数学物理中的微分形式

C.V. 威斯顿霍尔兹 著

叶以同 译 武际可 校

北京大学出版社

内 容 简 介

本书从基础拓扑开始，系统地论述了流形，微分形式，流形上积分和联络等现代几何的基本概念，进而较详尽地列举了这些概念在力学和物理学中的应用，并叙述了辛几何，统一场论和引力论等。全书自成体系，语言通俗易懂，叙述概念和理论简洁清晰，内容广泛全面。而应用部分的阐述实际上是介绍了近代物理学，力学和应用数学在理论方面的发展途径。国内目前尚无系统介绍这方面内容的书籍。

本书可作为应用数学，物理学和力学等有关专业研究生的教科书，也可作为上述专业高年级本科生教科书，还可供以上领域的科技人员参考。

C. V. Westenholz
DIFFERENTIAL FORMS IN MATHEMATICAL PHYSICS
(Revised edition)
North-Holland Publishing Company
Amsterdam • New York • Oxford, 1981

数学物理中的微分形式
C.V. 威斯顿霍尔兹 著
叶以同 译 武际可 校
责任编辑：刘 勇
*
北京大学出版社出版
（北京大学校内）
北京大学印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
*
850×1168毫米 32开本 20.125印张 520千字
1990年3月第一版 1990年3月第一次印刷
印数：0001—3,000册
ISBN 7-301-00992-5/O•169
定价：9.25元

1711127/26

译者前言

近年来，微分几何的语言在世界范围内迅速向物理界和力学界普及．沿着这一方向，国外许多著名大学的物理系，力学系以及数学系的教学内容都有重大革新．而国内尚缺少系统介绍这方面内容的专著．本书是国际上这一内容专著中较系统，范围较广而又易于阅读的一本好书．它实际上总结了近代数学对于近代力学和物理学的应用，并给力学和物理学理论的新发展提供极其有用的数学工具．它虽然是一本数学书，但正如作者在序言中所说，他主要的目的是向力学界和数学界的学者们介绍有用的先进数学工具，而不是在于严格精确地阐明数学理论，所以本书很适合于我国力学和物理学以及应用数学这些领域的工作者及研究生阅读．书中文字较为通俗易懂，凡具有大学数学，力学或物理知识水平以上的读者均可阅读．

本书翻译过程中得到杜珣副教授，朱照宣教授的帮助，在此表示感谢．由于译者水平所限，难免有误译之处，请读者批评指正．

译　者

1987年9月于北京大学

序

现代数学的强大威力引起了数学物理（量子场论和基本粒子物理，固体物理，动力系统理论等等）中所用方法的根本改变，需要一些象本书这样的专著，本书的主要目的是为物理学者提供有关可微流形概念的数学工具，这些概念对物理学是十分贴切的。读者将会发现，“几何式”的工作方法为描述自然现象提供了一个新的精彩的统一的一组工具，这种方法将超过用分析法得到的描述结果。

微分形式的概念与可微流形的概念有关，可微流形是当代数学的主要基石之一，出现在偏微分方程理论，代数拓扑和微分几何中。人们已经发现用张量法研究几何或物理定律不太合适，因为它要求一个非奇异坐标系，以便可以相对于这个坐标系给出向量和张量的分量。然而，按照可微流形的定义，一个单一的非奇异坐标系是不足以覆盖一个流形的。因此在一般的可微流形中，将不可能通过给定相对于单一坐标系的分量来描述一个张量场。结果，张量场的分量比起张量表示的内在含意来说，是不重要的。张量场的所有类型中，反对称协变张量可由微分形式本质地表示出来。物理学理论，特别是马克斯威尔理论，杨-米尔斯理论，相对论，还有热力学的物理定律和分析力学（辛力学）可以通过它们给出明确而简洁的公式。

微分形式已由 de Rham 用来表示流形的拓扑结构和流形上向量分析的某些方面之间的深刻关系。埃·嘉当已将微分形式用于对微分系统和黎曼几何的发展上。因此本书主要是直接说明流形上的向量分析，将它们作为通向嘉当和de Rham工作的综合性基本途径。特别是，我们还说明，除非将微分形式的微积分学进一

步系统地发展，否则斯托克斯定理和散度定理推广到一般流形上将是十分笨拙的．将微分形式的微积分学用于形成积分理论，我们就可以为物理学者提供现代数学方法．同时，我们还希望对物理定律的概念性的和直观性的向量分析描述有所贡献．因此，全书各处将不时地提供许多物理应用．特别是本书的后两章将完全奉献给物理科学．

过去这些年中(1966—1977)，本书作者已在各大学中对听众作过一些关于数学物理学中微分形式及其应用的科学报告，听众中有数学家，数学物理学家，理论物理学家，数学上倾向于实验的物理学家及工程师们．本书包含并发展了上述科学报告中的内容．此外，应当强调的是，本书主要目的之一是要发展关于“数学物理中的微分形式”这一主题的直观的和适用的知识，而不打算在数学上作得极其严格和精确，达不到听众中纯数学家的要求．

顺利阅读本书所需的预备知识包括集合论，线性代数，微积分学的常用知识以及大学物理学的知识．

我深深感谢Claire不断对我的鼓励和她给我的宝贵意见。也非常感谢我的同事教授Holmann和Rummler(Fribourg University)，Mislin和Jost(Swiss Institute of Technology)，Crumeyrolle (Université Paul-Sabatier, Toulouse)，Kalina和Lawrynowicz(Instytut matematyczny, Polskiej Akademii Nauk, Łodź)，E.Heil(Technische Hochschule, Darmstadt)以及Geissler(Hamburg University)，感谢他们评论性地阅读本书和有益的建议．我特别感谢Ernst Seligmann，他以十分合作的态度，花费相当的时间和精力为本书提供适当的重要科学资料．

第二版序

“数学物理中的微分形式一书的第一版出版两个月内就售完了，这清楚表明在这个领域内需要一种教材，为物理学者和数学物理学者提供现代数学工具，特别是提供流形理论的工具。

第二版是改进的版本，特别是包含了第十章两个补充的章节，即§5和§6，其中清楚地说明通过de Rham上同调表示的内在场的结构与最小耦合原理相关，而后者在现代物理学中是至关重要的。近年来数学物理学者们已将内在场的概念用于对最小耦合原理的几何形式列出公式，通常称为规范结构。

第二版中第七篇的内容比第一版有所增加，它讨论了统一场结构，例如卡鲁札-克莱因理论(电磁相互作用和引力的统一)，非阿贝尔规范理论，因而继续扩大了前面已提到的第十章补充章节中引进的新内容，第七篇还讨论了规范对称的自发对称破缺机制的内在描述。引入自发对称破缺机制这一节的原因是它在现代物理的各个领域中已逐渐变得十分重要了，例如在超导性，铁磁学，基本粒子物理学中等等。第七篇中还简短描述了弱的和电磁的相互作用统一场，以及将超引力作为物理基本相互作用的可能统一等内容。

作者感谢J. Voisin(Facultés Universitaires, Namur)教授对本书第一版的建设性评论和意见。

最后，作者还感谢G. Gerlich教授(Technische Universität Carolo-Wilhemina, Braunschweig)，感谢他的各种建议。

目　录

第一篇　基本概念

第二篇 流 形

第三篇 微分形式

第四篇 流形上的积分理论

第五篇 联络理论

第六篇 固有的分析力学

第七篇 统 一 结 构

第　一　篇

基本概念

第一章　拓扑预备知识

提要　本章研究的对象是拓扑空间．一个拓扑空间由一个集合E和E上的一个"拓扑"组成，后者可等价地用开集，闭集或邻域来定义．虽然开集拓扑或闭集拓扑缺乏邻域拓扑的直观性，但逻辑上比较简单，因此用它们定义拓扑是一种较好的方法(第2节)．

拓扑空间的许多性质依赖于开集在这空间中的分布．如果一个拓扑空间有"很少"的开集，则它多半是第一或第二可数的．另一方面，如果一个拓扑空间有"很多"或"足够"的开集，则这个空间中的序列有唯一的极限，只要假设有一个适当的"分离性质"做为这个空间的先决条件，即对拓扑空间的公理体系补充一个分离公理这一点就可以办到．全书中，我们只限于讨论用豪斯道夫(Hausdorff)分离公理定义的空间(第5节)．

严格说来，拓扑学是研究空间的那些在同胚下不变的(第4节)性质(例如紧性或联通性，参看第5节)，也就是说，拓扑学是拓扑不变量的研究．

必备知识　集合论(集合运算，笛卡尔积，映射)．

§1　引　　言

拓扑的概念使邻近性和连续性的直观想法具有意义．有几种等效的方法来定义拓扑：用开集或闭集，或用老式的一点邻域的概念．然而，尽管前者不如邻域定义法直观，但逻辑上比较简单，因而是定义拓扑的一种较好方法．

在第一章中，我们略去大多数的证明，只简要叙述本书所必需的拓扑知识，并向想了解详细内容的读者介绍一些参考书．