

数理经济学

理论与应用

张金水 著



清华大学出版社

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>



中财 B0090480

数理经济学

——理论与应用

张金水 著

02268/10

中央财经大学图书馆藏书章

登录号 458561

分类号 F224/174

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

本书共分 6 章。第 1 章、第 2 章以微观经济学为主;第 3 章讨论数理经济学 5 个基本问题;第 4 章、第 5 章讨论可计算一般均衡分析及线性多部门经济系统的平衡增长;第 6 章讨论宏观经济系统的平衡增长与最优增长。书后备有经济系统的数学方程表示与框图表示的附录、习题及习题参考答案。

本书可作为大学本科、硕士研究生经济管理专业及相关专业的教材,也可供经济工作者学习、参考。

图书在版编目(CIP)数据

数理经济学:理论与应用/张金水著. —北京:清华大学出版社, 1998. 1

ISBN 7-302-02769-2

I. 数… II. 张… III. 数理经济学 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 27201 号

出版者:清华大学出版社(北京清华大学校内,邮编 100084)

因特网地址: www.tup.tsinghua.edu.cn

印刷者:北京昌平环球印刷厂

发行者:新华书店总店北京科技发行所

开 本: 850×1168 1/32 印张: 15 字数: 386 千字

版 次: 1998 年 3 月第 1 版 1998 年 3 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-02769-2/F·166

印 数: 0001~4000

定 价: 16.00 元

前 言

什么是社会主义市场经济理论,它与资本主义市场经济理论有何区别与联系?简单地说,主要在于目标与所有制的不同。社会主义市场经济要到达各尽所能、按劳分配的目标境界,而资本主义市场经济要到达按资分配的目标境界。经济学分为规范经济学与实证经济学。规范经济学要给出什么叫“好”的定义或规定,即给出系统目标境界的定性及定量描述。而实证经济学主要探讨应采用什么样的调控技术使经济系统到达决策者认为“好”的目标境界。如果把经济系统比作一条船,船要开到何处为好属于规范经济学,而开船技术属于实证经济学。目前西方经济学中主干课程:微观经济学、宏观经济学、计量经济学、数理经济学等大部分内容属实证经济学。我们应当努力学习这些内容并用之为社会主义经济建设服务。目前存在两种人,一种人基本上不了解西方经济学知识,也排斥包括实证经济学在内的一切西方经济学知识。这种人把改革中遇到的各种困难与问题归罪于市场经济理论。另一种人则认为中国应当走私有化之路并到达按资分配的目标境界。这两种人都阻碍着社会主义市场经济体制改革的健康发展。

要搞好社会主义市场经济体制改革,必须努力学习微观经济学、宏观经济学、计量经济学、数理经济学等主干课程。在本书写作过程中,清华大学经济管理学院副院长、中国经济研究中心主任、经济学家李子奈教授在学术上及其它方面给予许多支持与帮助,作者还得到国内许多经济学家的宝贵意见。如:中国数量经济学会

名誉理事长乌家培教授,中国数量经济学会理事长张守一教授,中国数量经济学会副理事长、北京大学秦宛顺教授、靳云汇教授,吉林大学潘吉勋教授,浙江财经学院董太亨教授等。

本书共分6章。第1章、第2章以微观经济学知识为主。对基础较好的学生,这部分可花较少的学时。第3章讨论数理经济学5个基本问题,除3.1节外,其余各节可供自学。第4章、第5章讨论可计算一般均衡分析及线性多部门经济系统的平衡增长,对48学时的教学过程来讲,这两章应作为重点来讲解。第6章讨论宏观经济系统的平衡增长与最优增长,对64学时的教学过程来讲,这一章知识是非常必要的。书后备有习题及习题参考答案,大部分习题曾作为清华大学经济管理学院双学位学生、硕士研究生《西方经济学》及《数理经济学》课程的期终试题(开卷)。从考试情况来看,其中部分习题对学生具有一定难度。

本书部分内容曾作为清华大学经济管理学院研究生《数理经济学》48学时课程的教材讲授多遍。本课程的建设及教材的出版得到了清华大学研究生院白永毅教授、清华大学出版社的大力支持,特表示衷心的感谢。

郝凤玲同志及北京科技大学管理学院张研同学阅读了书中部分内容,提出了一些修改意见,并帮助绘制一些插图。张海山先生、林铿佛及蔡依金女士对书中一些内容的构思具有启发性的帮助,谨致谢意。

书中的错误或不当之处在所难免,敬请读者不吝赐教。

张金水

1997.8.5

目 录

导论	1
第 1 章 效用函数与需求函数	6
1.1 效用函数的几条假设及其数学表达式	6
1.2 效用最大法则与需求函数	15
1.3 间接效用函数与 ROY'S 公式	22
1.4 几种常用的需求函数结构	26
第 2 章 生产函数与供给函数、要素需求函数	29
2.1 生产过程中投入量与产出量之间定量关系： 生产函数的数学表达式	29
2.2 利润最大法则及供给函数与要素需求函数	46
第 3 章 市场均衡点的 5 个特性	57
3.1 市场均衡点的存在性及存在均衡点的瓦尔拉斯 条件	58
3.2 市场运动均衡点的稳定性	66
3.3 市场运动均衡点的合理性与马克思最优境界	75
3.3.1 社会主义经济建设的目标以及社会主义 经济体制改革成功的标志	76
3.3.2 社会主义市场经济的帕累托最优境界与 马克思最优境界	78
3.3.3 生产过程不使用资源与固定资本,即不存 在地主与资本家时,完善的市场机制下可	

达到马克思最优境界·····	94
3.3.4 资源与资本私有,即存在地主与资本家时, 市场调节将达不到马克思最优境界·····	99
3.4 市场运动均衡点的能控性与宏观调控政策设计 ···	108
3.5 在一定时间内接近均衡点的可达性 ·····	120
第4章 经济系统的可计算一般均衡分析·····	128
4.1 从局部均衡到一般均衡——从某城市猪肉需求 量预测谈起 ·····	130
4.2 不动点定理及其在求解市场均衡点中的应用 ·····	137
4.3 标准单纯形剖分与标号定理 ·····	154
4.4 布劳威尔不动点定理的证明 ·····	167
4.5 求市场均衡价格与产量的斯卡夫算法 ·····	169
4.6 二要素多部门模型均衡点的求解 ·····	181
4.7 模拟市场法求市场均衡价格与产量 ·····	200
4.8 考虑税收政策的二要素多部门模型均衡点的 求解 ·····	205
4.9 多要素多部门模型均衡点的求解 ·····	221
4.10 国际贸易模型与关税政策的可计算一般均衡 分析·····	224
4.10.1 本模型采用的生产函数、供给函数与要素 需求函数·····	224
4.10.2 国产品价格的计算·····	229
4.10.3 国产品与进口品最终消费需求函数·····	231
4.10.4 非线性投入产出模型·····	236
4.10.5 国际收支平衡·····	239
4.10.6 系统参数估计方法——对数学模型认识 的师生对话·····	243
4.10.7 均衡点求解步骤·····	250

4.10.8	对模型的评价	257
4.11	可计算一般均衡模型在国内外应用情况	258
第5章	线性多部门经济系统的平衡增长	263
5.1	从投入产出表到静态投入产出模型	263
5.2	动态投入产出模型	267
5.3	实例分析——用单部门动态投入产出模型分析 地区或部门经济增长率与最大工资承受能力	271
5.4	实例分析——用价值型与实物型混合线性多部 门模型计算地区经济增长率与产品结构	276
5.5	实例分析——用价值型与实物型混合线性多部 门模型计算利润率、物价、物价指数及价格调整 幅度的简便算法	296
5.6	几种线性多部门生产函数之间的联系	303
5.7	考虑增值税的静态投入产出模型价格与产出结构 的计算	312
5.8	考虑增值税、企业所得税的动态投入产出模型 价格与产出结构的计算	320
5.9	考虑增值税并采用投入产出与 CES 相互嵌套 生产函数多部门模型的可计算一般均衡分析	329
第6章	宏观经济系统的最优增长	339
6.1	国民经济核算体系	340
6.2	单个生产部门的宏观总量模型与国民经济核算 体系之间的联系	342
6.3	多种产品的多部门宏观经济模型与国民经济核 算体系之间的联系	349
6.4	拉氏、派氏、真实物价指数的计算方法及经济 系统的模型简化	354
6.5	动态宏观经济系统的平衡增长及货币政策与财	

政政策设计——最优税率的计算原理	365
6.6 封闭型及开放型经济系统的平衡增长与最优增长 ——从种粮专业户快速致富途径谈起	377
6.7 宠得里亚金极大值原理的经济学解释	392
6.8 宏观经济系统协调发展时的最优税收政策设计 原理	404
6.9 宏观经济系统持续发展的系统分析	416
附录 经济系统的数学方程表示与框图表示	425
习题	429
习题参考答案	440
参考文献	464

导 论

数理经济学的定义

《数理经济学》^[15]所给出的定义为：“包括数学概念和方法在经济学特别是在经济理论中的各种应用。”本书作者定义为：“采用更多的数学方法来描述的经济学。”

数理经济学研究方法与 5 个基本问题。

简单地说,数理经济学研究方法就是列方程与解方程。第 1 步:列方程。也就是用数学公式来描述经济系统中基本环节。如:效用函数、产品需求函数、生产函数、供给函数、要素需求函数、消费函数、储蓄函数……。进一步用方程组(联立方程)来描述经济系统中各变量间的因果关系。第 2 步:解方程并讨论解的 5 个基本问题:解的存在性、稳定性、合理性、能控性、一定时间内到达合理轨道的能达性。(详见本书第 3 章)

数理经济学的历史与发展

代表人物之一瓦尔拉斯(Walras)列出了产品市场供求平衡的联立方程组(列方程)。代表人物阿罗(Arrow),德布鲁(Debreu)在很宽条件下讨论了上述方程解的存在性与唯一性。代表人物斯卡夫(Scarf)首先给出求上述市场均衡点的具体算法。以上几个代表人物的工作在数理经济学中占据重要的位置。但应注意到数理经济学并不仅仅就这些内容。因为他们仅给出产品市场、要素市场等列方程、解方程的方法,且主要讨论解的存在性与唯一性问题。数理经济学近年及以后的发展是讨论产品市场、资本市场、劳动市

场、货币市场、国际贸易市场等列方程、解方程及讨论解的 5 个基本问题。数理经济学理论与实践的进展很快,逐渐将微观经济学与宏观经济学等统一在一个体系中。

另一些代表人物如:冯·纽曼(Von Neumann),列昂惕夫(Leontief),所创建的线性多部门模型也属于产品市场供求平衡联立方程以及讨论解存在性与求解方法这一范畴。与上述几个代表人物的理论已统一,并共同得到发展。

数理经济学与微观经济学、宏观经济学、国际贸易经济学、福利经济学、计量经济学、经济控制论之间的关系。

微观经济学:主要讨论产品市场、要素市场(如资本市场、资源市场、劳动市场等)的供求描述。宏观经济学:除上述市场外,再增加货币市场。国际贸易经济学:将一个国家的封闭型微观、宏观经济系统推广到多国的开放型经济系统中。福利经济学:给出经济系统目标。即:定义什么叫“好”的规范经济学。应当指出,社会主义市场经济与资本主义市场经济的主要区别之一是系统目标的不同。社会主义市场经济要到达按劳分配的目标境界,而资本主义市场经济追求的是按资分配的目标境界。计量经济学:依据经济学与统计学知识及统计数据估计经济系统参数。

初级微观、宏观、国贸、福利经济学主要采用初级数学在笛卡尔坐标系上讨论经济概念。如:无差异曲线、预算约束线、边际替代率、帕累托最优轨迹、生产可能性曲线、供给函数 $S(p)$ 与需求函数 $D(p)$ 的均衡点、蛛网模型、成本曲线、IS-LM 曲线等等。采用直观的图解、表格法。中级微观、宏观、国贸、福利经济学则采用代数方程法。例如 CES 效用函数,并由此导出的需求函数 $D=D(p_1, \dots, p_n, M)$ 。由于涉及多种价格,不能再由笛卡尔坐标来描述其规律。在动态情况下,采用微分、差分方程来描述经济行为。例如:凯恩斯乘数、加速数二阶差分方程模型等。

数理经济学与经济控制论并不是经济学新分支,它是采用更

多数学工具来描述的微观、宏观、国贸、福利经济学。

偏重于理论的数理经济学：采用最艰深的数学工具，在最宽条件下来“定性”描述经济系统行为。由于经济系统的大规模与复杂性，任何定量计算的结果都不可能是十分准确的，而“定性”描述则可能更准确地描述经济运行规律。目前偏重于理论的数理经济学的主要内容包括由瓦尔拉斯、阿罗、德布鲁等人创立的理论一般均衡分析。如前所述，数理经济学内容远不仅如此，它正在迅速发展之中。

偏重于应用的数理经济学：要给出具体的即使是不十分准确的计算结果。其主要内容为一般均衡分析或可计算一般均衡分析的应用。它是在瓦尔拉斯、阿罗、德布鲁、斯卡夫、冯·纽曼、列昂惕夫等人创建的理论基础上发展起来的，并已得到迅速发展。可计算一般均衡分析已不仅包含产品市场，还包括资本市场、劳动市场、资源市场及讨论包括国际贸易的开放型经济系统。它力图将经济学各分支统一在一个完整的模型中。这方面著作或教材可参阅[20]等。

经济控制论：如前所述，数理经济学有 5 个基本问题，目前把讨论解的存在性与求解方法称为数理经济学，而经济控制论侧重于讨论稳定性、能控性、合理性、一定时间内到达合理位置的可达性。因此可以说经济控制论就是数理经济学，而且涉及数理经济学中更艰深更困难的部分。依据描述经济系统运动的方程类型，可将经济系统分为：确定性系统、随机系统、决策系统、对策系统、线性系统、非线性系统、灰色参数系统、集中参数系统、分布参数系统、精确系统、模糊系统，……等等。对经济控制论来讲，首先应当掌握的是：确定性动态系统经济控制论^{[8][36]}，否则不可能掌握更深入的其它分支。

关于数理经济学的教材

国内外关于数理经济学的教材可见[3]、[10]、[11]、[12]、

[16]、[20]等,其中[16]是 Akira Takayama 在 70 年代—80 年代出版的数理经济学(Mathematical Economics),目前仍被国外有关大学用作教材。该书主要讨论一般均衡分析、线性多部门模型及最优经济增长。该书特点是偏重理论分析。[20]是 John. B. Shoven, John Whalley 所著的 1992 年出版的偏重于应用的数理经济学(Applying General Equilibrium)。

以上所谈及的[16]、[20]是目前国外颇有影响的教材。如果直译给中国学生作教材,则存在如下问题:(1)学时不够。[16]大约需要 70 学时~110 学时,[20]大约需要 60 左右学时。而目前我国数理经济学课程一般仅 48 学时。(2) [16]偏重于理论分析,不和实际应用相结合。就目前我国国情来讲,较难引起学生的学习兴趣。[20]偏重于应用分析。虽然对实际应用读者会有兴趣,但该书假定读者已学过有关先修课程,对原理性叙述很少,若直接用作我国数理经济学教材也不适合。

鉴于以上情况,考虑到目前我国学生经济学知识基础及学时限制,笔者所编写的这本数理经济学教材将以上理论分析与应用分析两方面统一在一本书中。在理论分析方面,不采用太深的数学工具,主要只用到高等数学求导数、求极值及简单的微分、差分方程知识。尽管如此,由于有些模型涉及变量较多,读者在理解书中内容时也会产生一定困难。为解决这些困难,对较多变量的模型给出它的框图描述以示各变量间的因果关系。这在笔者以往教学实践中产生了良好的作用。

本书内容主要介绍由瓦尔拉斯、阿罗、德布鲁、斯卡夫等人所创建的一般均衡分析,以及由列昂惕夫及冯·纽曼等人创建的线性多部门平衡增长模型,以及动态宏观经济系统最优增长与经济政策设计等。本书力图将产品市场、资本市场、资源市场、劳动市场、货币市场、国际贸易市场等统一在一个模型中,并且将增值税、企业所得税、个人所得税等税种结合在模型中。本书也力图将微观

经济、宏观经济、国际贸易经济、福利经济学统一在一个整体上。由于篇幅所限及经济学发展现状,有些工作尚是初步的。给出有用的计算方法与计算公式。如:在标准单纯形上寻找平衡点的斯卡夫算法(它是理解其它更先进算法的基础),价值型与实物型混合线性多部门模型计算增长率、产品结构、利润率、价格、价格指数的计算公式与实例分析,……等。书后备有习题及习题参考答案。大部分习题曾作为清华大学经济管理学院双学位学生、硕士学位研究生《西方经济学》及《数理经济学》课程的期终试题(开卷考试)。全书可供 48 学时~64 学时教学使用。先修课程为微观经济学、高等数学、线性代数,宏观经济学。

第 1 章 效用函数与需求函数

本章从经济学基本定义出发,探讨如何对社会目标及个人目标进行定量化。先给出实际应用中几种常用的效用函数的数学表达式,然后依据效用最大法则,给出相应的几种常用的需求函数的数学表达式。

1.1 效用函数的几条假设及其数学表达式

什么是经济学?经济学的定义是:利用有限资源合理安排生产,生产出来的产品在消费者中进行合理分配,以达到人类现在和将来的最大满足。人类的最大满足就是经济系统的目标。数量经济学的首要任务就是给出人类的最大满足或经济系统目标的定量描述。有人认为:“人类的满足”无法定量化,这种观点是错误的。我们常常听到这样的报道:1997 年我国经济总体形势比 1996 年来得好。如果用 $U_{\text{总}}(97)$ 表示 1997 年我国经济总体目标值,那么上面这段话意味着: $U_{\text{总}}(97) > U_{\text{总}}(96)$ 。对经济总体目标值进行定量描述可以指明目标值的具体数值的大小,比如 $U_{\text{总}}(97)$ 是 50 还是 30,也可以只指明不同状态所对应的目标值的大小顺序。因此当我们说:“1997 年经济形势比 1996 年好”时,实际上已经对经济目标值下了一个定量化的结论。我们在日常生活中看报纸、听新闻时遇到的对经济目标类似的定量化结论多得是。在政府对重大经济问题决策时,也离不开对经济目标值的定量描述。例如,随着工

业生产与人们消费水平的提高而环境污染日益严重,现在假如有 1 亿元可以用于发展生产或治理环境污染,政府可以有无穷多个策略供选择:策略 1:用 500 万元治理环境污染,余下 9500 万元用于发展生产;策略 2:用 1000 万元治理环境污染,余下 9000 万元用于发展生产;……。毫无疑问,政府必须在上述无穷多个策略中选择一个策略。假如选择了策略 2,这意味着: $U_{\text{总}}(\text{策略 } 2) > U_{\text{总}}(\text{策略 } 1)$ 。也就是说,采用策略 2 最好,它能使本区域的人类在现在和将来得到最大的满足。那么凭什么认为采用策略 2 能使经济目标值达最大呢?我们不能仅凭经验与感觉去作各种定量化的结论。因此,数量经济学首要任务就是要对经济系统目标值作定量描述。

对经济系统目标值进行定量化可以有許多不同的方法。由于人类的满足与所有单个个人的满足有关,因此,经济系统目标值应该是个人满意度 $U_1, \dots, U_m$ 的函数:

$$U_{\text{总}} = U_{\text{总}}(U_1, \dots, U_m) \quad (1.1)$$

其中, U_i 是第 i 个人的满意度。

式(1.1)中的 $U_{\text{总}}$ 称为经济系统的目标函数或人类满意函数或人类幸福函数。人类幸福函数的具体数学表达式将在 3.3 节作进一步讨论。

下面讨论第 i 个人满意函数或个人幸福函数 U_i 的数学表达式。一个人的幸福首先与他享受到的物质量有关,一个人所占有的物质量越多其满意度越大。其次,一个人的满意度与闲暇有关。比如,我国职工从过去的每周 6 天工作制改为每周 5 天工作制,闲暇时间从每周 1 天增加至 2 天,其满意度或生活水平就得到提高。此外,一个人满意度还与许多其它因素有关,比如:因素 1:与健康及环境有关。“拥有健康才真正拥有幸福”这句话便是指这个意思。因素 2:与安全感有关。比如一个人拥有百万财产,但总有人要绑架他,此人大概不会感到幸福。“宁为太平犬,莫做乱离人”这句话便

是指这个意思。因素 3:与婚姻家庭有关。两口子虽然工资不高但相互理解、夫妻恩爱比那些虽有钱却老吵架的两口子来得幸福。因素 4:与荣誉感、成就感、耻辱感有关。因素 5:与知足感有关。知足者常乐。有人认为幸福是一种感觉,只要你感到幸福你便拥有幸福。因素 6:与妒忌心有关。一个人生活水平并不高,但周围人比他更穷,他会感到知足。反之,一个生活水平较高的人当周围的人比他更富裕时,他会感到不足。毫无疑问,上述众多因素的定量化是困难的。要圆满地给出一个人的幸福函数的数学表达式是十分困难的事。随着经济理论的发展,经济学家正努力将各种因素定量化。可以说目前尚未找到个人幸福函数圆满的数学表达式。但是,未找到圆满的数学表达式并不意味着未找到有用的数学表达式。我们知道在影响一个人生活水平的众多因素中,最主要的是享受到的物质量与闲暇的多少。如果用 U 表示某个人的满意度,用 x_i 表示所享受到的第 i 种消费品的数量,用 T 表示所享受到的闲暇时间,那么有如下关系式:

$$U = U(x_1, \dots, x_n, T) \quad (1.2)$$

上式中的 U 称为效用函数,它可以理解为比较狭窄意义下的个人幸福函数。如果暂不考虑闲暇 T , 那么式(1.2)变为:

$$U = U(x_1, \dots, x_n) \quad (1.3)$$

下面讨论式(1.3)所示效用函数的数学表达式。

享受到的物质量 x_i 与其达到的满意度 U 之间应满足如下几个假设:

(1) 多多益善假设。如果其它都不变,仅第 i 种物质量 x_i 上升,那么满意度也增加。这条假设的数学表示是效用函数 $U(x_1, \dots, x_n)$ 对各变量 $x_1, \dots, x_n$ 的偏导数大于零:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} > 0, \dots, \frac{\partial U}{\partial x_n} > 0 \quad (1.4)$$

(2) 享受有够假设:随着某种消费品占有量的增加,再增加一