

建筑结构分析程序

江见鲸 贺小岗 傅德炫 编

1

中国建筑工业出版社

建筑结构分析程序

江见鲸 贺小岗 傅德炫 编

1

中国建筑工业出版社

(京)新登字 035 号

全书编入了 30 个结构分析和设计中常用的程序,包括线性代数方程组求解和特征值计算,结构静、动力分析和钢筋混凝土构件配筋计算,其中结构地震反应计算和混凝土构件计算均按我国现行《混凝土结构设计规范》(GBJ10—89)和《建筑抗震设计规范》(GBJ11—89)编写。程序简明、实用,并在附录中给出了全部源程序。

本书可供高等院校土建专业师生和土建工程技术人员学习参考。

* * *

责任编辑 高云虹

技术设计 马江燕

责任校对 王 莉

建筑结构分析程序

江见鲸 贺小岗 傅德炫 编

*

中国建筑工业出版社出版、发行(北京西郊百万庄)

新华书店经销

北京密云县印刷厂印刷

*

开本:787×1092 毫米 1/16 印张:16¼ 字数:392 千字

1993 年 2 月第一版 1993 年 2 月第一次印刷

印数:1—4,200 册 定价:8.45 元

ISBN7—112—01818—8/TU·1389

(6843)

1
2
3
4
5
6
1
2
3
4
5
6

目 录

前 言

第一章 结构分析常用数学程序	(1)
第一节 线性代数方程组的求解	(1)
§ 1.1 列主元高斯消去法	(1)
§ 1.2 高斯-亚当消去法	(3)
§ 1.3 改进平方根法	(4)
§ 1.4 高斯-赛德尔迭代法	(6)
§ 1.5 半带宽存储消去法	(8)
§ 1.6 一维压缩存储消去法	(9)
第二节 特征值与特征向量的计算	(11)
§ 1.7 幂法	(11)
§ 1.8 雅可比法	(12)
§ 1.9 行列式搜索法	(15)
§ 1.10 子空间迭代法	(17)
第二章 结构静力分析程序	(20)
§ 2.1 平面桁架的内力分析	(20)
§ 2.2 空间桁架的内力分析	(28)
§ 2.3 连续梁的内力分析	(32)
§ 2.4 平面刚架的内力分析	(35)
§ 2.5 空间刚架的内力分析	(41)
§ 2.6 井字梁结构的内力分析	(48)
第三章 结构动力与稳定分析程序	(54)
§ 3.1 平面桁架的自由振动	(54)
§ 3.2 平面刚架的自由振动	(59)
§ 3.3 单自由度弹性体系受迫振动	(65)
§ 3.4 单自由度弹塑性体系受迫振动	(68)
§ 3.5 框架结构地震力计算	(72)
§ 3.6 振型组合法动力分析	(77)
§ 3.7 威尔逊- θ 法动力分析	(80)
§ 3.8 地震力作用下框架结构弹塑性分析	(84)
§ 3.9 受压杆件稳定性分析	(88)
第四章 钢筋混凝土基本构件计算	(93)
§ 4.1 受弯构件正截面配筋计算	(93)
§ 4.2 受弯构件斜截面配筋计算	(97)
§ 4.3 受弯构件挠度、裂缝验算	(100)
§ 4.4 受压构件配筋计算	(104)

§ 4·5 受扭构件配筋计算	(110)
附录: 源程序清单	(114)
第一章 结构分析常用数学程序	(114)
§ 1·1 列主元高斯消去法(SOV1. FOR)	(114)
§ 1·2 高斯-亚当消去法(SOV2. FOR)	(115)
§ 1·3 改进平方根法(SOV3. FOR)	(117)
§ 1·4 高斯-赛德尔迭代法(SOV4. FOR)	(118)
§ 1·5 半带宽存储消去法(SOV5. FOR)	(120)
§ 1·6 一维压缩存储消去法(SOV6. FOR)	(121)
§ 1·7 幂法(EIG1. FOP)	(122)
§ 1·8 雅可比法(EIG2. FOR)	(124)
§ 1·9 行列式搜索法(EIG3. FOR)	(126)
§ 1·10 子空间迭代法(EIG4. FOR)	(128)
第二章 结构静力分析程序	(135)
§ 2·1 平面桁架的内力分析(TRUS2. FOR)	(135)
§ 2·2 空间桁架的内力分析(TRUS3. FOR)	(140)
§ 2·3 连续梁的内力分析(BEAM. FOR)	(146)
§ 2·4 平面刚架的内力分析(FRAM2. FOR)	(151)
§ 2·5 空间刚架的内力分析(FRAM3. FOR)	(160)
§ 2·6 井字梁结构的内力分析(GIRDB. FOR)	(171)
第三章 结构动力与稳定分析程序	(178)
§ 3·1 平面桁架的自由振动(DTRUS2. FOR)	(178)
§ 3·2 平面刚架的自由振动(DFRAM2. FOR)	(185)
§ 3·3 单自由度弹性体系受迫振动(DUHAM1. FOR)	(195)
§ 3·4 单自由度弹塑性体系受迫振动(STEPS. FOR)	(199)
§ 3·5 框架结构地震力计算(FRASE. FOR)	(202)
§ 3·6 振型组合法动力分析(MODAL. FOR)	(209)
§ 3·7 威尔逊- θ 法动力分析(WILSON. FOR)	(213)
§ 3·8 地震力作用下框架结构弹塑性分析(SRSB. FOR)	(217)
§ 3·9 受压杆件稳定性分析(LOADCM. FOR)	(228)
第四章 钢筋混凝土基本构件计算	(234)
§ 4·1 受弯构件正截面配筋计算(RCBM. FOR)	(234)
§ 4·2 受弯构件斜截面配筋计算(RCBV. FOR)	(238)
§ 4·3 受弯构件挠度、裂缝验算(RCBDW. FOR)	(240)
§ 4·4 受压构件配筋计算(RCCC. FOR)	(243)
§ 4·5 受扭构件配筋计算(RCBT. FOR)	(248)

第一章 结构分析常用数学程序

第一节 线性代数方程组的求解

在结构静力分析中, 无论用力法或位移法, 最后都要求解一组线性代数方程。用有限元法去解连续体介质的力学问题时, 解线性联立方程组也是一项主要内容。为此, 本节收集了六种常用的求解线性代数方程组的程序。在结构分析中, 由于方程组的系数(也就是集合后的总刚度矩阵的元素)往往呈带状, 并具有对称和稀疏的特点, 因而在解法中采用了方程组系数利用半带宽存储和一维存储时的解法。这些解法可节省存储单元和缩短运算时间。

§ 1.1 列主元高斯消去法

一、功能

本程序采用按列消主元的高斯消去法求线性方程组的解。程序名 SOV1. FOR。

二、方法简介

设有线性方程组

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \\ a_{n1} & \cdots & & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (1-1)$$

式 (1-1) 亦可表示为:

$$[A] \{X\} = \{B\} \quad (1-2)$$

其求解步骤为:

1. 消元

用系数矩阵 $[A]$ 中第一行、第一列元素 a_{11} 除式 (1-1) 中第一个方程的各系数项和常数项, 即

$$\begin{cases} a_{1j}^{(1)} = a_{1j}/a_{11} & (j=1, 2, \cdots, n) \\ b_1^{(1)} = b_1/a_{11} \end{cases} \quad (1-3)$$

式 (1-3) 中上标 (1) 表示经第一次消元以后的结果。然后将其余各方程 ($n=2, 3, \cdots, n$) 的第一个系数与第一个方程的系数、常数项相乘, 并取负号与该方程各相应项相加, 即

$$\begin{cases} a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - a_{i1}a_{1j}^{(1)} & (i=2, 3, \cdots, n) \\ b_i^{(1)} = b_i - a_{i1}b_1^{(1)} & (j=1, 2, \cdots, n) \end{cases} \quad (1-4)$$

这样就将方程组中第一列元素除第一行外均消成零了, 第一行元素变为 1。

将上述步骤进行 n 次, 就可以将系数矩阵 $[A]$ 变成对角元为 1 的上三角矩阵, 其下三角元素均已消为零。

2. 回代求解

求解过程可按下式进行,

$$\begin{cases} x_n = b_n^{(n)} \\ x_i = b_i^{(i)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}^{(i)} \cdot x_j \quad (i=n-1, n-2, \dots, 2, 1) \end{cases} \quad (1-5)$$

在消元过程中, 如果 $a_{ii}^{(i)}$ 为零或特别小时, 用它作除数会带来很大误差或无法继续进行消元。为避免这种情况, 采用主元消去法。

主元消去法一般有两种, 一种是全主元消去法, 一种是列主元消去法。全主元消去法在消元之前, 先在矩阵 $[A]^{(i)}$ 的元素中选取绝对值最大的元素作为主元, 然后作行列交换, 再进行消去计算。这种方法精度较高, 但较费时间。另一种是列主元消去法。该法只在矩阵 $[A]^{(i)}$ 中的 k 列中选取绝对值最大的元素作主元, 然后只须作行交换, 就可进行消元计算。列主元消去法程序简单, 计算时间短, 一般精度也足够, 因而在结构计算中应用很广。

三、使用说明

调用子程序语句

```
CALL SOV1 (A, N, M)
```

其中, N 整型变量, 方程组的阶数;

M 整型变量, $M=N+1$

A $N \times M$ 阶的二维实型数组, 前 N 列存放方程组的系数, 最后一列输入时存放右端常数项列向量, 输出时存放解向量。

四、计算例题

求解下面线性方程组。

$$\begin{bmatrix} 3 & 6 & 0 \\ -3 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

数据文件名 SOV1. IN 输入数据如下:

3, 4
3., 6., 0., 1.
-3., 4., -2., 0.
1., 2., 3., 4.

结果文件名 SOV1. OUT, 输出结果如下:

```
COEFFICIENT MATRIX AND CONSTANT
      3.00      6.00          .00=      1.00
     -3.00      4.00     -2.00=      .00
      1.00      2.00      3.00=      4.00

THE SOLUTION IS:
      X1=    -.3555556
```

X2= .3444445
X3= 1.2222220

§ 1.2 高斯-亚当消去法

一、功能

本程序采用高斯-亚当消去法求系数相同而右端常数项有 m 组的线性方程组的解。利用本程序还可求出矩阵的逆。程序名 SOV2. FOR

二、方法简介

高斯-亚当消去法是对高斯消去法的一种修正。上节介绍的高斯消去法自始至终只对 $[A]^{(k)}$ 矩阵中第 k 行以下的元素进行消元计算。高斯-亚当消去法中, 不仅对 $[A]^{(k)}$ 中 k 行以下的元素进行消元, 而且对 k 行以上的元素进行消元。这样, 消元过程结束后, 原系数矩阵已消成对角元素为 1, 其余元素为零的单位矩阵。显然, 这就可以省去回代过程。本节介绍的程序同样采用按列选主元的方法。

当常数项向量有 m 列, 即线性方程组有 m 组时, 采用该法可以同时求出 m 组方程组的解。当 $m=n$ 时, 即方程组的组数与方程组的阶数相同时, 求得的解便是系数矩阵 $[A]$ 的逆。

三、使用说明

调用子程序语句:

CALL SOV2 (A, B, N, M, LA, EP)

其中, N 整型变量, 方程组的阶数;

M 整型变量, 方程组右端常数项向量的个数;

LA 整型变量, 计算指示变量,

$LA=0$, 求矩阵的逆,

$LA=1$, 求线性代数方程组的解;

A $N \times N$ 二维实型数组, 存放方程组的系数;

B $N \times M$ 二维实型数组, 开始时存放方程组右端常数项向量, 计算结束后, 存放方程组的解向量;

EP 实型变量, 一个小正数, 作控制精度用, 例如可取 1×10^{-8} 。

四、计算例题

求下列代数方程组的解。

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 & 6 & 5 & 1 \\ 7 & 10 & 8 & 7 & 2 \\ 6 & 8 & 10 & 9 & 3 \\ 5 & 7 & 9 & 10 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 34 \\ 36 \\ 35 \\ 15 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 96 \\ 136 \\ 144 \\ 140 \\ 60 \end{bmatrix}$$

取 $LA=1$, $EP=1 \times 10^{-10}$

数据文件名 SOV2. IN, 输入数据如下:

5, 2, 1, 1. 0E-10

5., 7., 6., 5., 1.

7. , 10. , 8. , 7. , 2.
6. , 8. , 10. , 9. , 3.
5. , 7. , 9. , 10. , 4.
1. , 2. , 3. , 4. , 5.
24. , 34. , 36. , 35. , 15.
96. , 136. , 144. , 140. , 60.

结果文件名 SOV2. OUT 输出结果如下:

INITIAL PARAMETERS:

N	M	LA	EP
5	2	1	.1000E-09

COEFFICIENT MATRIX [A]

5.00	7.00	6.00	5.00	1.00
7.00	10.00	8.00	7.00	2.00
6.00	8.00	10.00	9.00	3.00
5.00	7.00	9.00	10.00	4.00
1.00	2.00	3.00	4.00	5.00

THE CONSTANT MATRIX[B]

(1)	24.00	34.00	36.00	35.00	15.00
(2)	96.00	136.00	144.00	140.00	60.00

EQUATIONS= 1

1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
---------	---------	---------	---------	---------

EQUATIONS= 2

4.00000	4.00000	4.00000	4.00000	4.00000
---------	---------	---------	---------	---------

§ 1.3 改进平方根法

一、功能

本程序采用改进平方根法求解系数相同而右端常数项有 m 组的方程组。要求方程组的系数矩阵对称、正定。程序名 SOV3. FOR。

二、方法简介

在结构计算中，系数矩阵即为结构刚度矩阵，它满足对称、正定条件。

因系数矩阵 $[A]$ 对称正定，故可作如下分解：

$[A] = [L] [D] [L]^T$ (1-6)

其中： $[L]$ 为对角元为 1 的下三角矩阵，

$[L] = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ l_{21} & 1 & & & \\ l_{31} & l_{32} & 1 & & \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & & 1 \end{bmatrix}$

$[D]$ 为对角矩阵，

$$[D] = \begin{bmatrix} d_1 & & 0 \\ & d_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & d_n \end{bmatrix}$$

$[L]^T$ 为 $[L]$ 的转置矩阵。

矩阵 $[L]$ 和 $[D]$ 的值 l_{ij} 和 d_i 可以按下列公式求出：

$$\begin{cases} d_1 = a_{11} \\ l_{ij} = \frac{1}{d_j} \left[a_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} d_k l_{jk} \right] \\ d_i = a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{ik}^2 d_k \\ \left(\begin{matrix} i=2, 3, \dots, n \\ j=1, 2, \dots, i-1 \end{matrix} \right) \end{cases} \quad (1-7)$$

求出 $[L]$ 和 $[D]$ 以后，原方程组化为下列两个方程组：

$$\begin{cases} [L] [Y] = [B] \\ [L]^T [X] = [D]^{-1} [Y] \end{cases} \quad (1-8)$$

求解的计算公式如下：

$$\begin{cases} y_{1j} = b_{1j} \\ y_{ij} = b_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} l_{ik} y_{kj} \\ \left(\begin{matrix} i=1, 2, \dots, n \\ j=1, 2, \dots, m \end{matrix} \right) \end{cases} \quad (1-9)$$

$$\begin{cases} x_{nj} = y_{nj} / d_n \\ x_{ij} = y_{ij} / d_i - \sum_{k=i+1}^n l_{ki} x_{kj} \\ \left(\begin{matrix} i=n-1, \dots, 1 \\ j=1, 2, \dots, m \end{matrix} \right) \end{cases} \quad (1-10)$$

三、使用说明

调用子程序语句：

CALL SOV3 (A, N, M)

其中，N 整型变量，方程组的阶数；

M 整型变量，方程组右端常数项的个数；

A $N \times (N+M)$ 二维实型数组，其中，前 N 列存放方程组的系数，自 N+1 起到 N+M 列存放方程组右端常数项向量，计算结束后存解向量。

四、计算例题

求下列线性代数方程组的解。

$$\begin{bmatrix} 5 & 7 & 6 & 5 & 1 \\ 7 & 10 & 8 & 7 & 2 \\ 6 & 8 & 10 & 9 & 3 \\ 5 & 7 & 9 & 10 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 34 \\ 36 \\ 35 \\ 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 96 \\ 136 \\ 144 \\ 140 \\ 60 \end{bmatrix}$$

数据文件名 SOV3. IN, 输入数据如下:

5. 2

5., 7., 6., 5., 1., 24., 96.

7., 10., 8., 7., 2., 34., 136.

6., 8., 10., 9., 3., 36., 144.

5., 7., 9., 10., 4., 35., 140.

1., 2., 3., 4., 5., 15., 60.

结果文件名 SOV3. OUT 输出数据如下:

COEFFICIENT MATRIX [A]

5.00	7.00	6.00	5.00	1.00
7.00	10.00	8.00	7.00	2.00
6.00	8.00	10.00	9.00	3.00
5.00	7.00	9.00	10.00	4.00
1.00	2.00	3.00	4.00	5.00

CONSTANT MATRIX[B]

(1)	24.00	34.00	36.00	35.00	15.00
(2)	96.00	136.00	144.00	140.00	60.00

EQUATIONS= 1

1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
--------	--------	--------	--------	--------

EQUATIONS= 2

4.0000	4.0000	4.0000	4.0000	4.0000
--------	--------	--------	--------	--------

§ 1.4 高斯—赛德尔迭代法

一、功能

本程序采用高斯—赛德尔迭代法求线性代数方程组的解。程序名 SOV4. FOR

二、方法简介

在线性方程组中, 第 i 个方程为:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \cdots + a_{in}x_n = b_i \quad (1-11)$$

变换式 (1-11), 有

$$x_i = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n a_{ij} x_j \right) \quad (1-12)$$

现取初始解向量为:

$$\{X\}^{(0)} = [x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)}]^T \quad (1-13)$$

则可以用下列公式进行迭代求解,

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j^{(k)} \right) \quad (1-14)$$

当 $x_i^{(k+1)}$ 与 $x_i^{(k)}$ 足够接近时停止迭代运算。所谓足够接近是指 $|\Delta x_i| = |x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}|$ 小于一个指定的足够小的正数。这时的 $x_i^{(k+1)}$ 即为方程的解。

用迭代法求解线性方程组时，要求对角元素有充分的优势，迭代才能收敛。在结构计算中，系数矩阵通常是具有对角优势的。

结构计算中的系数矩阵通常是高阶稀疏矩阵。采用迭代法，零元素不参加运算，故可以不予存储，从而节省存储单元。

三、使用说明

调用子程序语句

CALL SOV4 (A, X, T, N, M, NK, EP)

其中，N 整型变量，方程组的阶数；

M 整型变量， $M=N+1$ ；

A $N \times M$ 二维实型数据，前 N 列存放方程组的系数，最后一列存放方程组右端常数项向量；

X 一维实型数组，输出时存放方程组的解；

T 一维实型工作数组；

NK 整型变量，最大迭代次数，以免在某些情况下的无用循环；

EP 实型变量，一个小的正数，作收敛判断标准。

四、计算例题

求下列线性代数方程组的解。

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 10 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ 12 \\ 8 \\ 34 \end{bmatrix}$$

数据文件名 SOV4. IN，输入数据如下：

4, 5, 100, 1. 0E-10

5., 3 * -1., -4.

-1., 10., 2 * -1., 12.

2 * -1., 5., -1., 8.

3 * -1., 10., 34.

结果文件名 SOV4. OUT，输出结果如下：

CCEFFICIENT MATRIX AND CONSTANT

```

5.00  -1.00  -1.00  -1.00  =  -4.00
-1.00  10.00  -1.00  -1.00  =  12.00
-1.00  -1.00   5.00  -1.00  =   8.00
-1.00  -1.00  -1.00  10.00  =  34.00

```

THE SOLUTION IS :

X1= 1.00 X2= 2.00 X3=3.00 X4= 4.00

§ 1.5 半带宽存储消去法

一、功能

本程序采用高斯消去法解线性代数方程组，方程组系数采用半带宽储存，只存储最大半带宽内上半带的元素。要求方程组系数矩阵对称、正定。程序名 SOV5.FOR。

二、方法简介

半带宽存储消去法的基本原理与元素全存时的消去法是一样的，不同之处在于系数矩阵的存储方式。

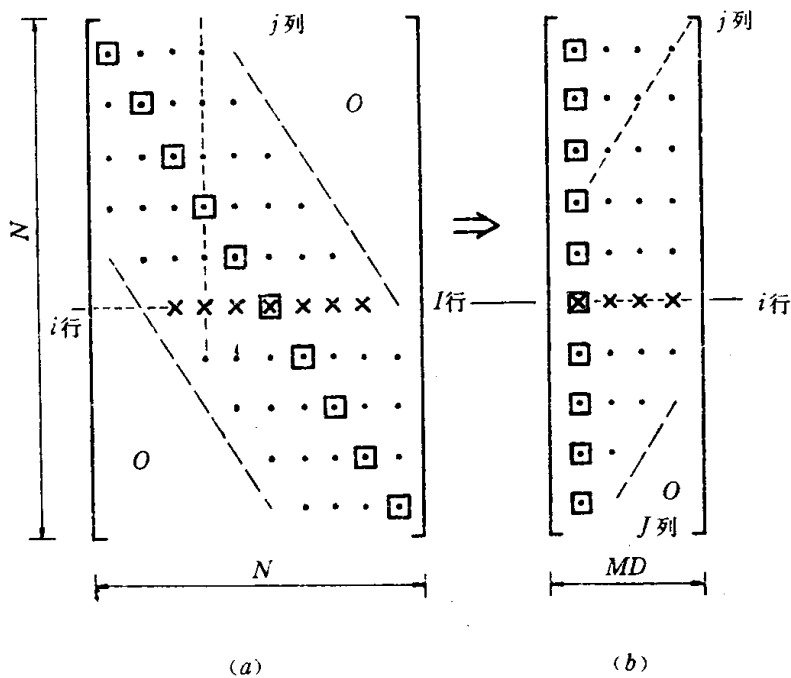


图 1-1

在结构计算中，结构刚度矩阵是对称的，并且常常是稀疏的。当结构结点的编号合理时，其非零元素集中于主对角线附近，形成带状，如图 1-1 (a) 所示。每行中的第一个非零元素到对角元素的个数称为半带宽 d_i ，从第 1 行到第 n 行中可以选出其最大半带宽 MD ，即

$$MD = \max_i \{d_i\} \quad (1-15)$$

显然，最大半带宽以外的元素都为零。因带外各元素为零，在计算过程中均不起作用，可不必存放。这样，消元和回代过程只在带宽范围内进行。为了节省储存单元，系数只要存放最大半带宽以内的元素即可，存储后的形式如图 1-1 (b) 所示。

现在来找出同一元素在全存时的位置 a_{ij} (i 行, j 列元素) 与半带存放时的位置 a_{IJ} (I 行, J 列元素) 之间的关系。从图 1-1 (a) 与 (b) 对比可知，两者行号相同。但列号不同了，当用上半带存储时，第一列元素为全存时的主对角元素。于是，同一元素在全存矩阵中的位置 i, j 与半带存储时的位置 I, J 有如下对应关系：

$$\begin{cases} I = i \\ J = j - I + 1 \end{cases} \quad (1-16)$$

有了两者的对应关系,根据 § 1-1 中介绍的消去法公式,可以推出半带宽存储消去法的计算公式。这个公式可由读者自行推导。

三、使用说明

调用子程序语句:

```
CALL SOV5 ( (A, C, N, NW, EP)
```

其中, N 整型变量, 方程组的阶数;

NW 最大半带宽, 整型变量;

A $NT \times NW$ 二维实型数组, 存放方程组上半带的系数;

C 一维实型数组, 输入时存放方程组右端常数项向量;

EP 实型变量, 一个小的正数, 作精度控制用。

四、计算例题

求下列线性代数方程组的解。最大半带宽 $NW=2$, 取 $EP=1 \times 10^{-10}$ 。

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 0 & 0 \\ & 5 & 6 & 0 \\ & & \text{对称} & 5 & 6 \\ & & & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ 17 \\ 17 \\ 11 \end{bmatrix}$$

数据文件名 SOV5. IN, 输入数据如下:

4, 2, 1. 0E-10

4 * 5., 3 * 6., 0.

11., 2 * 17., 11.

结果文件名 SOV5. OUT 输出结果如下:

COEFFICIENT MATRIX [A]

```
5.00    6.00
5.00    6.00
5.00    6.00
5.00    .00
```

CONSTANT VETOR[C]

```
11.00    17.00    17.00    11.00
```

THE SOLUTIONS IS :

X1=1.00 X2=1.00 X3=1.00 X4=1.00

§ 1.6 一维压缩存储消去法

一、功能

本程序采用高斯消去法求解线性方程组, 系数矩阵采用一维压缩存储, 要求系数矩阵满足对称、正定条件。本程序只储存下半带(包括对角元元素)的带内元素, 即按行存放, 每一行中从第一非零元素开始存放, 一直存到对角线元素为止。程序名 SOV6. FOR.

二、方法简介

一维压缩存储消去法的基本原理仍然与高斯消去法的原理相同, 只是系数存储方式有所不同。上节介绍的半带宽存储必须按最大半带宽来存储。如果各行带宽相差很大, 仍然会浪费不少存储单元。在这种情况下, 可以用一维变带宽压缩存储的方法, 一行一行地存

储，或一列一列地存储，从第一个非零元素存到主对角线元素（因矩阵对称）。为了能找到原矩阵元素 a_{ij} 在一维压缩存储中的位置，用一个整型指示数组 NA 来存储主对角线元素在一维数组中的位置。这样，同一元素在全存中的位置与压缩一维存储中的位置两者的一一对应关系即可确定。

设某元素 a_{ij} 在原矩阵中是 I 行、 J 列元素，在一维压缩存储中是第 IJ 个元素。因为 I 行的主对角线元素在一维压缩存储中的位置为 $NA(I)$ ，可以很容易推算出 a_{ij} 在一维压缩存储中的位置 IJ 为：

$$IJ = NA(I) - I + J \tag{1-17}$$

有了对应的元素位置，其他运算就可以相应进行，这里不再细述。

三、使用说明

调用子程序语句

```
CALL SOV6 (A, NA, B, N, NQ, EP)
```

其中， NQ 整型变量，一维存储时系数矩阵元素总个数；

N 整型变量，方程组的阶数；

B 一维实型数组，存放方程组右端常数项向量；

NA 一维整型数组，指示对角元素在一维压缩存储中的位置；

A 一维实型数组，存放方程组系数；

EP 实型变量，一个小的正数，作精度控制用。

四、计算例题

求下列线性代数方程组的解。

$$\begin{bmatrix} 4.5 & & & & & \\ 0.2 & 5.3 & & & & \\ -1.3 & 0.0 & 10.2 & & & \\ 0 & 0 & 5.1 & 8.4 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & \\ 0 & 0 & -1.7 & 0.0 & 0.0 & 3.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 10.8 \\ 39.5 \\ 48.9 \\ 3.0 \\ 13.5 \end{bmatrix}$$

对 称

这里， $N=6$ ， $NQ=13$ 。对角元素在一维中的位置为 1, 3, 6, 8, 9 和 13，存于数组 NA 组中。取 $EP=1 \times 10^{-10}$ 。

数据文件名 SOV6. IN，输入数据如下：

```
6, 13, 1.0E-10
4.5, 0.2, 5.3, -1.3
0.0, 10.2, 5.1, 8.4
0.6, -1.7, 0.0, 0.0, 3.1
1., 10.8, 39.5, 48.9, 3., 13.5
1, 3, 6, 8, 9, 13
```

结果文件名 SOV6. OUT 输出结果如下：

```
THE SOLUTION IS:
X1=1.00 X2=2.00 X3=3.00
X4=4.00 X5=5.00 X6=6.00
```

第二节 特征值与特征向量的计算

在结构动力和稳定分析中经常遇到求解矩阵特征值问题。本节收集了四个比较常用的算法。其中，幂法适用于求矩阵的最大特征值与特征向量；雅可比法可以求得实对称矩阵的全部特征值与特征向量；行列式搜索法可用于求部分特征值，并适用于矩阵非正定的情况；子空间迭代法适用于求对称正定矩阵的部分特征值与特征向量。读者可根据不同情况选用。

§ 1.7 幂 法

一、功能

本程序采用幂法（或称迭代法）求矩阵的绝对值为最大的特征值与相应的特征向量，通常又称为第一特征值和第一特征向量。程序名 EIG1. FOR。

二、方法简介

设 $[A]$ 为 $n \times n$ 阶矩阵，其特征值为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ，相应的线性无关的特征向量为 $\{b_1\}, \{b_2\}, \dots, \{b_n\}$ 。这里只讨论特征值为实数的情况。设特征值满足下述条件，

$$|\lambda_1| > |\lambda_2| \geq |\lambda_3| \geq |\lambda_4| \dots \geq |\lambda_n| \quad (1-18)$$

今取任意初始向量 $\{x_0\}$ ，由矩阵 $[A]$ 与向量 $\{x_0\}$ 相乘，求得新的向量，并继续向前迭代，即

$$\begin{cases} \{x_1\} = [A] \{x_0\} \\ \{x_2\} = [A] \{x_1\} \\ \dots \\ \{x_{k+1}\} = [A] \{x_k\} \end{cases} \quad (1-19)$$

数学上已经证明，若 $|\lambda_j/\lambda_1| < 1$ ($j=2, 3, \dots, n$) 时，

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{(x_{k+1})_i}{(x_k)_i} = \lambda_1 \quad (1-20)$$

即两相邻迭代向量分量之比收敛于第一特征值，同时，向量 $\{x_{k+1}\}$ 收敛于所对应的特征向量。

在程序实现上，还要求输入一个最大迭代次数（例如 100 次）作控制用，以防在某些情况下出现无效循环而浪费时间。

三、使用说明

调用子程序语句：

CALL EIG1 (A, X, Z, N, D, XM, NKK)

其中， N 整型变量，矩阵的阶数；

A $N \times N$ 二维实型数组，存放矩阵元素；

X 一维实型数组，开始时存迭代向量初始值，本程序取为 $[1 \ 1 \ 1 \ \dots 1]^T$

Z 一维实型工作数组；

NKK 整型变量，迭代收敛时的迭代次数

D 实型变量，一个小的正数，作迭代收敛的判断标准；

XM 实型变量，输出第一特征值。

四、计算例题

计算下列矩阵的第一特征值。

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

取 $D=1\times 10^{-5}$ 。

计算结果，迭代八次后收敛。

数据文件名 EIG1. IN，输入数据如下：

3, 1. 0E-5

2., 1., 0.

1., 2., 1.

0., 1., 2.

结果文件名 EIG1. OUT，输出结果如下：

THE MATRIX IS:

2.0000 1.0000 .0000

1.0000 2.0000 1.0000

.0000 1.0000 2.0000

EIGENVALUE = 3.414216

(ITERATION NUMBER = 8)

EIGENVECTOR IS :

.7071 1.0000 .7071

§ 1.8 雅可比法

一、功能

本程序用雅可比法求实对称矩阵的全部特征值和对应特征向量。程序名 EIG2. FOR。

二、方法简介

由线性代数可知，若 $[A]$ 是 $n\times n$ 阶实对称矩阵，则它们的全部特征值都是实的。雅可比方法是通过一系列的相似变换（又称雅可比旋转变换）逐步消去 $[A]$ 的非对角元素，从而使 $[A]$ 变换成一对角阵，对角阵的元素即为所求的矩阵 $[A]$ 的特征值。

首先，进行二阶矩阵的对角化运算。设 $[A]$ 为 2×2 阶对称矩阵，

$$[A] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \quad (1-21)$$

式 (1-21) 中， $a_{12}=a_{21}$ 。

我们知道，若平面上直角坐标系 x_1oy_1 旋转一个角度 θ 后，得到一新坐标系 x_2oy_2 ，则两坐标系

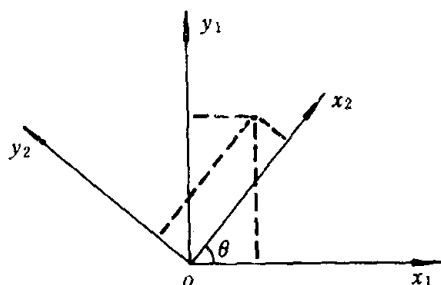


图 1-2