

[美] P. L. Meyer 著

中山大学数力系《概率引论及统计应用》

翻译小组译



# 概率引论 及统计应用

高等教育出版社

021/43

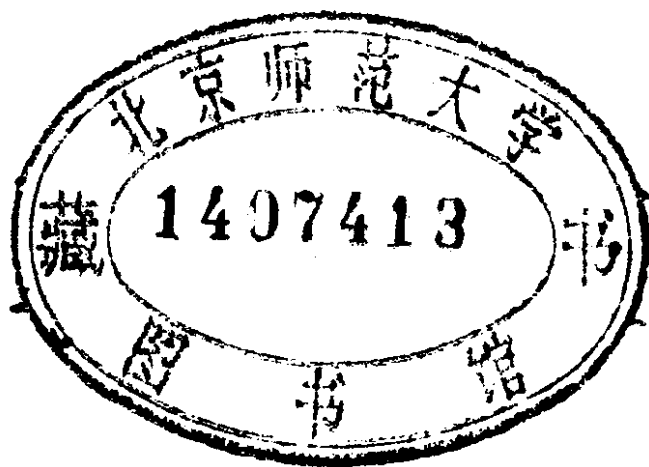
# 概率引论及统计应用

[美] P. L. Meyer 著

潘孝瑞 邓集贤 杨维权 许刘俊等译

潘孝瑞 校

111/190/15



高等教育出版社

## 内 容 提 要

本书根据美国 P. L. Meyer 著 Introductory Probability and Statistical Application 1972 年第二版译出。分为概率引言、有限样本空间、条件概率和独立性、一维随机变数、随机变数的函数、二维及高维随机变数、随机变数的进一步描述、泊松及其它离散随机变数、某些重要的连续随机变数、矩生成函数、在可靠性理论上的应用、随机变数之和、子样及抽样分布、参数估计、假设检验等十五章。只要求读者具有微积分的数学基础，可供理工院校及经济、工商管理有关专业师生参考。

## 概 率 引 论 及 统 计 应 用

[美] P. L. Meyer 著

潘孝瑞 邓集贤 杨维权 许刘俊等译

潘孝瑞 校

\*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

人民教育出版社印刷厂印装

\*

开本 850×1168 1/32 印张 15.125 字数 360,000

1986 年 8 月第 1 版 1986 年 8 月第 1 次印刷

印数 00,001—6,600

书号 13010·01102 定价 3.45 元

## 翻 译 说 明

本书系根据美国 P. L. Meyer 著《概率引论及统计应用》(Introductory Probability and Statistical Application)1972 年第二版译出。原书是理工科大学教科书，是一本较好的概率统计教材。它只要求读者具有微积分的数学基础。书中对比较深入的概念或按本书水平难以证明的定理，则尽量以“注”的形式给以直观的解释，易为初学者所接受。本书还有不少与社会经济管理有关的例子与习题，这使本书不仅适用于理工院校，还可供经济及工商管理有关专业作为教学参考书。

本书共分十五章。第一章由潘孝瑞翻译，第二、三章由余锦华翻译，第四章由陈巧华翻译，第五、六、七、八、十章由许刘俊翻译，第十一章由司徒荣、潘孝瑞翻译，第九及十二章由邓集贤翻译，第十三、十四、十五章由杨维权翻译，全书由潘孝瑞同志负责校阅。

译 者

1984. 3

## 第一版前言

这本教科书是为一学期或两个学季讲授概率论引论及其某些应用的一门课程而写的。必须先修课程是一学年的微积分，而不假定要有概率或统计的预备知识。这本教科书是在华盛顿州立大学讲授多年的一门课程的基础上发展而成的，该课程主要是为主修工程或自然科学的学生开设的。这些学生的大多数都只能花一个学期的时间学习本课程的内容。然而，因为这些学生对微积分是熟悉的，他们可以一开头就超出严格意义下的初等水平来学习本课程。

有很多数学课题可以在各个不同的水平上讲解，概率论当然也是这样。这本教科书试图利用读者的数学基础而不超过它。本书采用了准确的数学语言，但小心地避免过分陷入不必要的数学细节。十分肯定，这不是一本“食谱”。虽然很多概念是以非正式的方式引进并讨论，但对定义和定理是谨慎地叙述的。即或对一个定理不便或不想给出详细的证明，但重要想法的一个轮廓至少是给出来了。这本教科书的一个明显的特色是在大多数的定理和定义的后面加上“附注”。在这些“附注”中，从直观上对所提出的特殊结果或概念加以讨论。

由于我限制自己要对一个范围十分广泛的学科写一本相对简明的教本，因此对于某些课题的取舍不得不作很多选择。看来没有显而易见的方法来解决这个问题。我决不认为某些已舍去的内容确实无法安排，我也不认为教材中的内容一点也不可以省略。然而，教材的绝大部分着重于基本概念，对这些是叙述得相当详细

的。只有关于可靠性的第十一章可以看成一件“奢侈品”。但是即使如此，我仍认为与可靠性问题有关的概念对许多人来说基本上是很重要的。此外，为了说明在教本中早已引进的许多思想，可靠性概念是一件极好的工具。

本书所包括的范围虽然受到课时的限制，但在课题的选择上相当广泛。粗看一遍目录就可知道，本书的大约四分之三讨论概率的课题，而后面的四分之一专论统计推断。这种在概率与统计之间有所侧重的特殊划分，虽然并无不可思议之处，但我确实感到要适当地了解统计方法，对概率的基本原理掌握充分的知识是必不可少的。理想的办法是先开一门概率论，接着开一门统计理论与方法。然而，前面早已指出，大多数选读本课程的学生没有时间把两学期花在这门学科上，因此我不得不对统计推断一般领域内的某些较重要的方面作了最低限度的讨论。

对一门学科的内容的独特陈述可否成功，不应只从所学到的具体概念和所获得的专门技术来判断。最终的判断还必须考虑到学生在其继续学习这门学科——通过自学或增设的正式课程——时，准备得好不好。如果认为这条标准是重要的，那么就很清楚，应强调基础概念与基本技巧，而把高度专门的方法和课题置于次要地位。在决定应包括哪些课题在内时，这也是一个重要的因素。

概率论的重要性是不言而喻的。对于大量观察现象的研究，合适的数学模型是概率性的而不是确定性的。此外，统计推断的整个课题是以概率性的考虑为基础的。统计技术是科学家和工程师们最重要的工具之一。为了真正懂得使用这类技术，有必要对概率性概念有一个全面的理解。

希望读者除了熟悉许多专门的方法和概念之外，还要养成这样一种观点：概率性地思考问题，把诸如“这个部件能运行多久？”的问题改为“这个部件能运行 100 小时以上的可能性如何？”在很

多情况下,提出第二个问题可能不仅更适当,而且事实上是唯一有意义的。

概率论的许多重要概念,按传统方法,是用各种各样的“机会游戏”来说明的:例如,掷硬币或骰子,从一副纸牌中抽牌,轮盘赌等等。由于这类游戏能很好地说明基本概念,我没有完全避免提到它们,但我已试图让学生接触概率论应用中更合适的说明:从一放射性源放射出 $\alpha$ 粒子,成批抽样,电子装置的寿命以及有关部件与系统的可靠性问题,等等。

我不愿特别提到任何一本数学教科书都具有的一个最明显的特点:习题。但也许仍然值得指出,必须把做这些习题看作是本课程的一个组成部分。学生只有亲自参与提出和解决这些习题,才能真正加深对概念的理解和体会,并且熟悉有关的技巧。因此本书包含330多个习题,其中半数以上在书末提供了答案。除了为读者提供的这些习题外,还有很多已解出的例题分散在整本书内。

本书以相当连贯的方式写成:其中有很多章必须要在熟悉它们前面的各章后才能理解。但是,可以大致读一下第十章与第十一章,特别对愿以较多时间攻读统计应用(在第十三章到第十五章讨论)的读者,更可这样做。

跟每一个写教科书的作者一样,我应感谢很多人,感谢我的同事们给我很多鼓励和有帮助的谈话,感谢我自己的老师们在这门学科方面给我的知识和兴趣,感谢初稿的审阅者给予许多有益的建议和批评,感谢艾迪生-韦斯利(Addison-Wesley)出版公司从出版本书的开始阶段直至最后所给予的很大帮助和合作,感谢卡罗尔·斯隆(Carol Sloan)女士很有效和敏捷的打字,感谢D. 范·诺斯特兰德(D. Van Nostrand),弗里(The Free)出版公司以及麦克米伦(Macmillan)出版公司,承蒙它们分别允许复印表3,表6及表1;感谢麦格劳-希尔(McGraw-Hill)书店,牛津大学出版社,珀格

蒙(Pergamon)印刷有限公司以及普伦蒂斯-霍尔(Prentice-Hall)公司,它们允许我在书中引用某些例题,最后还得感谢我的妻子,她不仅能坚持紧张的生活,而且在夏季决定性的两个月内“离开我”并携带我们的两个孩子去外祖父家探亲,使我能在这期间把我们的家变为很凌乱然而安静的一间工作室,从那里不可思议地出现了本书的最后定稿。

保罗·迈耶(Paul L. Meyer)

普尔曼,华盛顿

1965年4月



## 第二版前言

鉴于过去几年间，从使用本书第一版的学生和教师那里收到了很多好评，我在这一版只作了较少的修改。当我自己重复使用本书时，我发现材料的基本组织和陈述的一般水平（例如严格的数学论点与较不正式的说明和举例相结合）对选读这门课程的那类学生正好是适用的。

然而，还是作了一些修改和补充。首先，已试图消除第一版中各种印刷错误和别的错误。作者极为感谢许多读者，他们不仅发现其中某些错误，而且还很关心地（把它们）向我一一指出。

其次，已设法让各种概率分布之间的关系能更清楚地显示出来，以便学生能更好地理解各种概率模型可以如何地用来彼此近似。

最后，在第一版已经很多的习题中增加了一些新的习题。

作者愿再次感谢艾迪生-韦斯利出版公司在各方面的合作，使此新版得以与读者见面。

P. L. M.

普尔曼，华盛顿

1969年12月

# 目 录

<b>第一章 概率引言</b> .....	1
1.1 数学模型.....	1
1.2 集合引论.....	4
1.3 非确定性试验的例子.....	8
1.4 样本空间.....	10
1.5 事件.....	13
1.6 相对频率.....	15
1.7 概率的基本概念.....	17
1.8 几点说明.....	21
问题.....	23
<b>第二章 有限样本空间</b> .....	27
2.1 有限样本空间.....	27
2.2 等可能结果.....	28
2.3 计数方法.....	30
问题.....	40
<b>第三章 条件概率和独立性</b> .....	44
3.1 条件概率.....	44
3.2 贝叶斯定理.....	52
3.3 独立事件.....	55
3.4 图解法; 条件概率和独立性.....	62
问题.....	63
<b>第四章 一维随机变数</b> .....	69
4.1 随机变数的一般概念.....	69
4.2 离散随机变数.....	76
4.3 二项分布.....	79
4.4 连续随机变数.....	85
4.5 累积分布函数.....	90

4.6	混合分布	94
4.7	均匀分布的随机变数	95
4.8	一点说明	97
	问题	98
<b>第五章</b>	<b>随机变数的函数</b>	<b>104</b>
5.1	一个例子	104
5.2	等价事件	104
5.3	离散随机变数	107
5.4	连续随机变数	110
	问题	116
<b>第六章</b>	<b>二维及高维随机变数</b>	<b>118</b>
6.1	二维随机变数	118
6.2	边沿概率分布和条件概率分布	125
6.3	独立随机变数	130
6.4	一个随机变数的函数	133
6.5	独立随机变数的积及商的分布	138
6.6	$n$ 维随机变数	142
	问题	145
<b>第七章</b>	<b>随机变数的进一步的描述</b>	<b>148</b>
7.1	随机变数的期望值	148
7.2	一个随机变数的函数的期望	156
7.3	二维随机变数	161
7.4	期望值的性质	163
7.5	一个随机变数的方差	170
7.6	一个随机变数的方差的性质	173
7.7	期望和方差的近似表达式	177
7.8	车贝谢夫不等式	180
7.9	相关系数	183
7.10	条件期望	188
7.11	平均值的回归	192
	问题	196

<b>第八章 泊松及其它离散随机变数</b> .....	202
8.1 泊松分布.....	202
8.2 泊松分布作为二项分布的一个近似.....	203
8.3 泊松过程.....	210
8.4 几何分布.....	217
8.5 帕斯卡尔分布.....	220
8.6 二项分布与帕斯卡尔分布之间的关系.....	222
8.7 超几何分布.....	223
8.8 多项分布.....	226
问题.....	227
<b>第九章 某些重要的连续随机变数</b> .....	232
9.1 引言.....	232
9.2 正态分布.....	232
9.3 正态分布的性质.....	233
9.4 正态分布表.....	237
9.5 指数分布.....	242
9.6 指数分布的性质.....	243
9.7 伽玛分布.....	246
9.8 伽玛分布的性质.....	248
9.9 $\chi^2$ 分布.....	250
9.10 各种分布之间的比较.....	253
9.11 二维正态分布.....	254
9.12 截尾分布.....	256
问题.....	261
<b>第十章 矩生成函数</b> .....	266
10.1 引言.....	266
10.2 矩生成函数.....	267
10.3 矩生成函数的一些例子.....	268
10.4 矩生成函数的性质.....	271
10.5 再生性质.....	274
10.6 随机变数序列.....	281
10.7 最后的说明.....	282

问题 .....	282
<b>第十一章 在可靠性理论上的应用</b> .....	285
11.1 基本概念 .....	285
11.2 正态失效律 .....	289
11.3 指数失效律 .....	290
11.4 指数失效律和泊松分布 .....	294
11.5 怀布尔(Weibull)失效律 .....	296
11.6 系统的可靠性 .....	298
问题 .....	303
<b>第十二章 随机变数之和</b> .....	309
12.1 引言 .....	309
12.2 大数定律 .....	309
12.3 二项分布的正态近似 .....	313
12.4 中心极限定理 .....	318
12.5 其它用正态分布近似的分布: 泊松分布, 帕斯卡尔分布与伽玛分布 .....	324
12.6 有限个随机变数之和的分布 .....	325
问题 .....	333
<b>第十三章 子样及抽样分布</b> .....	335
13.1 引言 .....	335
13.2 随机抽样 .....	337
13.3 统计量 .....	340
13.4 某些重要的统计量 .....	341
13.5 积分变换 .....	349
问题 .....	354
<b>第十四章 参数估计</b> .....	358
14.1 引言 .....	358
14.2 关于估计量的准则 .....	359
14.3 一些例子 .....	363
14.4 极大似然估计 .....	371
14.5 最小二乘法 .....	382

14.6	相关系数	387
14.7	置信区间	388
14.8	学生氏 $t$ 分布	390
14.9	再论置信区间	393
	问题	399
<b>第十五章 假设检验</b>		405
15.1	引言	405
15.2	一般的公式表示: 具有已知方差的正态分布	411
15.3	另外的几个例子	416
15.4	拟合优度检验	421
	问题	430
<b>参考书目</b>		434
<b>附录</b>		436
<b>部分问题的答案</b>		453
<b>索引</b>		464

# 第一章 概率引言

## 1.1 数学模型

在本章内我们将讨论在整本书中所涉及的那种类型的现象。此外，我们将把可以用来十分精确地研究这种现象的数学模型用公式表示出来。

一开始，十分重要的是把可观察到的现象本身跟这现象的数学模型区分开来。当然，我们不能影响我们所观察的现象。然而，在选择一个模型时，我们可以采取批判性的看法。对此，内曼(J. Neymen)教授曾经特别清楚地说明过，他写道\*：

“每当我们利用数学去研究某些观察到的现象时，我们必须首先为这些现象建立一个数学模型(确定性的或概率性的)。不可避免地，这个模型必须简化事物并且必须忽略某些细节。模型的成功与否要看所忽略了的细节对于所研究的现象在发展中是否确实是不重要的。数学问题的解答可能是正确的，然而它与观察资料也许还是很不一致，这只是由于所作的基本假设是没有把握的。在获得某些观察资料之前，常常很难肯定地说一个给定的数学模型是否合适。为了检查一个模型的正确，我们必须对这模型推断出若干结果，然后把这些预测的结果与观察的结果加以比较。”

当我们考虑某些观察到的现象与适合于描写它们的模型时，应该记取上述的思想。让我们首先来看什么模型可以合适地称为

---

\* 加利福尼亚大学统计学报, Vol. I, 加利福尼亚大学出版, 1954.

确定性模型。所谓确定性模型指的是这样一个模型，它规定：做一个试验时的条件决定这个试验的结果。例如，将一电池插入一个简单电路，那么可以预测电流量的数学模型就是  $I = E/R$ ，也即为欧姆定律。一给定  $E$  和  $R$  的值，这个模型立即预测出  $I$  的值。换句话说，如果上述试验重复多次，每次用相同的电路（即保持  $E$  和  $R$  固定不变），我们就能预期观测到同样的  $I$  值，可能产生的任何差异也是如此之小，使上面的描述（即模型）对于大多数目的都能满足要求。问题在于用来产生和观测电流的特殊的电池、电线和电流计以及我们使用测量仪器的技能决定了每次重复试验的结果。（在一次次重复试验时，某些因素可能很不相同，但是这不会对试验结果有显著的影响。例如，实验室的温度和湿度，或读电流计时人的高度都可以合理地假定它们对试验结果没有影响。）

适合确定性模型的“试验”，在自然界可举之例甚多。例如，万有引力定律十分精确地描述在某些条件下落体的情况。开普勒定律告诉我们行星运行的规律。在上述每个情况中，模型规定：使某些现象发生的那些条件决定某些所观察的变量的值，例如速度的大小、行星在某一时间周期内所扫过的面积等。这些数出现在我们熟悉的许多公式中。例如，我们知道在某些条件下一个物体（在地面上，垂直地）经过的距离是  $s = -16t^2 + v_0t$ ，其中  $v_0$  为初速度， $t$  为所经历的时间。我们希望集中注意的不是上述方程的特殊形式（即是二次的），而是  $t$  和  $s$  间存在确定的关系，当方程右端的那些量给定时，就唯一地确定左端的量。

上述确定性的数学模型，对于大量情形是能满足需要的。然而为了研究别的许多现象，还需要一种不同的数学模型。那就是我们将称之为非确定性或概率性模型。（另一相当通用的术语是随机性模型）在本章后面，我们将十分精确地考虑怎样才能描述这类概率性模型。目前，我们考虑几个例子。



假设有一块正在放射  $\alpha$  粒子的放射性物质。借助于一个计数器，我们也许能够把在一段规定的时间区间里放射出这种粒子的数目记录下来。显然，即使我们已经知道所考虑的物质形状、大小、化学成份和质量，我们仍不能精确地预测放射出的粒子数目。因此似乎没有合适的确定性模型能把放射出来的粒子数  $n$  表示为放射源物质的各种有关特征的函数。我们必须考虑一个概率性模型作为代替。

作为另一个例子，考虑下列气象学的情况。我们希望确定一个特殊风暴系经过某一指定地区时的降雨量为多少。有些仪器可用以记录降雨量。气象学的观测也许能对行将到来的风暴系提供很多情报：在各点的大气压力、气压的变化、风速、风暴起点和方向以及各种有关高空的读数。这种情报，对于预测降雨量的一般性质（例如小雨、中雨或大雨）也许是有价值的，但是它就是不能很准确地说明将有多少降雨量。这又是一个不适宜用确定性方法来处理的现象。而一个概率性模型就能较准确地描述这种情况。

如果已经有了计算降雨量的理论，原则上我们也许能说出下了多少雨，但实际上这种理论还没有，因此，我们采用一个概率性模型。在处理放射性蜕变的例子中，甚至在原则上，我们都必须采用一个概率性模型。

我们冒着风险提前来讨论一个在后面才能定义的概念，我们只是简单地说明，在一个确定性模型中假定了：进行一个试验或一个过程时所具备的条件决定实际的结果（数值的或别的）。然而，在一个非确定性模型中，试验的条件只决定观测结果的概率性情况（更明确地说，概率性规律）。

换句话说，在一个确定性模型中，我们采用“物理上的考虑”去预测结果，而在一个概率性模型中，我们用同样的考虑去确定一个概率分布。