

刘步林 编著



$$r^2 \dot{\theta} = h = \sqrt{\mu a(1-e^2)} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}{T}$$

数学 在天文学中的运用

科学出版社

数学在天文学中的运用

刘步林 编著

科学出版社

1979

内 容 简 介

数学与天文学有着密切关系，著名的天文学家运用数学的理论推理而发现了海王星和冥王星等行星，本书介绍了数学在天文学上的历史功绩。此外，本书还介绍了几何学、三角学以及电子计算机等在天文学研究方面的功用，是一本比较好的科学普及读物。可供具有高中文化程度的工农兵、干部和广大青年阅读。

数学在天文学中的运用

刘步林 编著

*

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

西安新华印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1979年9月第一版 开本：787×1092 1/32

1979年9月第一次印刷 印张：10 1/4

印数：0001—30,660 字数：197,000

统一书号：13031·1060

本社书号：1489·13—5

定价：0.82元

序 言

在党和毛主席无产阶级革命路线的指引下,建国以来,我国科学技术得到蓬勃发展,天文学和其它各门学科一样也获得新生。天文台一个一个建立,天文专业队伍在不断发展壮大。在毛主席关于“我们也要搞人造卫星”的伟大号召鼓舞下,我国人造卫星连续发射成功。宏亮的“东方红”乐曲响彻太空,人民群众为社会主义革命和社会主义建设,而渴求天文学方面的知识。这本书就是为了适应这方面的需要而编写的。

天文学是一门古老的学科。在它的发展过程中,数学作为一个强有力的工具,起了关键性的作用,正如伟大的革命导师恩格斯所指出的:“天文学只有借助于数学才能发展”。本书试图阐述数学在这方面的运用。

在历史上,有不少天文学的发明和发现成为天文学发展的里程碑,在整个自然科学领域中,占有显要的地位。例如哥白尼的“日心说”的创立就是最好的例子。

在天文学的各个分支学科中,数学工具的运用是极为广泛的,这里只选择一些比较成熟的,而且具有典型性的运用,加以论述。本书是一本科普读物,阐述数学的运用,力求深入浅出,通俗易懂,以求表达出一个明确的轮廓。在编写过程中,既注意到系统性,也注意到每一章的独立性。其中有几章

与全书有关,如第一章(包括第十二章第一节)对太阳系天体的运动轨迹,作了几何描述;第五章对天体运动作了力学描述;第十一章介绍了天文学中广为使用的计算工具——电子计算机。这几章重点体现数学在天文学中的运用,而且贯穿了前后各个章节。

本书在拟稿过程中,得到北京天文馆陈晓中同志协助,仔细阅读修改书稿,提出很多宝贵意见。北京天文台陈辉甲和洪佩珍二同志协助提供第九章第四节的人造卫星简略预报实例。这里一并表示谢意。

由于笔者水平有限,书中难免有错误和不当之处,恳请读者不吝指正。

编著者

1978 年 5 月

目 录

序言	vii
第一章 行星轨迹的数学问题	1
第二章 地球的形状和运动	8
一、地球的形状	9
1. 地球形状的第一级近似——球形	9
2. 地球形状的第二级近似——旋转椭球	14
3. 地球形状的第三级近似——三轴椭球	17
4. 地球形状的第四级近似——略呈“梨形”	18
二、地球的自转	22
1. 地球上的点线和度量	22
2. 地球的自转周期	23
3. 地球自转的速度	25
4. 地球自转的证明	26
5. 地球自转的研究	29
三、地球的公转	32
1. 地球公转的轨道	32
2. 地球公转的周期	33
3. 地球公转的证明	34
4. 黄赤交角和季节变化	35
四、日地距离的测定	37
1. 视差和三角测量	37
2. 太阳视差的测定	40
3. 天文单位	42
第三章 地球的伙伴——月球	45

一、月球的轨道	45
二、月球运动的周期	46
1. 恒星月和朔望月	46
2. 月球的会合运动	48
三、月球的自转和天平动	49
1. 月球的自转	49
2. 天平动	50
四、交点和交点月	52
五、关于月球运动理论	54
第四章 克普勒行星运动定律	58
一、日心说和地心说	58
二、第谷·布拉赫和克普勒	62
1. 第谷·布拉赫的观测资料	63
2. 克普勒的卓越工作	64
三、克普勒第一定律和第二定律	69
四、克普勒第三定律	71
第五章 万有引力定律	75
一、从克普勒定律到万有引力定律	77
二、二体问题	81
三、摄动和摄动理论	83
四、太阳系的稳定性问题	87
五、地球轨道的变化	89
1. 轨道半长径的旋转	89
2. 轨道偏心率的变化	90
3. 地球轨道面的移动	91
4. 地轴方向的变化	92
第六章 大行星的发现	93
一、天王星的发现	93
二、海王星的发现	95
1. 寻找海王星问题的提出	95

2. 勒威耶和亚当斯的工作	93
3. 海王星的发现是科学发展的必然结果	100
三、冥王星的发现	101
四、冥外行星存在的可能性	103
1. 太阳系的范围	104
2. 如何寻找冥外行星	105
3. 水内行星存在的可能性	107
第七章 小行星	108
一、小行星的分布	108
二、小行星的发现	111
1. 小行星的发现	111
2. 小行星的命名法	113
3. 小行星的观测	114
三、小行星的轨道	115
1. 半长径 a 偏心率 e 和倾角 i	115
2. 小行星轨道的环和缝	117
3. 小行星运动理论	119
4. 小行星研究的意义	120
四、我国对小行星的工作	121
第八章 彗星	125
一、彗星概述	125
1. 彗星的结构	126
2. 彗星的命名和观测	126
二、彗星轨道的特点	127
1. 半长径 a 和偏心率 e 的变化范围	127
2. 轨道倾角 i	129
3. 彗星轨道的变化	130
4. 捕获理论和彗星族	131
三、著名的周期彗星——哈雷彗星	133
1. 1759 年哈雷彗星的回归	133

2. 哈雷彗星的轨道	135
3. 哈雷彗星轨道的研究	136
第九章 人造地球卫星的运动	140
一、人造地球卫星的轨道	141
二、人造卫星轨道的变化	147
1. 大气阻力的摄动	148
2. 扁率摄动	152
三、人造卫星的出现规律	156
四、人造卫星的简略预报	162
1. 简略预报的轨道根数	164
2. 人造卫星轨道的主要变化	165
3. 卫星的地面高度和地心角速度	166
4. 卫星的星下点轨迹	169
5. 求过标准纬圈的时间和经度	173
6. 求升降段所需要的时间 $\Delta T_{\uparrow}$	174
7. 降段时间 $T_{n\downarrow}$ 和经度 $T_{n\downarrow}$ 的计算公式	175
8. 地影的考虑	176
9. 作出预报	180
第十章 日食和月食	184
一、日月食的成因和分类	185
1. 日月食形成的几何条件	185
2. 地球月球的影锥和日月食的分类	186
二、交食的规律性	189
1. 一年中交食情况的基本分析	189
2. 沙罗周期	191
三、我国境内的日食	196
第十一章 电子计算机在天文学中的运用	198
一、电子计算机简介	198
1. 电子计算机的结构	199
2. 电子计算机的发展	200

3. 电子计算机的主要指标	203
4. 我国电子计算机研制和使用的迅速发展	205
二、二进制	205
1. 数的进制	206
2. 二进制的算术运算和逻辑运算	208
3. 二进制和十进制的互相转换	213
4. 电子计算机为什么采用二进制	218
三、程序和程序设计	223
1. 指令系统和程序	223
2. 手编程序和算法语言	224
3. 计算机解题的一般过程	227
四、电子计算机在天文计算中的运用	228
1. 在日月行星研究中的运用	229
2. 在人造卫星研究中的运用	233
3. 在时间纬度工作中的运用	235
4. 在天文仪器研制中的运用	237
五、电子计算机在天体力学分析理论中的运用	238
第十二章 常用的数学和力学知识	242
一、二次曲线	242
1. 二次曲线的标准方程	242
2. 一般二次曲线方程的简化	249
3. 二次曲线方程在极坐标系中表示形式	255
4. 天体运行的线速度(活力公式)和角速度公式	258
5. 克普勒方程的几何证明	264
二、地球旋转的惯性力	266
三、地球旋转的佛科摆效应	268
四、由克普勒定律推导万有引力定律	272
五、人造卫星的轨道计算	279
1. 计算公式	280
2. 计算实例	285
3. 使用巴伊诺夫方法的几点说明	290

六、内插法及其应用	291
1. 内插法	291
2. 逆内插法	297
3. 农历的推算	299
七、球面三角常用公式	307
八、日出日没时刻的计算	312
附录	315
1. 常用数据	315
2. 行星要素	316

第一章 行星轨迹的数学问题

在晴朗日子的晚上,人们在星星密布的天空中,有时可以看到几颗光亮耀眼的星星,经过了几十天以上的观测,发现它们在移动自己的位置,这就是行星。现在,我们已经知道和地球一起绕太阳运行的,共有九颗大行星。可是,在古代用肉眼只能看到水星、金星、火星、木星和土星五颗行星。

古时候的游牧人,早就注意到这五颗移动的星星。金星,不就被称为牧羊人的星吗!这些行星,经常从这一星座经过另一星座,有时候,由西向东穿行,有时候由东向西移动。在我国,早在四千多年前的夏代,就已经有“五星错行”的记载。在殷代,已经测得木星的运行周期为十二年,这种成就是相当惊人的。现在,让我们把时间的“镜头”,移到1977年的秋冬季节,来看一看木星的运行景象吧!

那是1977年的秋冬夜晚,每当太阳西下不久,木星就从东方地平线上升起来了,它光彩夺目,明亮异常,很容易寻找和认识。从1977年开始到下半年,它一直由西向东运行,在10月24日好象不动似的,这叫做“留”。以后就由东向西运行,到了1978年2月20日又发生“留”;然后又改为由西向东运行了(见图1-1)。

这种现象,对火星、土星、天王星、海王星和冥王星都是这

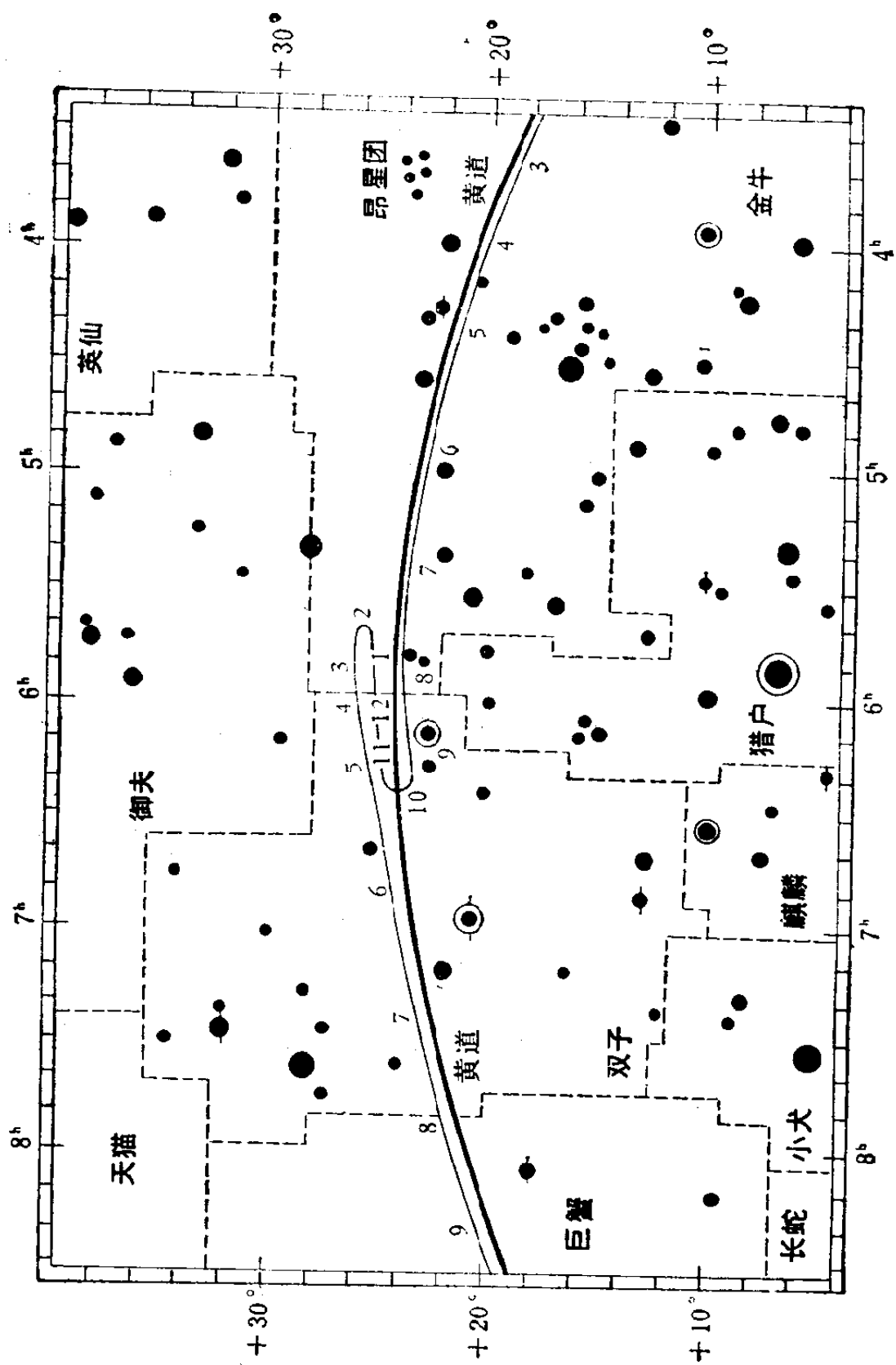


图 1-1 木星 1977—1978 年轨迹

样。

在古代漫长岁月中,对五颗行星的这种“游荡”运行,一直是令人迷惑不解的。那些善于思考的人们,在他们头脑中留下这样的问题:行星沿着什么轨道运行,是什么原因引起这样呢?

在科学未发达的古代,人们在艰苦地思考和探索,希望得出合理的解答,这样,种种想法产生了。

最朴素的想法是:日、月和行星都在绕地球转大圈子,而日、月、行星本身又在转小圈子,每个小圈子的圆心,就在大圈子上。这样,小圆圈在大圆圈上的运动合成,不就可以说明行星的由西向东和相反的运行吗?

这种古代的行星运行的见解,无疑地是很肤浅,远不如今天的完美。但是,他们也在力求理论能符合观测的实际。不过,由于行星毕竟不是绕地球运行,因而经不起实践和精密观测的考验,终于失败了。可是,我们应该承认,他们的工作虽然很不完善,但却是探索宇宙体系的一个开端,在科学的黎明时期,那里能一下子就完美无缺呢?

历史前进到了十六世纪,航海事业发达了,天文观测更准确了,一个新的学说产生了。那就是太阳才是行星系的中心,地球也作为行星,沿着圆形轨道绕太阳运动。而月亮则是地球的卫星。行星由西向东和相反方向的运行,完全是由于行星和地球公转快慢不同形成的现象。这种见解,把上千年来使人迷惑不解的问题胜利地解决了!陈旧腐朽的地球中心体系被推翻了。这种由地心改为太阳中心的体系,引起了天文

学的伟大革命,把历史向前推进一大步。以至,自然科学便开始从神学中解放出来,这就是哥白尼的日心学说。

但是,科学实践并没有完结,人的认识也从未停止。日心学说并不是认识行星的最后结果,行星绕太阳的轨道并不是圆形的。真正获得行星运动规律的,还要等到十七世纪,由于积累了更多的行星观测资料,经过分析之后才得到的。其中的一条是:“行星运行的轨道是椭圆,太阳在一个焦点上”这样一来,对于行星的位置,运行的决定比日心体系,更符合客观实际了。而在行星运动规律的基础上,更进一步的概括,就是万有引力定律。历史进展到了这阶段,对行星运动的描述,那是十分完美了。这个远古时代留下来的行星运行的轨迹数学问题,经过了二千多年的实践,至此完全解决了。这是科学实践的伟大胜利,是人类认识客观世界的飞跃发展。从万有引力定律可以推出行星的运行轨道,不止是椭圆,还有抛物线,和双曲线。这样,就更全面了,认识事物的本质也更深刻了!

当然,我们应当认识到这是生产往高水平发展的必然结果。某个规律的发现,是人类长期实践的成果,不能完全归功于个人,但是也要承认个人的重大作用。但是,“认识从实践始,经过实践得到了理论的认识,还须再回到实践去”。历史上,利用万有引力定律,通过观测和计算而发现海王星和冥王星,固然是轰动一时,然而,在1801年1月1日以及以后发现的小行星,也为人们津津乐道,海王星、冥王星和小行星也都是沿椭圆轨道绕太阳运行。在1802年3月28日发现的小行

星,由当时的青年数学家高斯,创立一种方法,在两个月之后,就成功地算出它的轨道,这不就是数学在天文学中应用的典型吗?

“彗星归来,似曾相识”。彗星的出现以及对它的观测,计算研究,开阔了人类对太阳系中星球运行轨道探索的眼界。历史上记载,哈雷发现 1682 年出现的彗星与 1456 年,1531 年,1607 年的彗星运动规律极为相似,因而断定这是同一颗彗星,绕太阳的周期平均是 76 年。这就开始认识到彗星也以椭圆轨道在运行。但是,后来的计算表明还有抛物线和双曲线轨道的彗星。沿抛物线轨道运行的彗星,周期很长;而走双曲线轨道的彗星,一进入太阳系,绕过太阳以后,就一去不复返了。

月亮有阴晴圆缺。每当夜静更深,月白风清的良宵佳景,在诗人看来,自然是满怀诗意,但在天文学家看来,月亮的运动却是大伤脑筋。月亮是绕地球以椭圆轨道运动的,但它受到行星和太阳的影响,使得轨道经常有微小变化。但是,尽管这样,仍然能准确确定出月亮的轨迹。至今,人造地球卫星的运行,其基本原理和月亮运行规律大致相同,也和行星一样,遵守万有引力规律在飞行。

这样,就把行星、彗星、月亮的千差万别的轨道,统一到椭圆,抛物线和双曲线上来。其实,在 1809 年,著名的数学家高斯就已经写出《天体按照圆锥曲线运动的理论》一书。从此,天体运行的研究就更加系统和理论化了。这就充分证实:“通过实践而发现真理,又通过实践而证实真理和发展真理”这一论断的无比正确性。

什么是圆锥曲线呢？

用一平面去截一正圆锥，就得到一个截面。由于平面和圆锥轴的交角大小不等，截口的几何形状也就不同。设圆锥母线与轴的交角为 α （圆锥顶角的一半），平面与圆锥轴线交角为 θ ，那么就有：（1）当 $\theta = 90^\circ$ 时，截面为圆；（2）当 $\alpha < \theta < 90^\circ$ 时，截面为椭圆；（3）当 $\theta = \alpha$ 时，截面为抛物线；（4）当 $0 \leq \theta < \alpha$ 时，截面为双曲线。通常把这四种曲线叫做圆锥曲线（见图 1-2）。

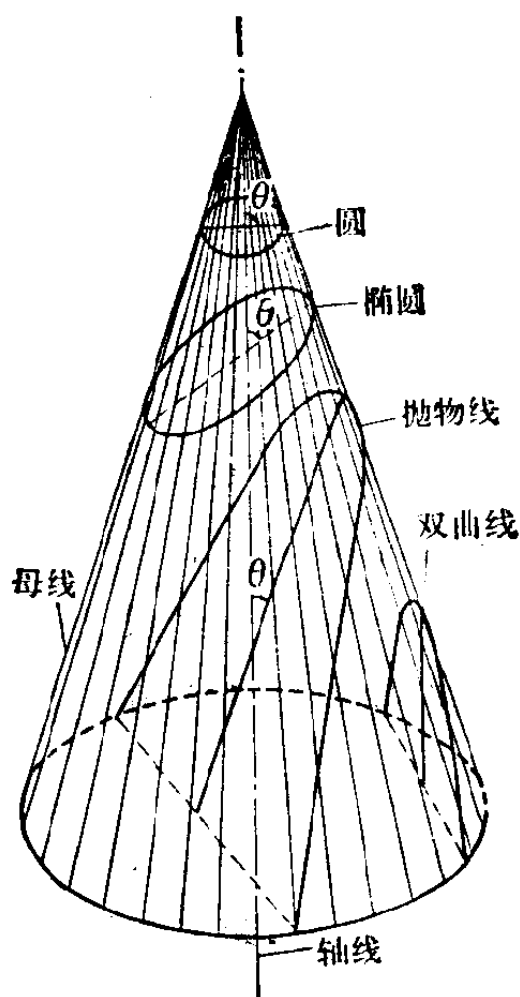


图 1-2 圆锥曲线

由于椭圆，抛物线和双曲线用直角坐标来写出它们的方程式，最高次项都是二次，因此它们在数学上又叫做二次曲线。

在直角坐标系中，椭圆的标准方程式是：

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

这里 a 是半长轴， b 是半短轴（见图 12-1），当 a 、 b 一定时，椭圆形状就完全确定。当 $a=b$ 时，就成为圆了。

双曲线的标准方程式（见图 12-5）：