

李洪生 主编

| BASIC |

妙解趣味 数学100题

● 阿基米德分牛问题

● 印度的一道古题

● CONTEST 的排列

● 蚂蚁调兵

● 孙子定理



天津科学技术出版社

BASIC 妙解趣味数学 100 题

李洪生 主编

天津科学技术出版社

内 容 提 要

本书是从国内外趣味数学、世界数学名题、数学竞赛、智力游戏中,选取了100例饶有趣味、引人入胜的数学题编写而成的。它使数学知识和 BASIC 程序有机地结合起来,使程序趣味化,从而提高编写程序的技巧。

书中各题有数学解法、程序设计、框图、源程序和上机通过后的打印结果。并可根据设计步骤和框图编成其他高级语言程序。

本书可作为青少年学习 BASIC 语言的习题集。也可作为微机初学者的参考资料。

津新登字(90)003号

BASIC 妙解趣味数学 100 题

李洪生 主编

责任编辑:徐彤

天津科学技术出版社出版

天津市张自忠路189号 邮编 300020

天津新华印刷一厂印刷

新华书店天津发行所发行

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 7.5 字数 189 000

1994 年 4 月第 1 版

1994 年 4 月第 1 次印刷

印数:1--3 240

ISBN 7-5308-1368-4

O·66 定价:6.00 元

前 言

BASIC 语言是计算机诸多种语言中较容易学的一种,尽管它具有令人感兴趣的功能和灵活性,但青少年在学习过程中仍感到编制程序较乏味。本书从提高青少年学习 BASIC 兴趣入手,从国内外趣味数学、世界名题、数学竞赛、智力游戏中,选取一些饶有趣味、引人入胜的题目,用数学和 BASIC 语言两种方法解答。给青少年提供一个空间,使他们在娱乐、游戏中学到知识得到锻炼。

青少年学生对自然科学的爱好,往往首先表现在对数学的兴趣上。本书试图较好地处理数学的趣味性和科学性的关系,对于发展和培养这种兴趣起积极作用,进而使 BASIC 语言与趣味数学结合起来,使 BASIC 语言趣味化。趣味程序将会提高青少年学习科学知识的劲头,从而锻炼他们的智力,提高学习 BASIC 的兴趣和编写程序的技巧。

考虑到本书的读者对象是青少年,所以题目不但知识性强,布局巧妙,而且格调清新,言词生动,生活气息浓厚,具有较强的吸引力。题目有简有繁,有易有难,适应面广。读者可根据个人的喜好,各取所需,由此带来愉快和收获。

书中每题均包括:数学解法、程序设计、框图、源程序。选用 BASIC 语言在 APPIE—I 机上通过并打印出结果。由于每题都有设计分析步骤和框图,因而适用于 FORTRAN、ALGOL 等功能较强的算法语言,具有通用性。

亲爱的读者,若您带此书上机,定会获得收益!

编 者 1993 年 1 月

目 录

1	家中来客	(1)
2	五渠注水	(2)
3	小王子算年龄	(3)
4	有多少名妇女	(5)
5	骡驴背货	(6)
6	鸡兔同笼	(7)
7	七年前与七年后	(9)
8	假定的事	(11)
9	蚂蚁调兵	(12)
10	谦让	(13)
11	游艺场	(15)
12	参加宴会的人	(17)
13	我家的门牌号	(18)
14	买鸡蛋	(20)
15	小荣分糖	(21)
16	分财产	(23)
17	印度的一道古题	(25)
18	100分四份	(26)
19	他家有多少牲畜?	(27)
20	明媚的春天	(32)
21	搬砖	(34)
22	12双袜子	(36)
23	考试	(37)
24	学生宿舍	(39)

25	牧场的问题	(41)
26	取钱	(42)
27	老师的年龄	(44)
28	裁衣	(46)
29	欧拉的问题	(47)
30	迟了还是早了	(49)
31	两个人的钱	(51)
32	不讨便宜	(52)
33	求 100 以内的素数	(53)
34	素因数分解	(55)
35	求 $25!$ 的素因数分解式	(57)
36	牛、羊、猪各多少?	(60)
37	除数个数	(63)
38	有 τ 个除数的最小正整数	(65)
39	完全数	(69)
40	最大公因数	(71)
41	最小公倍数	(74)
42	铺砖	(77)
43	下料	(78)
44	金星与地球相遇	(81)
45	少先队员的人数	(83)
46	分组	(84)
47	穆桂英大破天门阵	(86)
48	明朝程大位的一首歌	(88)
49	韩信点兵	(90)
50	孙子定理	(93)
51	古代数学家黄宗宪一题	(96)
52	两港之距	(100)
53	队员排座	(105)

54	CONTEST 的排列	(107)
55	换硬币	(110)
56	把一元人民币兑换开	(111)
57	求 $2^{10}!$ 中 2 的最高幂次?	(114)
58	数 $1000!$ 的末尾有多少零?	(115)
59	五数字组成四位数的和	(117)
60	被 3 整除含有 6 的四位数	(119)
61	求三数字组成的五位数	(121)
62	求一个自然数	(123)
63	求一个三位数	(124)
64	猜比赛名次	(127)
65	运动会发了多少奖章	(131)
66	数学竞赛	(135)
67	父子年岁	(138)
68	甲、乙、丙的年岁	(140)
69	出生于何年?	(142)
70	不变的余数	(143)
71	排队	(145)
72	一群孩子	(147)
73	求某数	(148)
74	求 $1 \sim 1000$ 中所有数字位数的和	(150)
75	字母算式	(151)
76	普通的字谜	(155)
77	$4 \times 5 = 20$	(158)
78	行星之谜	(161)
79	趣味天津市	(166)
80	拿棋子	(169)
81	阿基米德分牛问题	(172)
82	德·梅齐里亚克的砝码问题	(179)

83	伯努利—欧拉关于装错信封的问题	(180)
84	一个数	(182)
85	有趣的两位数	(184)
86	鸡尾宴	(185)
87	三批货	(187)
88	烙饼的问题	(190)
89	算年龄	(192)
90	找妻子	(193)
91	勾股数	(197)
92	委员会成员	(200)
93	泊松问题	(203)
94	提取本利	(205)
95	分配住房	(207)
96	核对账单	(210)
97	比赛程序表	(214)
98	挑钮扣	(218)
99	打碎玻璃	(222)
100	五姐妹赠书	(225)

妇人洗碗在河滨，试问家中客几人？

答曰不知人数目，六十五碗自分明。

二人共餐一碗饭，三人共吃一碗汤，

四人共肉无余数，请君布算莫粗心。

一、数学解法

设有 x 位客人。

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 65$$

$$x = \frac{65 \times 12}{13} = 60$$

家中有客 60 人。

二、程序设计

2、3、4 的最小公倍数为 12。客人一定是 12 的倍数。使 x 从 0 开始，每次增加步长 12。满足 $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 65$ 者，打印结果并结束。

三、框图(见图 1)

四、源程序及运行结果

]LIST

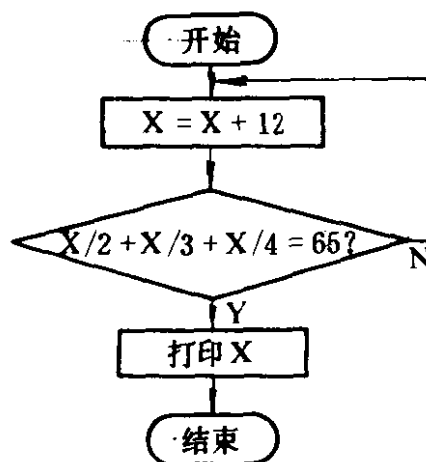
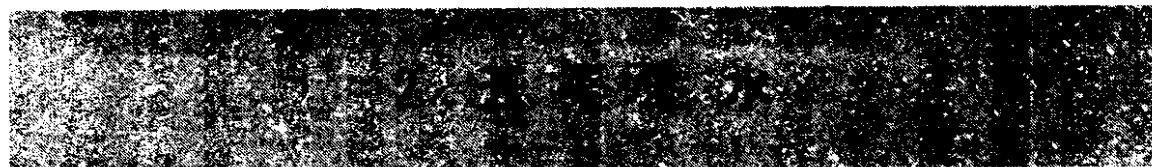


图 1

```

20  X=X+12
30  IFX/2+X/3+X/4<  >
    65  THEN  20
40  PRINT  "X=";X
50  END
]RUN
X=60

```



有一水池，五渠注水。若单开甲渠， $\frac{1}{3}$ 日可注满；若单开乙渠，1日可注满；若单开丙渠， $2\frac{1}{2}$ 日可注满；若单开丁渠，3日可注满；若单开戊渠，5日可注满。现在五渠同开，多少时间可注满？（选自《九章算术》）

一、数学解法

各渠 1 日各注多少水？

甲渠注 $1 \div \frac{1}{3} = 3$ 池

乙渠注 1 池

丙渠注 $1 \div 2\frac{1}{2} = \frac{2}{5}$ 池

丁渠注 $1 \div 3 = \frac{1}{3}$ 池

戊渠注 $1 \div 5 = \frac{1}{5}$ 池

五渠 1 日共注水

$$3 + 1 + \frac{2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = 4\frac{14}{15} \text{ 池}$$

五渠同开，注满一池水所需时间

$$1 \div 4\frac{14}{15} = \frac{15}{74} \text{ 日} \approx 0.2 \text{ 日}$$

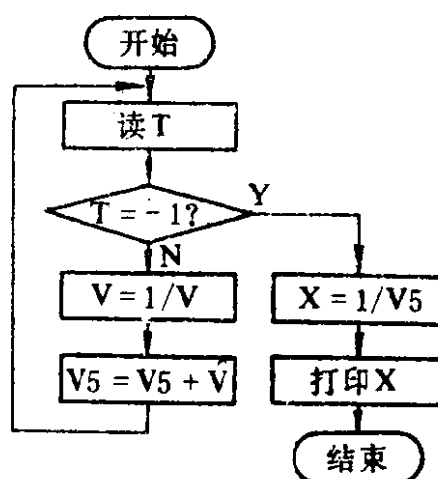


图 2

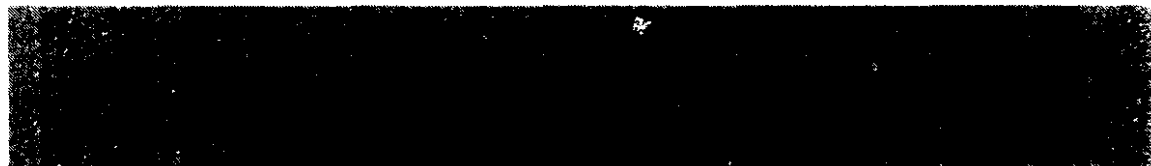
二、程序设计

将五渠单开注满时间用读数方法输入。每读一数求出各渠 1 日注多少池水。把各渠 1 日注水量累加起来。最后求倒数即为注满 1 池所需日数。

三、框图(见图 2)

四、源程序及运行结果

```
10  READ  T
20  IF  T=-1  THEN  60
30  V=1/T
40  V5=V5+V
50  GOTO  10
60  X=1/V5
70  PRINT  "X=";X
80  DATA  .3333,1,2.5,3,5,-1
90  END
]RUN
X=.202690376
```



有一天,国王忽然对王子们说:“你们的祖父母去世得早,你们可能都记不得他们的年龄了,现在谁能告诉我,你们的祖父母活了多大年岁?”

三王子问:“可以问您几次吗?”

国王回答:“只能问一次。”

“啊,问一次猜到祖父母的年龄太困难了,这恐怕连神仙也难办到!”几个王子议论着。

国王问小王子:“你行吗?”小王子点了点头,几位王子都很惊讶。

小王子说：“请您把祖父的年龄用 5 乘，再加 6，然后乘以 20，再加上祖母的年龄，再减掉 365，把最后得数告诉我。”

国王不知道小王子想做什么，心算了一阵，说：“得 2884。”

小王子马上答道：“祖父活到 31 岁，祖母活到 29 岁。”

国王高兴地站起来说：“对极啦，就是这两个年龄！”

请您把数据告诉计算机，它也能算出来。

一、数学解法

设祖父、母的年岁为 A 和 B。根据题意有：

$$20(5A+6)+B-365=100A+120+B-365=100A+B-245$$

$100A+B$ 这个表达式的数值前两位(百位和千位)是 A，后两位是 B。

当国王给出 2884 时，小王子加常数 245 得 3129。所以 31 和 29 分别为祖父、母的年岁。

二、程序设计

用键盘输入经过运算后的数据 C。为了清楚起见在 INPUT 语句中加入提示“(A * 5 + 6) * 20 + B - 365 = ”。由赋值语句计算 $100A+B$ ，即 $C \leftarrow C + 245$ 。用取整函数求 A 和 B 打印 A、B 和结束

三、框图(见图 3)

四、源程序及运行结果

]LIST

```
10 INPUT“(A * 5 + 6) * 20 +  
    B - 365 =”;C  
20 LET C=C+245  
30 LET A=INT(C/100)  
40 LET B=C-A * 100  
50 PRINT“A =”;A,“B =”;B  
60 END
```

]RUN

(A * 5 + 6) * 20 + B - 365 = 2884

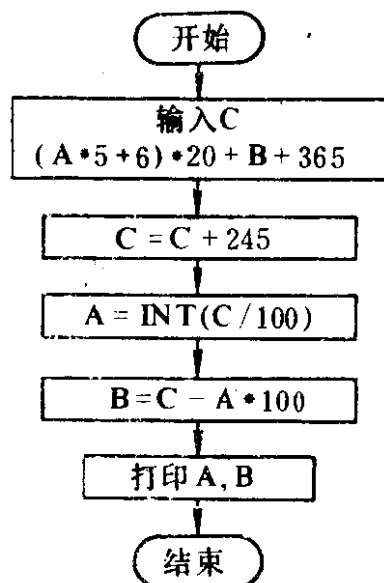
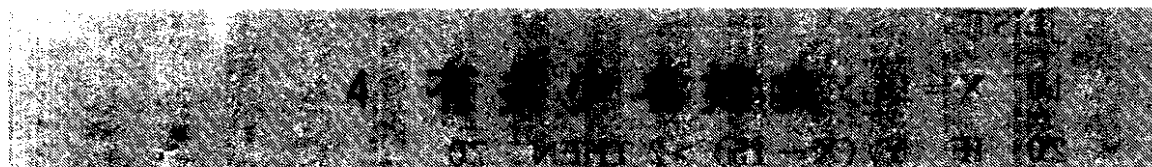


图 3

$$A=31$$

$$B=29$$



男女一群人,女的走了 15 名时,则余下来的男女比例为 2 : 1,在此之后,男的走了 45 名则男女的比例为 1 : 5,问最初的妇女数?

一、数学解法

设最初的妇女数为 x ,则由题意知男人数为 $2(x-15)$,则有

$$5[2(x-15)-45]=x-15$$

$$10x-150-225=x-15$$

$$9x=360$$

$$x=40$$

所以

最初有 40 名妇女。

二、程序设计

给 X 初值 16,每次增加步长 1; Y 表示男的,给初值 46,步长为 1。下设三个条件语句,如果 $Y/(X-15)>2$ 就转向 X 增值;如果 $(X-15)/(Y-45)=5$ 就打印结果并结束;如果 $(X-15)/(Y-45)<5$ 就转向 X 增值,否则,即 $(X-15)/(Y-45)>5$ 就增加 Y 值。

三、框图(见图 4)

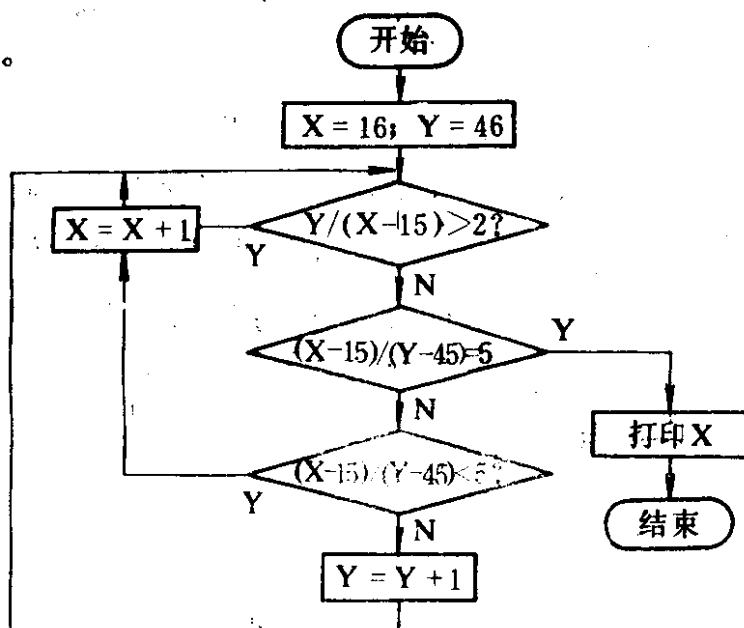


图 4

四、源程序及运行结果

]LIST

10 X=16;Y=46

20 IF Y/(X-15)>2 THEN 70

30 A=(X-15)/(Y-45)

40 IF A=5 THEN PRINT "X=";X;END

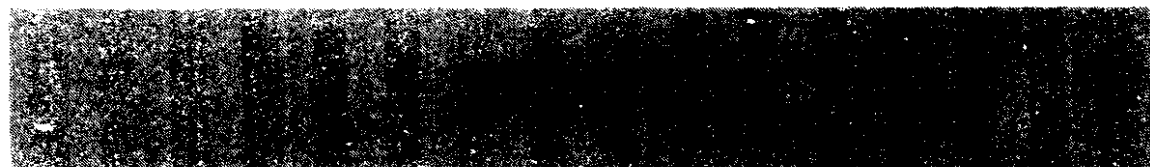
50 IF A<5 THEN 70

60 Y=Y+1;GOTO 20

70 X=X+1;GOTO 20

]RUN

X=40



瑞士数学家李昂纳德·尤拉出过这么一道题。骡子和驴子身上各背着几百斤货物,它们互相埋怨着。驴子对骡子说:“只要把你身上的东西给我一百斤,我所背的就是你的两倍。”骡子回答说:“不错,可是如果你背上的东西给我一百斤,我所背的是你的三倍。”问它们各背了多少斤货物?

一、数学解法

设驴子和骡子背的货物分别为 x 和 y 斤。

$$\begin{cases} x+100=2(y-100) \\ y+100=3(x-100) \end{cases}$$

解二元一次方程组得:

$$x=220, y=260。$$

所以驴子背货 220 斤,骡子背货 260 斤。

二、程序设计

首先给初值 $X=100, Y=100$, 步长为 1。驴、骡的话做为两个

条件。不满足 $X+100=2(Y-100)$ 时,因为是从小增大,所以要增加 Y 值;不满足 $Y+100=3(X-100)$ 时,增加 X 值。都满足时打印结果。

三、框图(见图 5)

四、源程序及运行结果

```

10  A=100
20  B=1
30  X=100;Y=100
40  IF  X+A>2*(Y-A)
      THEN  Y=Y+B;GOTO
          40
50  IF  3*(X-A)<(Y+A)
      THEN  X=X+1;GOTO
          40
60  PRINT  "X=";X,"Y=";Y
70  END

```

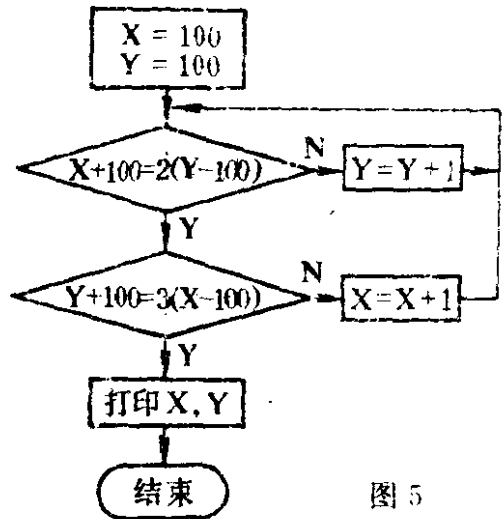
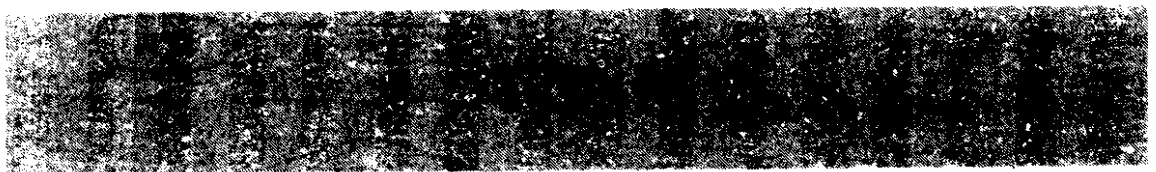


图 5

]RUN

X=220 Y=260



有十个笼子,每个笼子里装有鸡和兔。现已数得笼中的鸡兔的总头数和总脚数,从第一个笼子开始依次为:18,58;6,14;842,1764;3,8;242,652;8,32;12,40;122,200;400,1000;9,48。求每个笼子的鸡和兔数。

一、数学解法

设一个笼中的鸡兔总头数为 i ,总脚数为 j ;鸡为 x 只,兔为 y 只,则

$$\begin{cases} x+y=i \\ 2x+4y=j \end{cases}$$

x、y 的解为

$$x = \frac{4i-j}{2}, y = \frac{j-2i}{2}。$$

这十个笼子的鸡兔数为

$\begin{cases} x=7 \\ y=11 \end{cases}$	$\begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$	$\begin{cases} x=802 \\ y=40 \end{cases}$	$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$
$\begin{cases} x=158 \\ y=84 \end{cases}$	$\begin{cases} x=0 \\ y=8 \end{cases}$	$\begin{cases} x=4 \\ y=8 \end{cases}$	$\begin{cases} x=94 \\ y=28 \end{cases}$
$\begin{cases} x=300 \\ y=100 \end{cases}$	第十组无解。		

二、程序设计

用读数置数语句提供十组数据。当数据为负数时表示提供数据完毕。计算 $X=(4*I-J)/2$, $Y=(J-2*I)/2$ 。当满足 X 和 Y 为正整数时, X 和 Y 为解, 否则没有意义。

三、框图(见图 6)

四、源程序及运行结果

```

10 READ I,J
20 IF I<0 THEN
    END
30 X=(4*I-J)/2
40 Y=(J-2*I)/2
50 IF X<0 OR
    Y<0 THEN 80
60 IF X=INT(X)
    AND Y=INT
    (Y) THEN 100
80 PRINT "I="; I;
    TAB(10); "J=";
```

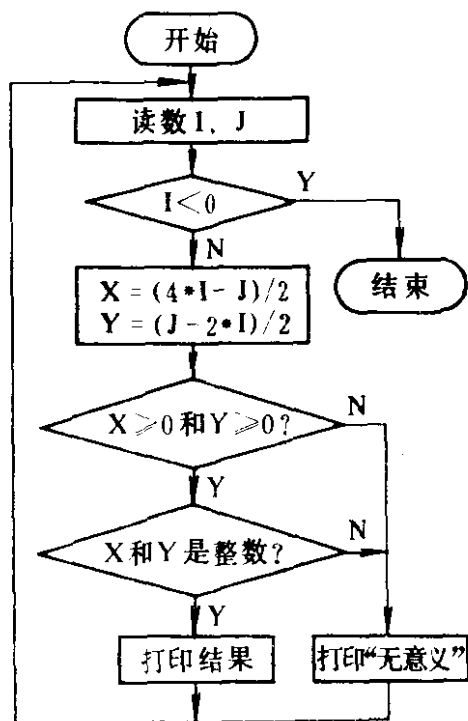


图 6

```

        J;TAB(20);"W YI YI"
90  GOTO 10
100  PRINT"I="I;TAB(10);"J=";
        J;TAB(20);"X=";X;TAB(30);
        "Y=";Y
110  GOTO 10
120  DATA 18,58,6,14,842,1764,3,8,242,652,8,32,
12,40,122,300,400,1000,9,48,-1,-1

```

]RUN

I=18	J=58	X=7	Y=11
I=6	J=14	X=5	Y=1
I=842	J=1764	X=802	Y=40
I=3	J=8	X=2	Y=1
I=242	J=652	X=158	Y=84
I=8	J=32	X=0	Y=8
I=12	J=40	X=4	Y=8
I=122	J=300	X=94	Y=28
I=400	J=1000	X=300	Y=100
I=9	J=48	W YI YI	



郑教授见到傅教授说：“昨天晚上我碰见您的儿子了，他现在多大了？”傅教授微笑回答：“七年前他只有我年龄的 $\frac{1}{3}$ ，七年后我将是他年龄的2倍。”

傅教授和他儿子多大呢？

一、数学解法