

（3）该系统为保守系统．若取通过球心O点的水平面为零势面，则重力势能为

$$V=-P\cdot\overline{EC}\sin\theta=-P(\overline{AC}-\overline{AE})\sin\theta$$
$$=PR\left(\frac{3}{2}\sin\theta-\sin2\theta\right)。$$

于是

$$\left.\frac{\partial V}{\partial\theta}\right|_{\theta=\theta_1}=PR\left.\left(\frac{3}{2}\cos\theta-2\cos2\theta\right)\right|_{\theta=\theta_1}$$
$$=PR\left.\left(-4\cos^2\theta+\frac{3}{2}\cos\theta+2\right)\right|_{\theta=\theta_1}$$
$$=0,$$

$$\left.\frac{\partial^2V}{\partial\theta^2}\right|_{\theta=\theta_1}=PR\left.\left(4\sin2\theta-\frac{3}{2}\sin\theta\right)\right|_{\theta=\theta_1}>0。$$

可见势能在平衡位置具有极小值，说明AB杆的平衡是稳定的。

1-6　求在水平力P及竖向力P共同作用下，图示(a)桁架中杆1的内力。（哈尔滨建筑工程学院1980年）

解　先以整体桁架为研究对象，受力情况如图a所示。由$\sum m_B=0$，知$N_A=0$；将力系在水平和竖直方向上投影，得$X_B=Y_B=p$。

考察三角形构架DBE，受力情况如图b。

$$\sum X=0,\ (P-X_B-S_{AE})\cos45°+(Y_B-P)\cos45°=0。$$

由此得　$S_{AE}=0$。

再分析铰A的受力情况。显然，由于杆AE的内力为零，杆AF的内力必定等于零。进而推及作用在铰F上的杆1的约束反

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com