VORLESUNGEN ÜBER APPROXIMATION IM KOMPLEXEN

〔德〕Dieter Gaier 著
沈燮昌 译

复变函数逼近论

[德] Dieter Gaier 著

沈燮昌 译

复变函数逼近论

VORLESUNGEN ÜBER APPROXIMATION IM KOMPLEXEN

湖南教育出版社

Vorlesungen über Approximation im Komplexen

复变函数逼近论

〔德〕D.Gaier 著

沈燮昌 译

责任编辑：孟实华

湖南教育出版社出版（长沙市展览馆路14号）

湖南省新华书店发行　湖南省新华印刷三厂印刷

1985年1月第1版　1985年1月第1次印刷

字数：180,000　印张：8.125　印数：1—4,400

〔湘教（84）11—1〕统一书号：7284·433　定价：平：1.30元 精：1.90元

内 容 提 要

全书共分四章。第一章介绍Hilbert空间中用正交级数和Faber级数逼近解析函数的问题；第二章介绍用插值法实现具体逼近的理论和方法。这两章是复变函数逼近论的经典问题的总结，写得非常精练，论证严格，富有启发性。第三、四两章介绍复平面紧集及一般闭集上的逼近问题，逐渐接触了复变函数逼近论中最新进展、研究的主要课题和方法。读者学完这两章后即可开始这方面的科研工作。

Vorwort zur chinesischen Ausgabe

Fast hundert Jahre sind vergangen, seit Runge den ersten allgemeinen Satz der komplexen Approximationstheorie bewiesen hat, und es ist erfreulich zu sehen, wie sich das Gebiet entwickelt hat und gedeiht. In meinen „Vorlesungen über Approximation im Komplexen" habe ich versucht, eine Synthese zu geben der konkreten, konstruktiven Aspekte der Theorie mit den mehr theoretischen Aspekten, die mit den Namen Mergelyan, Arakeljan, Roth und anderen verbunden sind.

Das Buch hat eine freundliche Aufnahme gefunden. Eine englische Ausgabe ist in Vorbereitung, und ich freue mich, daß nun von meinem Freund Professor Shen Xie-chang eine chinesische Ausgabe vorbereitet worden ist, die beim Hunan Educational Publishing House erscheinen wird. Ich hoffe sehr, daß diese Übersetzung die Forschung und Lehre auf diesem aktiven Gebiet in China fördern wird.

Die chinesische Ausgabe folgt der ursprünglichen deutschen Ausgabe. Es wurden jedoch mehrere Zusätze und Verbesserungen eingearbeitet und etwa 20 Zitate zu Arbeiten hinzugefügt, die inzwischen erschienen sind.

Giessen, im Juli 1983

Dieter Gaier

中 文 版 序

在复逼近中第一个最一般的定理Runge定理发表了近百年后，我很高兴地看到这个主题正在蓬勃地扩充并发展着。在我的“复变函数逼近论”中，我试图将这个理论的具体的结构观点与Mergelyan、Arakeljan、Roth及其他作者的有关理论观点结合起来。

本书是得到了称赞的。英文译本正在准备出版。现在，我高兴地得知中文译本正在由我的朋友沈燮昌教授翻译，并由湖南教育出版社出版。我非常希望这个译本将能促进中国在这个大有前途的数学领域中的教学与科研工作。

中文译本是根据德文原本译出的，但是补充了一些附注及作出了一些改进。此外还增加了在这个时期中出现的大约20篇论文。

D·加意耳

(D.Gaier)

1983年7月，基申

译 者 序

目前，在国内及国外已有不少关于实变函数逼近论方面的书籍，但是关于复变函数逼近论方面的书籍却寥寥无几．由西德数学家、基申（Giessen）大学教授D．加意耳（D.Gaier）所写的“复变函数逼近论”(Vorlesungen über Approximation im komplexen）是一本有关复逼近及插值的难得的好书．他在此书中以很少的篇幅介绍了复逼近与插值方面的很多内容：从经典的将复函数展开为正交级数或法贝尔(Faber)多项式级数到较为近代的从梅尔盖良(С.Н.Мергелян)定理出现以来的一些进一步的重要结果．内容丰富，书写精练，论证严密．它不仅包含有复逼近中一些分支的经典结果，而且还包有在经典结果的基础上进一步发展起来的近代成果．它不仅在理论上阐明复逼近的基本内容及方法，而且还介绍了复逼近在函数论的其他分支上——解析函数的边界性质、保角变换、函数的值分布理论等方面的应用，介绍了复逼近与复插值之间的联系．本书还介绍了很多近代文献．这就使本书不仅适用于复变函数逼近论的初学者，而且对于从事于复变函数逼近论研究的研究生及专家来说也会有很多收益的．任何一个学过大学中“复变函数”课程以及掌握“实变函数逼近论”中一些基础知识的读者都可以读懂此书．本书可以作为高年级大学生（只要用前二章就够了）以及研究生学习复变函数逼近的选修课教材．

当然，复变函数逼近所包有的内容很多，在这么少的篇幅中是不可能将其主要内容都包含在内的，这就需要另外再写有关书籍进行补充。

沈燮昌

1983年8月于北大

德文版序

本书主要是由两部分组成的，它们是由不同的原因而产生的，并且具有不同的兴趣。

第一部分是由第一章及第二章所组成，它包含复逼近的经典内容。这里，更多地是由结构的观点来描述：用级数展开(按正交多项式或按 Faber 多项式)或用内插法来逼近函数。这些内容的基础是一学期的讲课，这在基申(Giessen)曾多次地进行过。

第二部分是由第三章及第四章所组成，它是从我在奥勃瓦尔法赫(Oberwalfach)举行过的以题为"复逼近"的学习班上的报告而产生的，这在斯德哥尔摩(Stockholm)和巴塞得那(Pasadena)也短期地举行过。它的内容是从 Mergelyan (Мергелян)定理出现以来其重要的发展概况。这里首先研究在紧集上多项式及有理函数逼近的一般定理。然后再研究在紧集上或只在闭集上(在$\mathbf{C}$上或在一般的区域上)用亚纯函数、有理函数和全纯函数来进行逼近的结果，这些结果是与 Alice Roth 及 Arakeljan(Аракелян)的名字相联系的。最后的结果在构造能满足给定边界性质的全纯函数时是重要的，这个题目在最后部分将详细地进行研究。

第二部分在相当大的程度上是与第一部分独立的，因此对于

新发展有兴趣的读者可以从第三章开始阅读．当然，为了与本节的目标相适应，这里不可能包有所有的新结果，但是，我仍然力争处处为读者引进一些新的文献．详细的文献目录可以在本书的末尾找到。

D.加意耳

1980年夏天，基申

目　录

第一部分

用级数展开及插值进行逼近

我们更多地是从逼近论的结构观点开始。因此首先考虑级数展开以及内插法的种种不同的技巧。在后面的第二部分中，相反地，主要将研究存在性定理。

1

将复函数展开为正交级数及Faber级数

众所周知，级数展开是一个重要的方法，因为一个实的或复的函数可以用简单函数来进行展开。这里，一般地是考虑解析函数的展开，此时可以看出，复数域中的收敛性理论比实分析中的展开定理更为简单。作为引论，我们主要研究空间 $L^2(G)$中的展开，其中也介绍了Bergman 核函数，这在实际地得到保角变换时是重要的。此外，我们用一节来叙述将函数展开为Faber级数，用它可以得到一些有关于用多项式逼近函数的精度的定理。

这一章的参考文献是：Behnke-Sommer[22]，第三章 § 12及 § 13；Bergman[26]；Epstein[68]；Gaier[78]，第三章；Nehari[137]，第五章 § 10。