

中小尺度天气学

杨 国 祥

气象出版社

中小尺度天气学

杨国祥 编著

气象出版社

内 容 简 介

本书综合概述了近年来国内外有关中小尺度天气研究的新成就，较系统地阐述了中小尺度天气系统的结构、天气和生成、发展的原理，并扼要介绍了中尺度天气分析方法以及对流性天气的预报和监视。内容包括：对流运动的动力和热力方程组；制约对流发展的主要因子和过程；中小尺度天气系统；锋和气旋的中尺度结构；下垫面对对流天气的影响；中尺度天气分析；对流性天气的预报等七章。

本书可供高等院校气象专业师生和台站气象人员学习参考。

中 小 尺 度 天 气 学

杨国祥 编著

责任编辑 黄丽荣

*

气 象 出 版 社 出 版

(北京西郊白石桥路46号)

西郊农场印刷厂印刷 新华书店北京发行所发行

*

开本：787×1092 1/16 印张：15 字数：369千字

1983年7月第1版 1983年7月第1次印刷

印数：1—6,000 统一书号：13194·0108

定价：1.55元

前言

中小尺度天气学是天气学的分支,它是研究中小尺度系统的活动规律、天气特征及其预报方法的学科。中尺度系统是指水平距离尺度为 20—200 公里的天气系统,主要包括雷暴群或强对流风暴¹⁾等有组织的对流系统,中尺度重力波,海陆风环流,高低空急流中的大风核,锋面中尺度结构、热岛效应等等。小尺度系统是指水平距离尺度 2—20 公里的天气系统,积云单体和孤立的小雷暴,龙卷以及短重力波等都属于这类系统。大多数中小尺度系统均具有很大能量。从对流系统来说,若以风速估计它的动能,那末,一个对流风暴的平均能量为 10^8 千瓦/小时,相当于十多个原子弹,因而,它能造成剧烈的天气,给人类活动带来严重影响。例如,1975 年 8 月 5 日至 8 日河南驻马店、许昌、南阳三地区发生历史上罕见的特大暴雨,造成了水库垮坝,江河横流,人民生命财产遭到重大的损失。1972 年 5 月 3 日贵阳机场下了一场持续 8 分钟的冰雹,使机场的飞机受到严重的破坏。龙卷的平均能量约为 10^4 千瓦/小时。由于这些能量集中在 100 米左右宽的狭小区域内,能量密度大大超过了对流风暴,因而龙卷过境时,常常带来摧毁性的破坏。美国是世界上龙卷最多的一个国家,平均每年达 403 个。1974 年 4 月 3 日至 4 日,在美国的中、东部,24 小时内就连续出现了 148 个龙卷。由于龙卷灾害所造成的损失,平均每年达一亿美元,人身伤亡也很严重。1925 年 3 月 18 日,在美国曾出现一个最强大的龙卷,风暴以 30 米/秒的速度走了 360 公里,沿途使 689 人死亡,1980 人受伤。

中小尺度天气系统及天气现象,产生在一定的有利环流背景中,它们是大尺度系统热力作用和动力作用(包括地形)的结果。行星尺度系统提供的环流背景,控制着天气尺度系统的移动及其强度变化,并可以造成不同尺度天气系统间的相互作用,由此间接影响中小尺度天气系统。天气尺度系统则直接提供中小尺度系统形成的条件或环境场。中小尺度系统发生的基本条件是大气层结不稳定,气流和水汽的辐合,以及气旋性涡度的流场等,它们通常是伴随某些天气尺度系统而出现的。例如在形成对流风暴的典型天气型式中,可以清楚地看出天气尺度系统对中小尺度系统的制约作用。在锋面气旋的暖区里,低空的偏南风急流向北输送水汽,形成狭长的湿舌。高空有低槽(或低涡),槽前出现急流,那里上下层水汽的差动平流,造成对流不稳定区。一般在对流层上层高空槽前有质量辐散,下层有质量和水汽的辐合。与此相联系的大尺度上升运动,可以使不稳定能释放出来,因而这个区域最易产生中小尺度天气系统。

中小尺度天气系统发生后,它不是随机分布的。在天气尺度系统的制约下,它常常排列成带状或线状。有时发生合并或碰头现象,使中小尺度系统加强,或者小尺度的雷暴单体转化成中尺度对流风暴。天气尺度系统又能决定中小尺度系统的移动,对流层中层气流,一般对中小尺度天气系统有引导作用。由此可见,中小尺度天气系统的生成、发展和移动,都间接或直接地受着环流背景和大尺度环境条件的制约。

中小尺度系统的壮大,反过来又会影响大尺度天气系统,这就是中小尺度系统的反馈作用。在许多天气系统中,如台风、锋面气旋、锋面等都包含有组织的对流系统。这些天气尺度系统与对流系统的相互作用,使天气尺度系统得到充分的能量供应,从而迅速地发展起来。说明台风生成的第二类条件性不稳定,指出了这种反馈作用的重大意义。台风发生发展的巨大

1) 强对流风暴也称强风暴,主要指飑线、局地强风暴等强对流系统,从天气现象来说,一般指破坏力很大的大风、冰雹天气。

能量来自大量水汽对流凝结释放的潜热。由中小尺度积雨云所供应的热量,维持和加速原来的低压环流,而低压扰动则使低层水汽辐合进入对流云体,使之不断新生和发展。这两方面作用的继续,导致台风的生成和发展。在辽阔的热带洋面上,天气尺度系统的控制作用比较弱,主要的对流云通常成群(云团)地出现,这是弱的大尺度扰动作用的结果,但云团在形成之后,由于潜热释放的能量,就会明显地超过原来扰动所提供的能量。

还有,在全球大气环流的动能、热量和水份平衡中,有相当一部分是通过中小尺度系统来完成的。由于对流对水汽、热量和动量的垂直输送,除了对更大尺度的系统起反馈作用之外,其结果势必还要对大气环流发生重要影响。例如,为使高低纬度间的能量收支平衡,必须有能量由热带向中高纬度输送,输送能量的中间环节就是热带的对流系统。通过高大的积雨云将能量向上输送,然后再向高纬度水平输送,以平衡中高纬度能量收支的亏损。据计算,在热带只要有百分之几面积的积雨云(大约 1500—5000 个),即可完成这种能量输送。

我国夏季青藏高原为一强烈对流活动区,从卫星云图估计,在高原每十万平方公里内,就有 20—50 个发展完好的积雨云,积雨云之间的平均距离量级为 50—80 公里,而整个高原每日约有 300 个积雨云系统。这种对流活动的规模可以同热带海洋相比拟。对流活动造成的平均上升运动,将热量和水汽向上输送,维持高原上空大气高温高湿。并且由于上升气流引起低层辐合、高层辐散,使高原上空近地面层成为比较稳定的低压环流,高空为比较强大的高压环流。夏季青藏高原地区大规模对流活动对平均环流的维持,也说明了中小尺度系统对大尺度运动的作用。

关于中小尺度天气的研究,从第一次世界大战皮叶克尼斯(J. Bjerknes)和索尔贝格(H. Solberg)所作的气旋和降水分析算起,至今已有相当久的历史。但是,中小尺度天气学成为整个天气学的一个分支,还是近二十年天气研究发展的结果。近二十多年来,中小尺度天气在观测事实、理论研究和实际预报方面都有了迅速发展。就对流系统的研究来说,主要表现有:

一、得到了不少新的观测事实,提出了对流风暴的模式

四十年代中期,主要根据雷达和飞机对雷暴的观测,取得了上升气流、下沉气流、降水类型以及雷暴单体演变过程的资料。根据这些资料,拜尔斯(H. R. Byers)和布雷厄姆(R. R. Braham)概括了雷暴单体三阶段的生命史模式。五十年代至六十年代,通过特殊的地面、高空观测网,配合雷达和飞机观测,发现了在强垂直风切变环境中能够垂直发展的巨型雷暴——对流风暴,同时进一步了解到环境气流与风暴之间的相互作用,由此开始提出对流风暴的模式。七十年代早期,多普勒雷达的应用是一个突破。通过这种雷达的探测,使人们能够进一步深入观测雷暴内部的气流结构及其环境条件,了解从一个普通雷暴发展为对流风暴的演变过程,更清楚地确定了对流风暴的模式。这种模式的主要特征,在风暴内部有一支倾斜的强上升气流和下沉气流稳定地共存,使风暴能够维持较长时间的生命。这些事实的发现,均有助于进一步理解雷暴单体和有组织的雷暴群形成的物理本质,以及做好对流天气的预报。

二、进一步掌握了制约对流发展的物理条件

在早期的雷暴研究中,提出了雷暴发生的三个条件:水汽、条件不稳定层结和抬升机制。但是,后来的观测与研究表明,这三个条件,适用于弱垂直风切变环境中生长的普通雷暴,而对于有组织的对流系统,尤其是强对流风暴,它们的发生、发展条件,远比这三个条件复杂。在强垂直风切变条件下,雷暴内部气流与环境风的相互作用,有利于雷暴的维持和发展,并使普通

雷暴演变成对流风暴。雷暴的触发机制也是多种多样。除了锋面和地形抬升之外,还发现有中尺度重力波、低空急流中的扰动等等。在中尺度触发机制中,干线(能量锋)是特别值得注意的一种形势,它同气流辐合线的结合,往往容易在其附近形成对流云带,并发展为对流风暴。由于更多地了解了中尺度触发机制的作用,对于制约对流发展的物理条件有了进一步的认识,为解决对流天气的落点、落时预报提供了可能条件。

三、开展了对流系统的数值试验和动力学研究

在观测和分析的基础上,对于对流系统的生成、发展和移动进行了动力学研究。早期主要用流体力学和热力学方法,研究较为浅薄的积云发展,一般不包括降水过程,而现在主要研究关于强对流风暴的动力学,并考虑了复杂的降水过程和不同尺度运动间的相互作用,取得了令人鼓舞的成果。对于中尺度扰动的发展或不稳定问题,近年来受到人们的重视,尽管问题尚未解决,但也有不少进展。

随着电子计算机的发展和广泛运用,以及对于对流风暴物理本质认识的深入,对流系统的模拟试验已广泛展开,人们可以利用各种数值模式进行数值试验。目前,从一块孤立的积云到一条中尺度飚线,在数值模拟中都能得到比较真实的描写。对流云数值模拟的成功,不但有助于弄清对流系统内部的气流状况和演变过程,而且更能清楚地了解环境条件的作用。

四、组织进行了强对流天气的监视、警报和预报工作

为了防止或减少强对流天气所带来的危害,近十多年来,许多国家都在大力开展强对流天气预报方法的研究,与此同时,还组织进行了强对流天气的监视、警报和预报工作。现已摸索出一些新的预报方法,如落区预报法、动力-统计法等,并进行了中尺度数值预报的试验,取得了一定的效果。目前,美国已能就 10^5 平方公里的地区内,作出有用的 6—12 小时预报,并能提前几小时报出 6.5×10^4 平方公里上龙卷可能出现的机会。

中小尺度天气的研究虽然已有许多进展,但还存在着不少尚待解决的问题,它远不如大尺度天气学那样成熟。总起来说,存在的问题有两个方面:一是理论问题。中小尺度天气系统受大尺度天气形势的制约,而又有它自身的规律,同时反过来又影响大尺度天气形势。这种大中小尺度之间的相互制约、相互作用,仍然是当今气象科学中迫切需要解决的问题。二是资料和分析工具问题。现在常规工作中所用的天气图,是为了研究大尺度运动而设计的,根据这种图上的测站密度,不足以认识更小尺度天气的规律,甚至有不少中小尺度的强烈天气,在天气图上根本看不出来。由于以上原因,目前对流天气的预报水平还比较低,远远满足不了为生产和国防服务的需要。鉴于这种情况,除了经常性的研究之外,国内外都在专门组织各种类型的中小尺度天气的观测和试验。这些试验根据一定的目的,在一定的地点,一定的时间内完成。我国曾经有湘中中小尺度天气、华南前汛期暴雨、京津冀冰雹、甘肃中小尺度天气以及华东中尺度天气等试验。在国外,美国正在进行的强风暴和中尺度试验 (SESAME) 计划,这是目前规模最大的一次研究中尺度天气的联合行动。此外还有专门对下击暴流的研究计划 (NIMROD) 等等。因此,我们可以相信,通过今后深入而广泛的研究,关于中小尺度天气的演变规律,必将为人们进一步揭示和掌握,并能提出更有效的天气预报方法。

本书是为空军气象学院四年制本科班编写的。全书共分七章:第一章对流运动的动力和热力方程组,分别介绍适用于研究浅对流和深对流的简化方程组。第二章制约对流发展的主要因子和过程,主要阐述对流发展的动力和热力条件。第三章中小尺度天气系统,介绍与对流

天气有关的中小尺度天气系统的结构、天气,及其生成、发展和移动机制。第四章锋和气旋的中尺度结构,着重讨论大尺度锋和气旋中的中尺度特征及其影响系统。第五章下垫面对对流天气的影响,主要介绍地形对对流天气的作用,以及在地形影响下产生的中小尺度天气系统和天气现象。第六章中尺度天气分析,介绍中尺度天气分析的特点和方法。第七章对流性天气的预报,联系对流天气出现的物理条件,介绍对流天气的预报和监视方法。由于作者水平有限,书中必有不少缺点,希读者多加指正。

在编写的过程中,承蒙高原大气所雷达组提供有关雷达回波照片,本院张丙辰教授热情指导,何齐强、陈永胜和陈丽珍同志提出宝贵修改意见,沈奎庚等同志绘制了插图,在此向他们表示衷心的感谢。

作 者

1982 年 7 月

目 录

前言

第一章 对流运动的动力和热力方程组	(1)
§ 1 对流云的一些观测结果及其主要特征	(1)
§ 2 包辛内斯克近似	(4)
§ 3 包辛内斯克近似的推广	(10)
第二章 制约对流发展的主要因子和过程	(13)
§ 1 静力稳定度	(13)
§ 2 云外下沉气流	(15)
§ 3 挟卷过程	(17)
§ 4 风的垂直切变	(22)
§ 5 对流云的合并	(29)
§ 6 对流活动的反馈作用	(34)
第三章 中小尺度天气系统	(42)
§ 1 雷暴高压	(43)
§ 2 飑锋	(46)
§ 3 局地强风暴	(52)
§ 4 飑线	(67)
§ 5 中尺度低压	(85)
§ 6 重力波	(88)
§ 7 下击暴流	(96)
§ 8 龙卷	(100)
第四章 锋和气旋的中尺度结构	(111)
§ 1 锋面气旋的中尺度结构	(111)
§ 2 梅雨锋雨带的中尺度结构	(118)
§ 3 台风的中尺度结构	(121)
第五章 下垫面对对流天气的影响	(128)
§ 1 地形影响对流天气的几种作用	(128)
§ 2 海风锋	(132)
§ 3 地形波	(134)
§ 4 城市热岛效应	(142)
§ 5 下坡风	(152)
第六章 中尺度天气分析	(163)
§ 1 基本气象资料的处理	(163)
§ 2 中尺度天气图的绘制	(167)
§ 3 中尺度天气的诊断分析	(172)
第七章 对流性天气的预报	(180)
§ 1 制约对流天气出现的物理条件	(180)
§ 2 暴雨和强对流天气物理条件的差异	(196)

§ 3 对流天气的预报	(199)
§ 4 对流天气的监视	(221)
参考文献	(227)

第一章 对流运动的动力和热力方程组

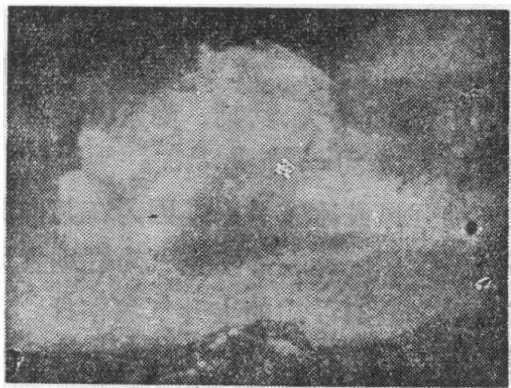
从人造地球卫星或空间飞行器上看地球,所见到的最明显的景象是地球上有云覆盖。任何一瞬间,地球上总有一半面积被云遮蔽,在热带和中纬度的一些地区则有许多对流云。本章首先介绍对流云的一些观测结果和特征,并根据这些特征加以尺度分析,建立描写对流运动的动力和热力学方程组。

§ 1 对流云的一些观测结果及其主要特征

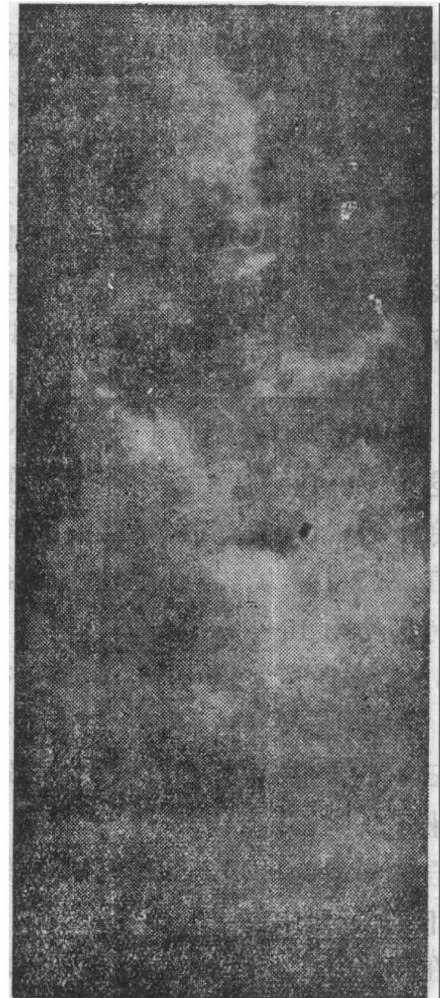
暖湿而有浮力的气块,在不稳定的环境大气中局地上升,产生对流云。这种云的直径在0.1到10公里之间,云中上升气流速度有每秒几米的量级。在大的对流云系中,上升气流速度甚至可达每秒几十米。这些上升气流速度能造成量级为 1克/米^3 的液态含水量,有时还能出现远大于此的含水量。对流云的生命期可从几分钟到一小时。图1.1是一块积云发展的一



(a) 11 时 49 分



(b) 11 时 58 分



(c) 12 时 05 分

图 1.1 一块积云的发展过程

个例子。这块积云从上午 11 时 49 分开始发展,到 12 时 05 分消散,共经历了 16 分钟[1]。一块积云常常是由很多个云泡堆积而成,这些云泡可以相继地发展,它们的生命期更短,一般只有几分钟。图 1.2 是一块积云中两个云泡相继发展的例子。

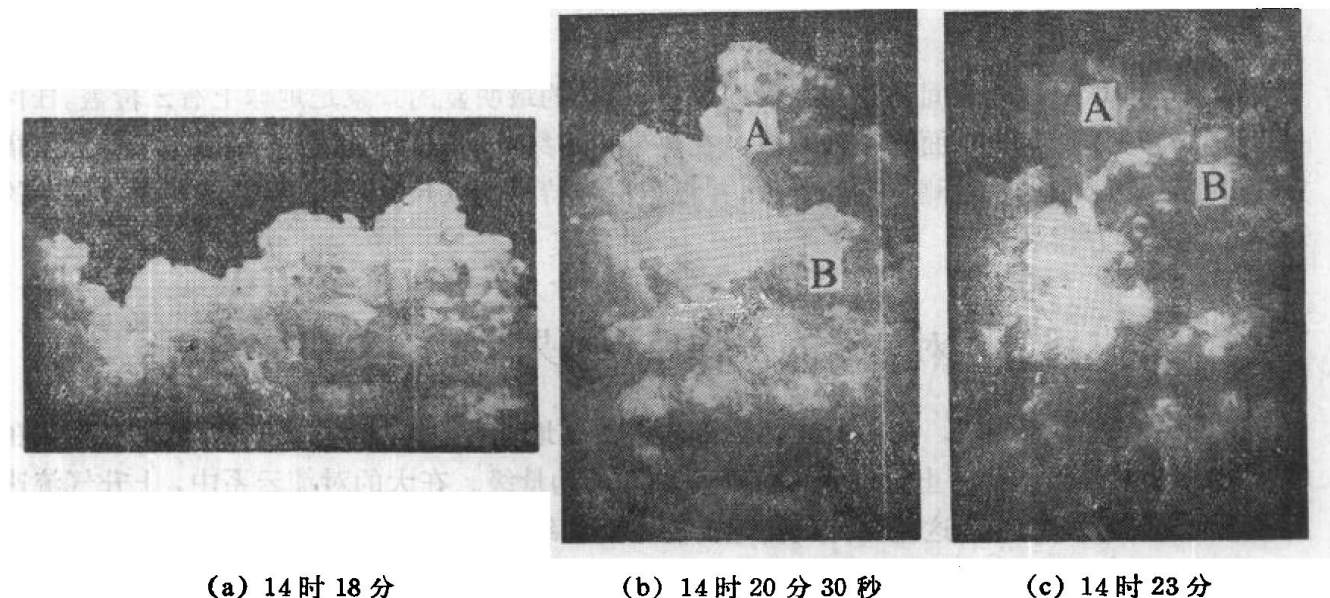


图 1.2 两个云泡 (A, B) 的相继发展

如果积云发展成阵雨云或雷暴云,它们的生命就要长些,有时可以长达 1—2 小时。一块发展完整的气团雷暴云,生命史可以分成三个阶段^[2]:

1. 形成阶段 这个阶段的特征是,云中所包含的空气全部为暖湿而有浮力的上升空气。在云内,空气上升速度很快随高度增大。在云的侧缘发生挟入大量环境空气的挟卷现象。云顶向上伸展的速度可达 10 米/秒的量级。由于上升气流速度很大,所以在冻结层上方,可能存在过冷却雨滴。从外形上看,云顶呈圆弧状,云体耸立成塔状。这个阶段的持续时间约为 15 分钟左右。它基本上是淡积云向浓积云发展的阶段。

2. 成熟阶段 这是浓积云向积雨云发展的阶段。这时云中最大上升气流速度出现在云的中部,并且除了有系统的上升气流外,也出现了有系统的下沉气流。下沉气流与降雨区相重合。这个下沉运动是由雨滴降落时拖带作用所造成的。干的环境空气被卷入下沉气流的外侧,而云底下的未饱和空气因下落的雨滴发生蒸发而冷却。有时,所造成的蒸发却可大大地加强下沉气流的负浮力。这个阶段的后期,有时从外形上看,云顶向两侧延展成砧状。这个阶段的持续时期约为 15—30 分钟。

3. 消散阶段 这一个阶段的特征是云中均为有系统的下沉气流,或者至少在云的低层是如此。这时由于没有过饱和上升空气的来源,云滴就不能再增大,结果,降水就此很快停止,残余云体不久也蒸发消失。消散阶段的持续时期可以长达 30 分钟。

上述气团雷暴云的生命史很短,不常产生破坏性强风或冰雹。这是因为在其内部包含了一种自我崩溃的机制,即由雨水下泻所造成的下沉气流。因而在环境空气为弱垂直风切变的情况下,雷暴云中由上升气流造成的降水下落,必然破坏具有浮力的上升气流本身。

在环境空气具有较强垂直风切变条件下发展起来的强雷暴云或对流风暴,同上面所说的气团雷暴云有明显的不同。其主要特点是:(1) 有一支倾斜的上升气流,倾斜方向或沿盛行风方向,或逆盛行风方向。这使降水质点主要在上升气流的外面下降,而不致因降水拖带作用使上升气流减弱。上升气流可达到很强的强度(20—30 米/秒)。(2) 这种风暴能自己组织起来,

使上升气流和下沉气流长时期的共存,而不象普通雷暴那样相互干扰。从而维持稳态结构,生命期可达几小时,比前述的普通雷暴生命史长得多。这种风暴云的直径可达几十公里。

图 1.3 是从地球静止卫星见到的处于不同发展阶段的几个对流风暴^[3]。在图上最上方(最大)的云块,实际上是一个在衰亡中的风暴。紧接此云块下方的一些较密实的小云块正处于发展为对流风暴的过程中。其中有一个,在这张照片以后几小时产生了一个龙卷。



图 1.3 1975 年 4 月 24 日 17:25 CST 在美国密苏里州上空的对流风暴,是地球静止卫星用可见波长向北摄得的照片。

(较大的风暴的水平尺度量级约为 40 公里,图象的水平分辨率约 1 公里,在对流风暴两侧可见到小而特别亮的云块,它们是一些孤立的雷暴单体)

图 1.4 是侦察飞机飞行于 500 毫巴等压面附近向东看时所见到的一个强对流风暴。在沿风暴南(右)侧,可以清楚地看出上升气流。紧接此照片以后,飞机从云砧下方飞到上升气流的左方时,遇到了大雹。

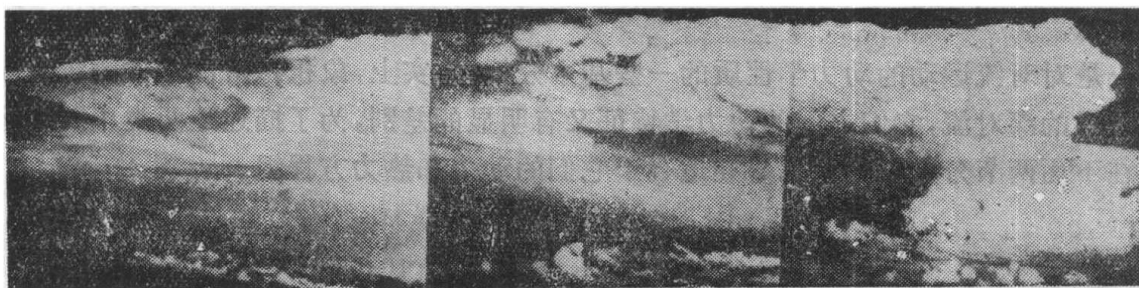


图 1.4 1965 年 5 月 5 日 19:15 CST 美国气象局侦察飞机在堪萨斯州的萨莱纳(Salina)飞到约 500 毫巴面上向东所摄得的照片

(沿风暴南(右)侧的厚密云塔相当于上升气流。可以看出在云砧上向下凸出的悬球状云)

从以上的一些观测结果可以看出,积云单体和对流风暴等中小尺度运动的空间和时间尺度与大尺度运动不同,因而它们的动力学性质与大尺度运动相比,也有很大的不同。例如,从对流运动来说,对流中上升运动最强的部分,温度最高,下沉运动的最强部分,温度最低,说明在对流的发展中,浮力是很重要的;另外,水汽相变时的潜热释放,是对流发展的根本动力。由于这些原因,描写对流运动的动力和热力方程组,就不同于描写大尺度运动的方程组。我们

需要针对对流运动的特点,对普通的大气运动的动力和热力方程组加以处理,建立适合于研究对流运动的方程组。

如果大气运动的水平特征尺度为 L ,垂直特征尺度为 H ,水平特征速度为 V ,垂直特征速度为 W ,可用下面的罗斯培(Rossby)数和弗罗德(Froude)数两个无量纲数:

$$Ro = \frac{V}{fL}$$

$$Fr = \frac{W^2}{gH\Delta\rho/\rho} \quad (1.1.1)$$

来表征发生在地球大气中各种不同尺度运动的动力学特征。观测结果表明,对于象对流风暴这样的中尺度系统, $L \sim 10^4 - 10^5$ 米, $H \sim 10^4$ 米, $V \sim W \sim 10$ 米/秒。一般的雷暴单体 $L \sim H \sim 10^3 - 10^4$ 米, $V \sim W \sim 10$ 米/秒。根据这些特征值,小尺度的对流运动, Ro 为 $10^1 - 10^2$,因而在水平运动方程中可略去因地球自转产生的科里奥利力。但在中尺度运动中 $Ro \sim 10^0 - 10^1$,因而对于水平尺度较大的对流系统,这种影响不能略去。

为了估计对流运动中的 Fr 数,下面改变垂直运动方程中的气压梯度力项的形式。令

$$\rho(x, y, z, t) = \rho_s(z) + \rho'(x, y, z, t) \quad (1.1.2)$$

ρ_s 为密度在水平方向和时间的平均值,它只是 z 的函数, ρ' 为对平均密度的偏差值。同样,

令

$$p(x, y, z, t) = p_s(z) + p'(x, y, z, t) \quad (1.1.3)$$

$$\text{并且气压平均值满足 } \frac{\partial p_s}{\partial z} = -\rho_s g \quad (1.1.4)$$

由此垂直运动方程等式右端项:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g = -\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho'}{\rho_s} g \quad (1.1.5)$$

因而垂直运动方程中的加速度,可表达为由气压偏差值垂直梯度和重力浮力决定。观测事实表明,对于对流运动,重力浮力项是十分重要的,在(1.1.5)式中, $\frac{\rho'}{\rho_s} \sim 10^{-3}$,于是,在对流运动中的 $Fr \sim 10^0 - 10^1$,运动是非静力平衡的,在垂直运动方程中,惯性力必须保留,不能应用静力平衡近似。

以上是对对流运动的动力学性质的一些基本分析,事实上,象积云对流这样的浅对流与对流风暴这样的深对流,它们之间的动力学特征又有明显的差别,为了描述这两类不同的运动,我们将在下面两节分别讨论如何建立适合于它们的动力和热力方程组。

§ 2 包辛内斯克近似^[4]

在中小尺度运动中,象积云对流,海陆风环流,边界层急流中的重力波活动等各种运动,它们都是发生在浅层内的运动。在这种情况下通常可用包辛内斯克(Boussinesq)近似简化大气动力学和热力学基本方程。

为了对基本方程组进行简化,将热力学变量 f (如气压 p 、密度 ρ 、温度 T 等)写成平均量 f_s 和扰动量 f' 之和,而平均量只是高度 z 的函数,扰动量是 x, y, z, t 的函数,即

$$f(x, y, z, t) = f_s(z) + f'(x, y, z, t) \quad (1.2.1)$$

其中平均量是满足原来方程式的,而扰动量则可以由方程的简化而推得的。

在大气中,平均热力学变量具有这样的特性,它在垂直方向变化的尺度与其本身的尺度具有相同的量级。例如对于气压 p , 有:

$$\frac{1}{p_s} \frac{\partial p_s}{\partial z} \sim \frac{1}{\bar{p}_s} \frac{\Delta p_s}{H} \sim \frac{1}{H} \quad (1.2.2)$$

其中 $\bar{p}_s, \Delta p_s$ 为 p_s 及其在垂直方向变化的尺度, H 为垂直方向的长度尺度。同理有:

$$\frac{1}{T_s} \frac{\partial T_s}{\partial z} \sim \frac{1}{\bar{T}_s} \frac{\Delta T_s}{H} \sim \frac{1}{H} \quad (1.2.3)$$

(1.2.2)和(1.2.3)式中反映热力学变量垂直变化的长度尺度 H , 通常称为标高 (*scale height*)。下面将会看到,它是我们简化方程的重要参数。

(1.2.1)式还可进一步写成:

$$f(x, y, z, t) = f_m + f_0(z) + f'(x, y, z, t) \quad (1.2.4)$$

式中的 f_m 是对 f 的空间平均值, f_0 是没有运动时的值,它只是 z 的函数。 f_m 与 f_0 之和就是(1.2.1)式中的 f_s 。这里是为了简单起见,认为 f_s 不随时间变化,并把静止大气作为基本大气状态。对于由运动产生的变量扰动值 f' , 作为对只依赖于 z 的基本状态的偏离值。将(1.2.4)式对 z 求导后,可得以下的关系:

$$\frac{1}{f_m} \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{1}{f_m} \frac{df_0}{dz} + \frac{1}{f_m} \frac{\partial f'}{\partial z} \quad (1.2.5)$$

(1.2.5)式右端第一项为平均热力学变量 f 随高度的变化,其垂直长度是由大气的标高 D_s 来度量的;第二项扰动量 f' 则是由扰动的垂直特征尺度来度量的。现将标高定义为:

$$D_s = \left| \frac{1}{f_m} \frac{df_0}{dz} \right|^{-1} \quad (1.2.6)$$

如果把研究的流体运动限制在一薄层 d 内,而 d 远小于标高 D_s , 即

$$d \ll D_s, \text{ 或 } \frac{d}{D_s} \ll 1 \quad (1.2.7)$$

那么,将(1.2.6)式代入上式后便得到:

$$d \left| \frac{1}{f_m} \frac{df_0}{dz} \right| \ll 1 \quad (1.2.8)$$

设 f 为密度,在薄层内由密度最大层至最小层(一般与薄层厚度 d 一致)对上式进行积分,则:

$$d \int_0^d \left| \frac{1}{\rho_m} \frac{d\rho_0}{dz} \right| dz \ll \int_0^d dz$$

于是有:

$$\frac{\Delta \rho_0}{\rho_m} \equiv \varepsilon \ll 1 \quad (1.2.9)$$

这里的 $\Delta \rho_0$ 是 ρ_0 在薄层内的最大变化量。如果考虑由运动产生的密度扰动量 ρ' , 其振幅是有限的,量级不超过静止大气中的变化值(观测资料证明 ρ' 不超过 $\Delta \rho_0$), 因而当满足(1.2.9)式时,必有:

$$\left| \frac{\rho'}{\rho_m} \right| \leq 0(\varepsilon)$$

同理,可以推出 $\left| \frac{p'}{p_m} \right| \leq 0(\varepsilon)$ 和 $\left| \frac{T'}{T_m} \right| \leq 0(\varepsilon)$ 的结果。这些结果说明了扰动量尺度与平均量

尺度间的关系,它们是简化基本方程的依据。

一、状态方程

$$p = \rho R T$$

将(1.2.1)式代入上式,并取对数后有:

$$\ln p_s \left(1 + \frac{p'}{p_s}\right) = \ln \rho_s \left(1 + \frac{\rho'}{\rho_s}\right) + \ln R T_s \left(1 + \frac{T'}{T_s}\right)$$

由于

$$\ln p_s = \ln \rho_s + \ln R T_s$$

故

$$\ln \left(1 + \frac{p'}{p_s}\right) = \ln \left(1 + \frac{\rho'}{\rho_s}\right) + \ln \left(1 + \frac{T'}{T_s}\right)$$

因为

$$\ln \left(1 + \frac{p'}{p_s}\right) \approx \frac{p'}{p_s} \approx \frac{p'}{p_m}$$

$$\ln \left(1 + \frac{\rho'}{\rho_s}\right) \approx \frac{\rho'}{\rho_s} \approx \frac{\rho'}{\rho_m}$$

$$\ln \left(1 + \frac{T'}{T_s}\right) \approx \frac{T'}{T_s} \approx \frac{T'}{T_m}$$

于是可得到:

$$\frac{p'}{p_s} \approx \frac{\rho'}{\rho_s} + \frac{T'}{T_s}$$

对于浅层运动,上式还可简写为:

$$\frac{\rho'}{\rho_m} \approx \frac{p'}{p_m} - \frac{T'}{T_m} \quad (1.2.10)$$

上式表明,密度扰动一方面受温度变化的影响,另一方面受气压变化的影响,前者反映了热膨胀效应,后者反映了压缩性效应。

二、运动方程

在水平运动方程中的水平气压梯度力,其中 $\frac{1}{\rho}$ 可以用 $\frac{1}{\rho_s}$ 来表示,其误差是非常小的,尽管大气中的密度变化是较大的,但在水平方向上,完全可以用某一高度上的平均值来代替它。但这并不意味着密度的扰动总是不重要的。当一个气块受到加热作用之后,就会发生密度的微小变化。当气块的密度与周围大气的密度有了差异时,在重力场的作用下,就引起了阿基米德浮力,这样,就引起了空气的垂直运动。由此可见,在垂直方向的运动方程中,密度扰动的作用就显得很重要了。因此,下面着重对垂直运动方程作一些分析和讨论。

垂直方向的运动方程为:

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g$$

上式右侧的气压梯度力项写成:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \approx \frac{1}{\rho_s} \left(1 - \frac{\rho'}{\rho_s}\right) \left(\frac{\partial p_s}{\partial z} + \frac{\partial p'}{\partial z}\right)$$

将上式右侧展开,引用静力学方程,同时略去扰动量的乘积项,如此有:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \approx -g + \frac{\rho'}{\rho_s} g + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p'}{\partial z}$$

* 为简单起见,在本节以后的推演中, f_s 一般不再简写为 f_m 。

将上式代入原来的垂直运动方程,即可得:

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho'}{\rho_s} g \quad (1.2.11)$$

上式右侧第二项表示由于密度扰动所引起的浮力作用,这就说明了在垂直方向上必须考虑密度扰动的作用。

通过(1.2.10)式还可将(1.2.11)式写成如下形式:

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho_s} \left(\frac{\partial p'}{\partial z} + \frac{p'}{H_m} \right) + \frac{T'}{T_s} g \quad (1.2.12)$$

这里, $H_m = p_m / g \rho_m = \frac{RT_m}{g}$ 表示均质大气高度。在静止大气中,静力学方程可写为:

$$\frac{\partial p_0}{\partial z} = -\rho_m g - \rho_0 g$$

或

$$\frac{1}{p_m} \frac{\partial p_0}{\partial z} = -\frac{g \rho_m}{p_m} - g \frac{\rho_0}{p_m}$$

根据标高的定义,上式即可改写成:

$$D_p^{-1} = H_m^{-1} + g \frac{\rho_0}{p_m}$$

从此式容易看出:

$$H_m \approx D_p$$

这就是说,大气标高是均质大气高度,它的值约等于 8 公里。

天气分析事实表明, $\frac{\partial p'}{\partial z} \sim \frac{p'}{d}$ 于是有 $\frac{\partial p}{\partial z} \gg \frac{p'}{H_m}$, 故在(1.2.12)式中,可略去等式右端括号中的 p'/H_m 项。于是,垂直运动方程写成另一种形式:

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p'}{\partial z} + \frac{T'}{T_s} g \quad (1.2.13)$$

这样,将简化后的运动方程表达为矢量形式有:

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho_s} \nabla_3 p' - \frac{T'}{T_s} \mathbf{G} \quad (1.2.14)$$

式中 ∇_3 为三维梯度运算符, $\mathbf{G}$ 是重力矢量, $\mathbf{V}$ 为速度矢量。对于中尺度运动,上式中再加上地球自转影响项。

三、连续方程

与密度有关的基本方程还有连续方程,在连续方程中,密度变化的作用如何?这也是需要加以分析的问题。

连续方程可以写成:

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \rho + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \right)$$

由于 $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ 和 $\mathbf{V} \cdot \nabla \rho$ 比方程中的其它各项通常要小 1—2 个量级,故可将上式直接简化为

$$\nabla_3 \cdot \mathbf{V} = -\frac{w}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z}$$

如果将上式化成无量纲方程:

$$D\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}}\right) + \frac{W}{d}\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}}\right) = \frac{\Delta \rho_0}{\rho_m} \frac{W}{d} \frac{\bar{w}}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{z}}$$

或

$$D\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}}\right) + \frac{W}{d}\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}}\right) = \varepsilon \frac{W}{d} \frac{\bar{w}}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{z}} \quad (1.2.15)$$

式中的 $D, \Delta \rho_0, \rho_m, W, d$ 均为方程各项的特征量,带“—”的量无量纲量, $\varepsilon = \frac{\Delta \rho_0}{\rho_m}$ 为小参数。

显然方程(1.2.15)等式右端项的尺度远小于左端的两项。

于是有:

$$D\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}}\right) + \frac{W}{d}\left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}}\right) = 0 \quad (1.2.16)$$

再回到有量纲方程,得到简化的连续方程为

$$\nabla_3 \cdot V = 0 \quad (1.2.17)$$

四、位温

$$\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^\kappa = \frac{p}{\rho R} \left(\frac{1000}{p} \right)^\kappa$$

$\kappa = R/c_p$ 。利用(1.2.1)式对上式再取对数后有

$$\ln \theta_s \left(1 + \frac{\theta'}{\theta_s} \right) = \ln \frac{p_s (1 + p'/p_s)}{R \rho_s (1 + \rho'/\rho_s)} + \kappa \ln \frac{1000}{p_s \left(1 + \frac{p'}{p_s} \right)}$$

$$\text{由于 } \ln \theta_s = \ln \frac{p_s}{R \rho_s} + \kappa \ln \frac{1000}{p_s}$$

$$\begin{aligned} \text{故 } \ln \left(1 + \frac{\theta'}{\theta_s} \right) &= \ln \left(1 + \frac{p'}{p_s} \right) - \ln \left(1 + \frac{\rho'}{\rho_s} \right) - \kappa \ln \left(1 + \frac{p'}{p_s} \right) \\ &= \frac{1}{\kappa} \ln \left(1 + \frac{p'}{p_s} \right) - \ln \left(1 + \frac{\rho'}{\rho_s} \right) \end{aligned}$$

又

$$\ln \left(1 + \frac{\theta'}{\theta_s} \right) \approx \frac{\theta'}{\theta_s}, \ln \left(1 + \frac{p'}{p_s} \right) \approx \frac{p'}{p_s}, \ln \left(1 + \frac{\rho'}{\rho_s} \right) \approx \frac{\rho'}{\rho_s}$$

$$\text{结果, } \frac{\theta'}{\theta_s} \approx \frac{1}{\kappa} \frac{p'}{p_s} - \frac{\rho'}{\rho_s} \quad (1.2.18)$$

式中 $\kappa = c_p/c_v$ 。利用(1.2.10)式,上式还可表达为:

$$\frac{\theta'}{\theta_s} \approx \frac{T'}{T_s} - \kappa \frac{p'}{p_s} \quad (1.2.19)$$

不过,从(1.2.12)式可知,有密度扰动的浮力项,对于对流运动的贡献,温度扰动 T' 的作用是主要的,它的大小可同 $-\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p'}{\partial z}$ 项相比拟,而气压扰动 p' 的作用,则要比它小得多。从该方程

看出对于密度扰动, p' 项相对 T' 项的贡献,其量级为 $0 \left(\frac{p'}{H_m} / \frac{p'}{d} \right) \sim 0 \left(\frac{d}{H_m} \right)$ 。如果将(1.2.18)

式代入(1.2.11)式将 ρ' 用 θ' 和 p' 表示,仍可得到类似的结果。也就是说,在影响密度扰动的两