

运 筹 学

中国科学院数学研究所运筹室 著



科学出版社

运 筹 学

中国科学院数学研究所运筹室 著

科 学 出 版 社

1 9 7 3

内 容 简 介

本书是中级科普读物,向读者介绍了运筹学的主要内容和原理,包括规划论,生产作业计划安排,优选法,对策论,随机服务系统理论,质量控制和部门间平衡经济数学模型七部分。通过这些介绍,希望能使读者对运筹学的全貌有一个概括的了解。

本书可供广大工农兵,干部和青年阅读。

运 筹 学

中国科学院数学研究所运筹室 著

科学出版社 出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂 印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1973年10月第一版 开本:787×1092 1/32

1973年10月第一次印刷 印张:5 3/8

印数:0001—127,100 字数:100,000

统一书号:13031·136

本社书号:253·13—1

定 价: 0.38 元

1971/10/24

毛主席语录

自然科学是人们争取自由的一种武装。人们为着要在社会上得到自由，就要用社会科学来了解社会，改造社会进行社会革命。人们为着要在自然界里得到自由，就要用自然科学来了解自然，克服自然和改造自然，从自然里得到自由。

胸中有“数”。这是说，对情况和问题一定要注意到它们的数量方面，要有基本的数量的分析。任何质量都表现为一定的数量，没有数量也就没有质量。我们有许多同志至今不懂得注意事物的数量方面，不懂得注意基本的统计、主要的百分比，不懂得注意决定事物质量的数量界限，一切都是胸中无“数”，结果就不能不犯错误。

序

运筹学是一门新兴的应用性科学。因为“新”，所以较难确定其确切的内容和范围。本书只是按国际上和我们在国内的实践，尽可能向读者通俗地介绍运筹学中的几个分支，希望能使读者对运筹学的全貌有一个概括的了解。它们当然不能说是运筹学的全部内容，很可能有遗漏，也可能与其他学科还有一些重复的地方。而且，由于各个分支用到的数学工具深浅不一，工作开展的情况很不相同，再加上是集体编写、分头执笔，因此语气、笔调、内容深浅和篇幅不尽一致。个别比较专深的内容，在旧版时是排印了小号字体以资区别的，现在为了体例的统一没有加以区别，不过，省略不读这些内容对了解运筹学的概况和基本知识尚无大影响。因此，读者可根据自己工作、学习的需要和文化程度的不同，有选择地阅读或参考。

本书于1963年由原科学普及出版社出版，这次作了较大修订作为新版出版，不妥甚或错误之处恐不可免，尚望读者批评指正，以便再版时改正。

中国科学院数学研究所运筹室

1972年12月

目 次

序		
一	绪论	1
二	规划论	11
	问题的提出	11
	各类问题的共性	12
	数学模型	13
	物资调运	18
	巡回路线	23
	装卸工人的调配	26
	最大通过能力	28
	场地选择	30
	合理下料	33
	机器的合理利用	35
	非线性规划问题	38
	规划论的发展	41
三	生产作业计划安排	43
	统筹方法	44
	加工顺序的安排	54
	装配线平衡	62
四	优选法	67
	概述	67
	目标	69

因素及其范围	69
单因素方法	71
多因素方法	77
趋向	84
五 对策论	86
简史	86
“对策现象”的要素	88
有限零和两人对策	90
微分对策	97
六 随机服务系统理论	103
随机服务系统	103
系统设计的最优化	104
各种随机服务系统的共性	105
各种随机服务系统的特性	106
应用举例: 电讯问题	107
应用举例: 军事应用问题	108
随机服务系统理论与存储论	109
随机服务系统理论与可靠性理论	111
随机服务系统理论与计算机	112
随机服务系统理论的发展趋向	114
七 质量控制	116
产品的规格和公差	116
产品质量的变异和造成原因	118
工序控制的基本想法和具体步骤	119
控制图	122
工序控制和标准化工作	123
抽样验收	125

八 部门间平衡经济数学模型	141
部门间平衡经济数学模型的理论基础	141
国民经济的部门划分和部门间平衡模型的基本结构 ...	144
完全消耗确定	150
部门间平衡模型的举例	151
结束语	160

一 绪 论

我国大规模开展运筹学的应用和研究，起始于1958年。当时，在党的建设社会主义总路线的指引下，农业取得了大丰收，从而粮食运输的任务也就随着增长。这就促使我们更多地注意粮食的合理调运问题。这个问题在旧社会里是根本没有的。事物的发展总是这样的：当一事物还没有的时候，谈不上使用它的问题，而当一事物已经出现的时候，那就不仅应当考虑如何使用它，而且应当考虑如何更有效和更合理地使用它。解放以后，特别是1958年以后，我国铁路网形成了，粮食增产了，这就提出了如何更有效地使用铁路网来更合理地调运粮食的问题。我国运输工作者，首先是粮食部门的运输工作者，为了更好地完成这项工作，深入实际，从群众的经验中总结出一个行之有效，独具我国风格的方法——“图上作业法”。后来，我国运筹学工作者又在这个基础上，作了进一步发展、提高。我们将在第二章里介绍这个方法。

随着我国社会主义建设的不断发展，适应当时生产的需要，在1965年开展了推广应用统筹方法的群众运动。

什么是统筹方法呢？为了叙述方便起见，我们举一个简单的实际例子：镗床大修问题。大修一台镗床包括好些道工

序,如:拆卸、清洗、床身与工作台研合、变速箱组装、电器检修和安装、装配试车以及其他工序等等。这些工序之间有着一定的相互关系。有的必须按一定的先后次序进行。例如不拆卸,就无从清洗,更谈不上床身与工作台的研合。但有些工序却可以平行进行,例如,电器检修和安装以及变速箱组装这两道工序就可以同时进行。这些是工序与工序之间的相互关系。但相对于大修的整个进度而言,工序又可以分为两类。一类称为关键工序,这类工序的进度如果稍有延误就将影响整个大修的进度。另一类工序称为非关键工序,这一类工序即使有些推迟,也无大妨碍。这些本是熟悉大修业务的同志们所熟知的事实。然而能否更系统地、更科学地处理这个问题呢?例如,给出一个确定哪些工序是关键工序,哪些工序是非关键工序的步骤,如何将整个过程更形象地表达出来以便于领导同志掌握情况,从而采取措施。随着过程的推移,两类工序能否互相转化,以及如何互相转化等等。这就是对老的问题要求新的解决办法。在第三章里,我们将较详细地叙述统筹方法的问题。

经过无产阶级文化大革命,我国社会主义革命和社会主义建设事业在各方面继续深入和发展,生产上提出优质,高产,低消耗的要求,从而又提出了新的课题。例如,目前在我国很多地区普遍应用的优选法就是适应这种需要而迅速发展、推广开来的。

这里,我们也来看一个优选法问题的例子。某造纸厂为了提高漂白粉中有效氯的含量,要研究在漂白粉溶解量为

550 公斤，加水量为 2.8 米³时，通入多少公斤氯气最为有效。根据经验知道，氯的通入量应在 20~70 公斤之间，但确切是多少公斤，尚无定论。当然，这就要做一系列试验以取得数据，从而做出结论。试验有种种安排，比如说，我们可以以 5 公斤为一间隔，这就要分别通入氯气 20 公斤、25 公斤、……、65 公斤、70 公斤等等，共做十一次试验。如果根据实际情况，要求结果更精确些，那就要缩短间隔，比如说，每隔 2 公斤，甚至是每隔 1 公斤做一次试验。但试验的次数多了，就要花费较多的人力、物力，有时在一定的程度上，由于这样做的工作量太大而影响了试验工作的开展。因此，自然会问：能不能做较少次数的试验而达到同样的效果呢？优选法就是要解决这样一类的问题。该造纸厂应用优选法仅做了四次试验。现在把试验过程列如表 1：

表 1

试 验 次 序	通 氯 量	比 较
第 一 次	51 公斤	
第 二 次	39 公斤	第一次结果比第二次好
第 三 次	58 公斤	第一次结果比第三次好
第 四 次	46 公斤	第一次结果比第四次好

在做了这四次试验以后，该厂认为根据当时精确度的要求，已经取得了令人满意的结果，于是就确定通氯量为 51 公斤，结果是有效氯含量为 54%，而优选前的含量仅为 26.7%，提高含氯量一倍。到这里，读者也许要提出下列问题：

1. 四次试验的通氯量 51、39、58、46 公斤是怎样确定的

呢？51、39、58、46 这四个数字有什么内在联系呢？

2. 既然做了四次试验之后，仍旧是第一次的结果好，那末，为什么又要做其他三次试验呢？为什么再做了三次以后就停止了昵？

3. 如果条件许可，为了精益求精，企图寻求结果更好的通氯量，那末，又应该通入多少公斤的氯去进行试验呢？

这些问题在第四章里将会解答。

从上述一些事实中，我们已经可以看出运筹学所研究的问题的一些特点。镗床大修的时间缩短了，这意味着同样的工作花了较短的时间，从而提前投入生产，这在本质上反映了“高产”。漂白粉的含氯量提高了，这是“优质”。以最少的运量来完成给定的运输任务，这是“低消耗”。显而易见，运筹学是能够为多、快、好、省服务的。运筹学可以用来协助解决技术管理中的有关调度、计划、安排、检验等等问题，还可以帮助解决某些工程的最优设计，生产中最佳的工艺条件，以及科学研究中的一些新课题。

我们又怎样分析这些事实呢？

首先，我们发现在上述问题的研究中，都对着一个有机联系的整体。我们的目的是研究这个整体的状态和活动过程，而不是着眼于它的个别部件。例如，在上述的粮食合理调运问题中（其他物资的调运问题也是这样），产地、销地以及联系于各地之间的运输路线就是一个整体。在图1中，我们给出一个简明的实例，这里①、③、⑤、⑦为产地，②、④、⑥、⑧为销地。圆圈旁注的数字分别代表收发量，标有“一”号的数

字是销地的收量，不标符号的是产地的发量，收发量都以吨计。线段旁所注的数字则为该两地之间的距离，以公里计。通常衡量合理运输的指标，可以是总的运量为最小（运量以吨公里计）。这个指标是一个整体的指标，而不是有关于某一产地或某一销地的。图 2 给出了一个合理调运方案，箭头旁的数字表示相应两地之间的物资调运的吨数。这个合理调运方案的总运量为 165,300 吨公里。在第二章里我们将证明这个总运量是不能再减少了。但对个别销地来说，情况就不是这样。比如，就销地⑥说，它所需的 200

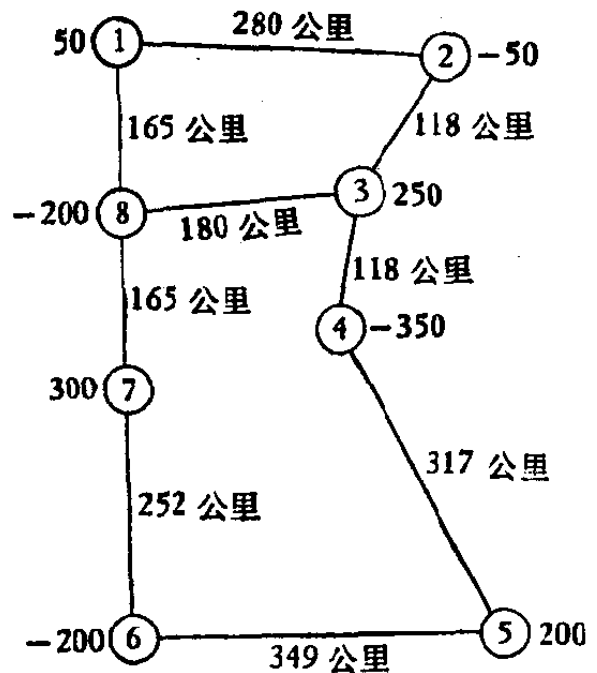


图 1

的吨数。这个合理调运方案的总运量为 165,300 吨公里。在第二章里我们将证明这个总运量是不能再减少了。但对个别销地来说，情况就不是这样。比如，就销地⑥说，它所需的 200

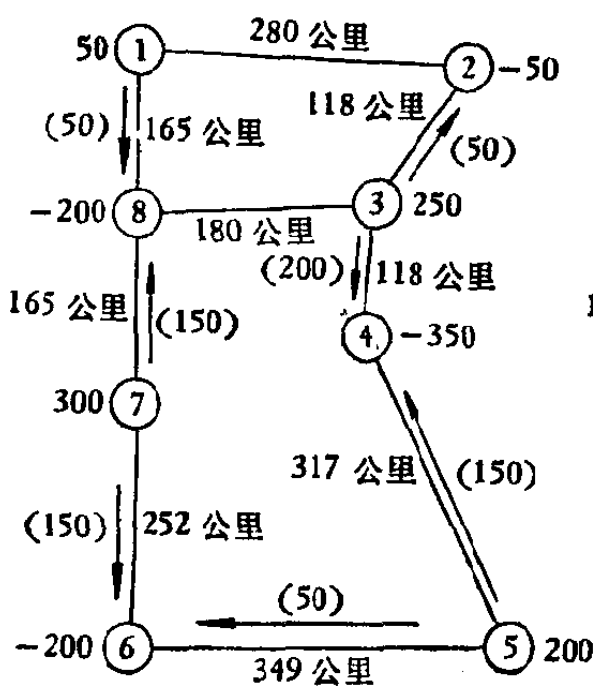


图 2

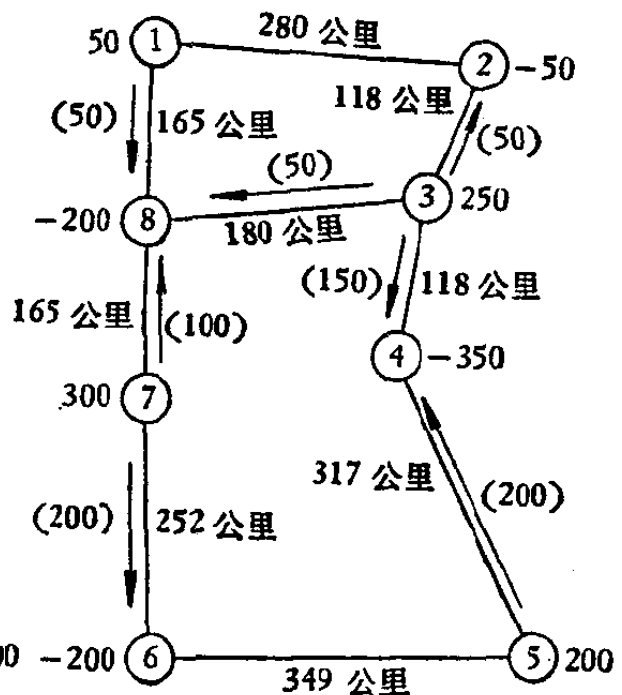


图 3

吨物资现在由产地⑤供应 50 吨,由产地⑦供应 150 吨,共花运量 55,250 吨公里。但它完全可以从产地⑦得到全部所需的 200 吨,且仅花运量 50,400 吨公里,节省了 4850 吨公里。这样改动后,整个调运方案就如图 3 所示,而总运量却为 171,150 吨公里,增加了 5850 吨公里。显然,这是不合理的调运方案了。这说明物资的合理调运问题,应该作为一个整体来考虑,如果采用处理局部问题的“就近调运”的方法,有时就不能达到目的。

我们已经说过,运筹学是可以为多、快、好、省服务的。因此,在运筹学中就强调“最优化”这个概念。什么是“最优化”呢?通俗地说就是“最好”。但怎样称做“好”要看具体情况,例如,“最好”的运输方案就是最省的方案;“最好”的大修方案就是时间最短的方案;而“最好”的含氯量试验方案,就是次数最少的方案。而这种“最好”的判断又是从整体的角度出发。

运筹学使用什么方法呢?

具体说来,运筹学使用了很多数学方法(代数、分析、概率论、数理统计、图论和组合分析等等)和逻辑判断方法,也使用一些具有一定实验性质的模拟方法,特别是大量使用了电子计算机。但总的说来,运筹学在解决问题的过程中强调“建立模型”这一个途径。建立模型有两个含义:一个含义就是抽象化。列宁说:“物质的抽象,自然规律的抽象,价值的抽象以及其他等等,一句话,一切科学的(正确的、郑重的、非瞎说的)抽象,都更深刻、更正确、更完全地反映着自然。”(列宁:《黑格尔〈逻辑学〉一书摘要》)抽象化有助于抓住问题的本质。

第二个含义是形象化,形象化有助于掌握全貌,有助于看清彼此之间的有机联系。

为了说明“建立模型”,我们再来看一看镗床大修问题。工程技术人员在处理这类问题时,通常采用“线条图”来表达工程的进度。几十年来,线条图是一种行之有效的方法。但事物总必须有所前进,图4中所示的“箭头图”就是一种新的方法。

这个箭头图就是一个具体模型,它把工序之间的相互关系,以及工序分为关键工序和非关键工序两类都更形象地表达出来。例如,它表达了拆卸之后方能清洗,清洗之后方能检查等等这种工序之间的先后顺序。也表达了诸如零件修理和零件加工这两道工序能平行进行的工序之间的平行关系。然而更重要的,是它形象地表达了整个大修的进度取决于关键工序,在这里关键工序就是拆卸、清洗、检查、零件修理、床身与工作台研合、部件组装、装配试车等七道工序。这是整个过程的主要矛盾,因而也就构成了“主要矛盾线”这一概念。所谓“主要矛盾线”,就是图4中由关键工序的箭头所联成的线(用双线表示)。“主要矛盾线”这个概念的建立,把镗床大修

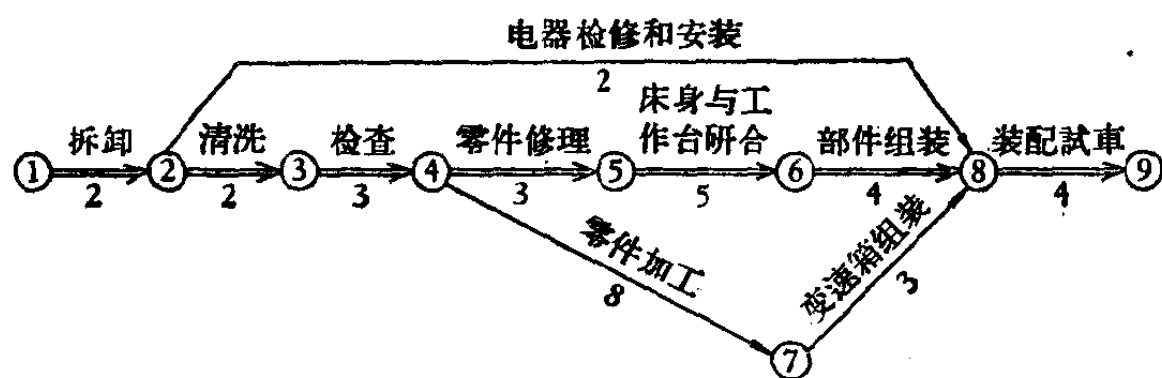


图 4

这一类的问题推进了一大步。

我们看到图 1 描述了物资调运的问题。在这个图里，我们用○代表城市，用线段代表联结两地的运输线路，通常的地图就是这样的，对此我们都很熟悉。可是图 4 是描述镗床大修过程的，在这里，也是由圆圈和线段组成的图，这就不是我们常见的表达方式了。这样由圆圈和线段组成的图称为“网络模型”，它还有很多其他的应用。

从整体的角度出发，使用建立模型的方法，就是运筹学在处理问题时的特征。我们在今后的各章里将不断发现这种思路的线索和途径的痕迹。例如，在“部门间平衡经济数学模型”一章里，由各生产部门(如农业、钢铁、纺织等等部门)所组成的整个国民经济就是一个有机整体。每一部门和其他部门之间的相互依存关系，远比我们直观想象的要错综复杂得多。牵一发而动全身，如果不从整体的角度出发，就很难求得平衡。在“随机服务系统理论”一章里，模型的形象化就更能看得清楚。在那里，许多实际问题都可以化为非常直观、非常形象的随机服务系统模型。

我们已经说过，在运筹学的工作中，大量使用了电子计算机。运筹学和电子计算机都是二十世纪四十年代的产物。这不是偶然的机遇，而是出于生产实践的需要。运筹学的工作常常牵涉到大量的计算，而这些计算的结果又是实际工作的需要。因此，如果不能及时得到数值结果，任何方法都没有实际意义。运筹学中一些今天行之有效的方法，如果放在四十年代，那就无异于纸上谈兵。相反，一些今天尚无重大实际意

义的方法,肯定将随着电子计算机的发展而日趋有效。对运筹学说来,电子计算机不仅是一个计算工具,而且是一个重要的实验设备。近几年发展起来的模拟方法,离开电子计算机就寸步难行。反过来,目前已出现一些运筹学方法应用于电子计算机设计的工作。可以预见在不远的将来,这方面的工作将有所进展。

我们已经看到,运筹学在我国的发展过程是如何密切联系于我国工农业的发展。运筹学在国外的情况也是这样。虽然运筹学的一些朴素思想,在我国和外国历史上都可以追溯到很远,但至少“运筹学”这一名词的提出还是二十世纪四十年代的事。二十世纪四十年代的上半期,是第二次世界大战最紧张的时期。在这次战争前及战争年代,英、美两国都发明、创造了一些新式武器,雷达就是其中的一个特例。但武器的如何有效使用却落后于武器的制造。特别是在第二次世界大战反法西斯潜艇战和空战中,如何更有效地使用新式武器,就成为当时的一个迫切任务。因此,当时在英国和美国都集中了一些科学工作者研究这些问题,其中很多人是物理学家、化学家,有些人就是参与雷达研制的专家。这些工作取得一些成果,受到当时英、美有关部门的重视。后来总结这些工作成果,并取名为运筹学。

第二次世界大战以后,在英、美等国运筹学都逐渐应用于工、农业生产。在五十年代初期,英、美分别先后出版了运筹学的专门期刊,并成立了运筹学学会。1957年成立了国际运筹学协会。