

〔澳〕K.E. 布伦 著

地球的密度

地震出版社

地球的密度

[澳] K. E. 布伦 著

曹可珍 宋炳忠等 译

臧绍先 阙济生 校

地质出版社

1982

内 容 提 要

本书是世界著名地球物理学家K. E. 布伦多年来对地球密度这一大的研究课题的系统总结。书中把地球作为一个统一的完整模型看待，在综合各方面的资料的基础上进行系统阐述。

本书根据弹性、引力位、地震波分布、地球自由振荡等理论阐述了地球模型的建立方法。在现代地球模型的建立中引用了人造地球卫星运动的观测资料。并且还对地球、月球以及太阳系其他天体资料进行了分析比较。

本书各章的译者为：曹可珍（前言，第一、二、三、四章和第十章的后半部分）、宋炳忠（第五、六、十一、十六章），刘艺（第七及第九章），蒋乃芳（第八章），哈玲（第十章的前半部分），李树菁（第十二、十三、十五章），陈非比（第十四章），裴申（第十七章）。

本书可供地球物理学、天体物理学、物理学、地质学等方面的科学研究和教学人员参考。

The Earth's Density

K. E. Bullen

University of Sydney

1975 LONDON

CHAPMAN AND HALL

地 球 的 密 度

〔澳〕K. E. 布 伦 著

曹可珍 宋炳忠 等 译

戚绍先 阙济生 校

地 震 出 版 社 出 版

北京复兴路63号

中国科学技术情报研究所印刷厂 印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

850×1168 1/32 13印张 331千字
1982年6月第一版 1982年6月第一次印刷
印数：0001—3000
统一书号：13180·122 定价：1.60元

前 言

本书试图把迄今关于地球内部密度分布认识的各种证据统一在一起。还详细介绍了与密度有密切关系的其它一些性质，包括压力、压缩性和压缩、刚性、地震波速度、泊松比和引力。而热力学、化学成分和相的问题，只在确定密度多少有些直接影响时才进行讨论。然而，本书并不是地球内部温度分布和组成的综合课本。对其它行星的密度分布也作了讨论。

探索地球内部密度的线索，长久以来一直激励着人们。本书的一个目的就是介绍这个问题的发展史，它几乎吸引住作者科研工作的一生。前几章介绍从古代到1930年前后的主要成就。后几章更详细地叙述1930年以后取得的进展。

现阶段的状况是：已发表的有关地球密度的许多文章，无非是围绕对长期积累的观测资料的分析徘徊而已。因此，现在对这一问题作些展望，看来是很适时的。当然，描写地球内部的历史是永远不会完结的，随着重要资料的进一步出现，将有许多地方要补充。

我想尽力描述在最近四十年内引起我兴趣的那些成果中我认为是最重要的成果。因此本书不可避免地将反映我自己的倾向和兴趣；所研究的课题现在涉及这么多的领域，以致不能期望一个作者把它们都叙述得十分满意。因此我事先向可能被我漏掉的那些著作的作者表示歉意。还需指出，我处理问题的方法主要是“宏观”的，对于“微观”的方法，例如晶格理论，只作主要的引证。

然而我还要为大量引证我自己的著作而道歉。我这样做首先是因为这一课题是很难的，阐述它的全部不好懂的内容是不容易的。我感到，以我自己研究问题的方法为基础，可以达到，起码是初步达到最佳的条理性；其次，我希望这本书能纠正我过去著作中许多

被曲解了的细节（在当今科学家的人数爆炸式增长的时代，这一现象当然不只使我一人苦恼）；最后，鉴于这本书可能是我对这一课题最后的主要成果，我想尽量客观地评价一下自己的工作。我希望上述多条理由有助于回击那种论调，似乎我把自己的贡献看成比事实上更大。

读者可能会发现，在这本书里作者在对待不确定性问题方面比当今许多其它著作要谨慎得多。当今一些地球科学的作者（包括某些有名的作者）在发表意见时有一种过于绝对的强烈倾向——在聪明人会根据可能性进行谨慎评价的那些范畴里，他们却颇为固执地“证明”或声称自己“可信”，“反证”别人不可信（这种倾向不限于地球科学）。除了形式推理的情况，我尽量避免使用“证明”、“真”、“伪”、“对”、“错”、“有效”、“无效”这样一类词。在论证中，我尽力做出“推论”，而不是“推断”；不仅对密度和类似参数的分布，而且对所谓的物理“定律”，我都尽力把“数学模式”和“事实”区分开。我希望（或许是徒劳的）我的写作风格多少能有助于正确理解科学结论的某些方面，这在地球物理学中尤其需要注意。

由于关于地球密度的各种资料互相交错，各章之间难免有某些重复；但我已尽力使这种重复降到最低限度。为数众多的参考书目，是为了帮助读者了解这一科目。在初次阅读时，这些参考文献可以跳过。列出大量文献的目的是为了帮助感兴趣的读者，而不是要使不需要它的读者分心。

本书自然包含大量有关地震学的具体资料，因为涉及密度的重要发现，正是来源于地震学的成果。但本书并不是一本地震学的教科书。书内的索引，用“B”表示的是指我写的《地震学引论》（剑桥大学出版社）一书的第三版，那里可以找到地震学的更多更细的资料。

在书的后半部有许多定量描述的细节，我希望读者对此不致过于乏味。我认为只有引入这些细节，才能把各种方法对这一复杂问

题所取得的成果讲透彻。我希望，作为某种补偿，本书所收集的资料，对从事固体地球物理工作的科研人员、教师和学生将有帮助。鉴于这一想法，我作了一个广泛的索引，使读者能很快找到需要的资料。

大部分符号是通常使用的，但也有个别的例外。例如在上下文中 S 已用于其它目的时，有时用 s 代替 S 来表示熵。单位基本上用国际标准制，然而我不能硬用公斤/米³表示密度，来浪费书的篇幅，因为密度值几乎出现在书的每一页内。

我深深感谢山本女士，她出色地打印了十分困难的手稿，而且有些部分由于是几年前写成的，为了使其适应当前水平，又耐心地重新打印。如果没有她的大力帮助，或许这本书永远不能问世。我还要感谢我的老同事 A. P. Treweek 博士和 R. A. Haddon 博士，前者提供了第一章中引用的古代有关这一问题的资料，后者对一些地震学问题提供了有益的意见。

K. E. 布伦，1974年6月29日于悉尼

目 录

第一章 古代一些著名的研究	(1)
1.1 地球的大小	(1)
1.2 Newton 和他同时代人的贡献	(3)
1.3 Newton 之后的时期	(9)
参考文献	(10)
第二章 地球平均密度的确定	(11)
2.1 Bouguer 在秘鲁的试验	(11)
2.2 在斯希哈林山的试验	(13)
2.3 用摆和铅垂线作的其它一些试验	(13)
2.4 Michell-Cavendish 进行的试验	(14)
2.5 其它一些小规模的试验	(15)
参考文献	(16)
第三章 球谐函数	(18)
3.1 Laplace 方程的解	(18)
3.2 Legendre 多项式	(19)
3.3 球谐函数乘积的积分	(21)
3.4 田形谐函数	(22)
3.5 面谐函数的展开	(24)
3.6 球谐函数和地球振荡理论	(24)
参考文献	(25)

第四章 地球引力理论.....	(26)
4.1 引力的一般定理.....	(26)
4.2 一些特殊物质分布所造成的引力.....	(28)
4.3 MacCullagh 公式.....	(31)
4.4 地球表面的数学表达.....	(32)
4.5 椭球状地球模型的引力.....	(35)
参考文献.....	(38)
第五章 地球的形状和转动惯量.....	(39)
5.1 地球引力位函数.....	(40)
5.2 旋转地球模型内等密度面的数学表达式.....	(41)
5.3 包含 ϵ_a 和 h 的一些关系式.....	(42)
5.4 有关 ϵ 的内部变化的 Clairaut 方程.....	(44)
5.5 地球转动惯量的估计.....	(47)
5.6 流体静力学理论的数字结果.....	(50)
5.7 人造卫星的应用.....	(52)
5.8 国际参考系.....	(53)
5.9 密度为常数的内表面的扁率.....	(54)
参考文献.....	(55)
第六章 地球密度变化的早期模型.....	(57)
6.1 地球模型.....	(57)
6.2 Clairaut 方程式和密度问题.....	(60)
6.3 Legendre-Laplace 密度定律.....	(61)
6.4 确定密度的基础理论.....	(63)
6.5 密度定律的其它早期模型.....	(66)
6.6 早期模型的数字结果.....	(69)
6.7 十九世纪得到的另一些成果.....	(70)

6.8 有关地球刚性系数的早期资料.....	(78)
6.9 二十世纪早期的地球模型.....	(80)
参考文献.....	(82)
第七章 地球弹性的表述	(84)
7.1 应力.....	(84)
7.2 应变和转动.....	(86)
7.3 应力-应变关系模型	(87)
7.4 地球应力-应变关系	(90)
7.5 完全弹性体中系数的解释.....	(91)
7.6 物质的强度.....	(93)
7.7 术语“流体”和“固体”	(94)
7.8 压力和有限应变.....	(95)
7.9 热力学条件.....	(97)
参考文献	(102)
第八章 地震波的传播	(104)
8.1 地震和其它的地震波源	(104)
8.2 地震扰动的运动方程	(105)
8.3 地震体波	(107)
8.4 标量和矢量位	(110)
8.5 地震面波	(111)
8.6 地震体波的反射和折射	(119)
参考文献	(122)
第九章 地球内部地震P波和S波速度分布的一级近似	(124)
9.1 地震射线	(125)

9.2 地球扁率对地震波走时的影响	(130)
9.3 地震波速正常和异常变化	(131)
9.4 体波震相	(135)
9.5 走时表的发展	(137)
9.6 地球内部P波和S波速度分布的推导	(140)
参考文献	(144)

第十章 A型地球模型..... (146)

10.1 地球密度变化引论.....	(147)
10.2 地球内部分层的历史回顾.....	(150)
10.3 A, B, C, D, E, F 和 G区.....	(152)
10.4 地面附近的密度.....	(158)
10.5 关于上地幔内不均匀性的早期证据.....	(160)
10.6 最小的中心密度.....	(161)
10.7 A型地球模型.....	(161)
10.8 温度和非均匀性的校正.....	(165)
10.9 A型模型的评价.....	(170)
参考文献	(172)

第十一章 地球内部物质可压缩性的证据..... (177)

11.1 地球中物质的可压缩性.....	(178)
11.2 地球均匀区中 k 的变化.....	(180)
11.3 有限变形理论的一些进一步推论.....	(186)
11.4 压缩系数-压力假设	(190)
11.5 不均匀区的理论.....	(198)
11.6 地球各个区域的不均匀程度.....	(205)
11.7 内核的固体状态.....	(209)
11.8 B型地球模型.....	(211)
参考文献	(215)

第十二章 某些二级近似问题 (220)

12.1 地幔的P波、S波速度 (220)

12.2 外地核结构 (229)

12.3 下地核结构 (232)

12.4 地核半径 (237)

12.5 地心密度 (239)

12.6 关于下地核刚度的进一步的资料 (241)

12.7 改进的B型模型 (245)

参考文献 (249)

第十三章 从地震面波得出的证据 (257)

13.1 应用面波资料的基本原理 (259)

13.2 比较复杂的模型结构 (263)

13.3 相速的直接观测 (265)

13.4 地表曲率及引力的修正 (266)

13.5 地球结构的资料 (269)

13.6 地幔结构的证据 (271)

13.7 面波和密度的变化 (276)

13.8 其它说明 (277)

参考文献 (277)

第十四章 从地球自由振荡得到的证据 (283)

14.1 动力学系统的自由振荡 (284)

14.2 对地球自由振荡理论的探讨 (285)

14.3 地球振荡模型的运动方程 (289)

14.4 运动方程的求解 (291)

14.5 观测资料 (296)

14.6 从地球自由振荡资料得到的早期推论 (305)

14.7	模型HB ₁	(309)
14.8	使用地球自由振荡资料的其它模型.....	(312)
14.9	有关内核固态性质的振荡资料.....	(312)
	参考文献.....	(313)

第十五章 各方面的进展 (318)

15.1	地球内部物质的状态方程及有关方程.....	(318)
15.2	其它若干地球模型.....	(324)
15.3	蒙特卡罗法.....	(326)
15.4	观测数据“反演”的一般问题.....	(329)
15.5	密度及地震波的振幅.....	(333)
15.6	波散射研究的结论.....	(334)
15.7	相对于球对称的偏离.....	(338)
15.8	重力常数的变化.....	(340)
	参考文献.....	(341)

第十六章 最优和标准地球模型 (349)

16.1	地球模型的一般要求.....	(349)
16.2	非唯一性的结果.....	(351)
16.3	解决最优模型问题的途径.....	(352)
16.4	向最优地球模型改进.....	(354)
16.5	标准地球模型问题.....	(359)
	参考文献.....	(361)

第十七章 在其它行星和月球方面的应用..... (363)

17.1	行星的观测数据.....	(365)
17.2	关于地球内部组成的假说.....	(369)
17.3	地球、金星和火星.....	(375)
17.4	水星.....	(380)

17.5	月球.....	(382)
17.6	木星和土星.....	(385)
17.7	天王星和海王星.....	(387)
17.8	冥王星.....	(388)
17.9	补充说明.....	(389)
17.10	关于参考文献的补充说明.....	(392)
	参考文献.....	(393)

第一章 古代一些著名的研究

迈向确定地球密度及地球内部的有关物理性质的第一步，是研究地球的大小、形状和质量。本章将广泛而简要地介绍从古代到十九世纪的发展成果。这一时期的某些关键性研究成果将在后几章详述。

1.1 地球的大小

1.1.1 希腊的早期结果

Homer (公元前大约900—800年) 认为，地球是一个被洋流包围的凸起的圆盘。

地球呈球形这一概念在希腊从Anaximander (公元前610—547年) 时代起，就已被仔细考虑过。

Aristotle (公元前384—322) 在他的著作《天论》(第二卷，第14章) 中写道：“而且，那些试算了地球周长的数学家们说，它等于400000古希腊里 (Stadia)。这不仅表明地球是球状的，而且与其它天体相比并不大。”地球周长 c 的这一估算结果是怎么取得的，至今仍不清楚，可能是通过测定大海中的物体随距离增大而高度减小取得的。

在理解用古希腊里测量的结果时，也存在不确定性。一古希腊里等于600古希腊尺 (稍晚一些还有一种说法认为等于125罗马步)。然而古代世界上用的尺是不同的。例如，一雅典尺 (以及罗马尺) 最可能的长度是0.2977米，与之相应，一奥林匹克里等于178.6米；一菲力塔林 (巴比伦-波斯) 尺等于0.3308米，一奥林匹克里相当于198.4米；一小普托列马克尺等于0.31米，一古里 (意大利里) 应为186米；一大普托列马克尺 (腓尼基-埃及尺) 等于0.3543米，一古

希腊里应为212.6米。可以说，Aristotle所说的 c 值大约是其真值的两倍。

Eratosthenes (公元前大约276—194年)留下了估算 c 值的最早方法。在夏至那一天，他测得塞尼(现在的阿斯旺)和亚历山大太阳在正午时的高度之差为 360° 的五十分之一(阿斯旺和亚历山大现在的经纬度分别是 $24^\circ 6' N 32^\circ 51' E$ 和 $31^\circ 9' N 29^\circ 53' E$)。Eratosthenes略去了两城经度的微小差别，取它们之间的距离为5000古里，从而求得 $c = 250000$ 古里(见图1.1)。考虑到古里长度的不确定性，Eratosthenes的估算值的精度大约在25%左右。

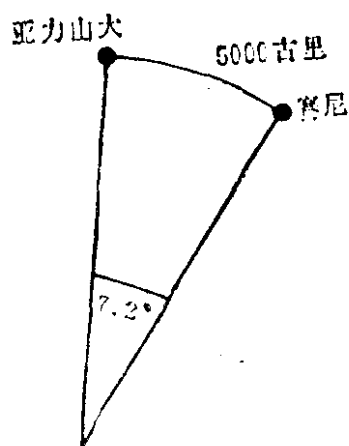


图 1.1

后来，一些希腊人，尤其是 Hipparchus (大约公元前 190—152年)改进了 c 值的测定工作。Posidonius (大约公元前 135—51年)重新研究了纬度一度的长度 $L (=c/360)$ ，把它减小到等于 500 古里这一过小的值，该值曾被 Claudius Ptolemy (大约公元100—160年)所采纳，并成为托勒密系统的一个组成部分。向西航行 70000 古里可以到达印度的说法，影响了1500年后哥伦布的计划。

1.1.2 中国人的工作

在唐代，中国天文学家僧一行(683—727年)于公元723年率领一队人测量了太阳光下物体影子长度和北极星的高度。测量是在二至日(冬至、夏至)和二分日(春分、秋分)在中国的十三个地点进行的。然后僧一行计算得到经度一度的弧长为351.27里(唐代的里)。北京的傅承义博士告诉我，1唐里=1500唐尺，1唐尺=0.2475米，在唐代一周分成365 $\frac{1}{4}$ 度。因此僧一行得到的结果 $L = 132.3$ 公里，比它的真值大约高20%。

1.1.3 阿拉伯人的工作

在著名的Harun al-Rashid的儿子Caliph Abdallah al Mamun的领导下，阿拉伯人于公元814年估算 L 的长度大约为90公里，比其

真值低20%。以美索不达米亚平原某一固定点为基点，向南和向北各派出一组天文工作者，每一组都配备有测量标杆和天文仪器，给他们的任务是确定北极星高度变化一度两地之间的距离。

公元1000年前后，阿拉伯天文学家Ebn-Junis用摆测量了时间，比用摆来测定重力和地球形状要早七个世纪。八个世纪后，他的天文观测结果被用来证明地球轨道偏心率的变化。

1.1.4 Newton以前欧洲人的工作

这一课题的又一个著名的研究是在导致公认地球是球体的环球航行之后进行的。那时注意力是集中在改进地球表面距离的测量上，稍后，集中在改进天文测量仪器上。

公元1527年，巴黎的Fernel为了测量 L ，计算了马车轮子的转数(c)，得到的结果 $c=36500$ 公里。Snell为了检验Fernel的结果，于1617年采用三角测量的思路，以莱登附近冰面上的测量基线为起点进行工作。1637年Norwood利用绳索和步测，测量了从伦敦到约克的距离。他还通过观测太阳的子午线高度，得到 L 等于367196英尺。1669年Picard把望远镜用于测量角度，并根据对仙后星座一颗星的观测，得到巴黎附近的 L 为57060古法尺(toise)或111.2公里(1古法尺=6法尺 \approx 6.395英尺)。

Picard的结果与现代的 L 值只差0.1%，因而对计算平均密度来说，测得的地球大小已足够可靠的了，面临的问题是取得质量的资料。那时已经达到这样的阶段，即地球的扁圆形状及其绕轴转动对大地测量的某些影响已开始表现出来。

现在Newton的名字是特别著名的，将用专门一节来介绍他的贡献。要是Newton在他所致力领域里工作至今，他首先要被称为理论地球物理学家。

1.2 Newton和他同时代人的贡献

1.2.1 运动定律和平方反比定律

当Newton发表(Principia, 1687)他的运动定律(现在叫做

Newton定律, 在Newton之前一些学者尤其是Galileo, 对这些规律的发现已有过许多贡献) 和他的引力定律时, 他就奠定了研究地球的形状和结构的动力学基础。在此以前的研究基本上是几何学的。Newton不但在得出他的那些定律时利用了地球物理和行星的观测资料, 并且进而以很大的精力把这些定律用于对地球形状和物理性质的研究上。

根据Newton的引力理论, 在O点一个质量为 m 的质点的存在, 能在该点周围造成一个引力场, 使在另外任一P点的一个质量为 m' 的质点受到一个指向O点的力 F , 即

$$F = Gmm'/r^2, \quad (1.1)$$

式中 G 是引力常数(constant of gravitation), $r = OP$ 。同样, 由 m' 造成的引力场 (gravitational field) 使 m 被一个指向P点的同样大小的力 F 所吸引。对一个给定的引力场, 任一P点处的强度, 是由P点上单位质量的质点受该场的力, 或者P点上一个自由质点的加速度来确定的。因而由O点上存在 m 所引起的在P点的引力强度为 Gmr^{-2} 。

从式(1.1)已发展一整套理论, 可以提供由各种扩展了的质量分布(例如地球)引起的引力的表达式。

1.2.2 Newton和地球的质量

设 g 是靠近地表一个小的自由落体加速度值(相对于与地球一起旋转的坐标轴)。这些运动定律(如同在Newton之前已承认的那样)历史地与 g 值的确定联系在一起。然后, 通过引力定律, g 也开始与地表附近的引力相联系。

让我们研究一下简化地球模型(simplified Earth model), 设它是球对称的, 并且地球自转的影响可以忽略不计。设O为中心, a 为半径, M 为模型的质量, 并设 f 是与O点相距 r 的P点的引力强度(图1.2)。从式(1.1)可以推导出(见§4.2.3)

$$f = GMr^{-2} \quad (r \geq a); \quad f = Gmr^{-2} \quad (r \leq a), \quad (1.2)$$

式中 m 是以O为中心 r 为半径的球内的质量。