普通物理实验

孟尔熹 主编

山东省高等学校试用教材

普 通 物 理 实 验

孟尔熹 主编

山 东 大 学 出 版 社

普　通　物　理　实　验

孟尔熹　　主编

*

山东大学出版社出版

山东省新华书店发行　　安丘一中印刷厂印刷

*

开本 787×1092毫米 1/16　印张 21　字数 483千字

1988年9月第1版　　　　1988年9月第1次印刷

印数 1—9,000册

ISBN 7—5607—0088—8/O·6

定价：6.10元

编 者 的 话

本书是山东省实验教学研究会组织山东省有关高校的物理实验工作者，在总结多年来实验教学工作经验的基础上集体编写而成的。全书包括：力热实验、电磁学实验、光学实验三部分，共计58个实验。

本书主要是依据国家教委理科教材编审委员会实验教材编审组最近提出的大纲要求、及教委规定的实际教学时数和山东各校的具体情况而编写的。首先，我们对实验题目作了精心选择，既保留了一部分传统题目，又增添了一部分各校在实验教学改革中取得成绩的题目，在实验内容及实验方法上，尽量根据各高校共同的仪器设备，课程设置，吸取各高校之精华，努力使本书能反应出目前山东实验物理教学的水平。同时从提高学生解决实际问题的能力着手，努力克服以前在我国出现的忽视实验技巧的弊病。通过对各部分典型实验方法的归纳和总结，希望能使学生有所收益。另外，为了适应实验教学改革的需要，本书选取了部分设计实验，以使实验方法多样化，希望能在教学中收到良好的效果。

误差及数据处理既是实验教学中的重点又是难点。本书将其单独列为一部分，以供各校在适当时机教学使用。

本书由山东大学物理系副教授孟尔熹主编。其中误差与数据处理由孟尔熹、潘堆和统稿；力、热实验由傅吉孝、吕振洪、李玉芳统稿；电磁学实验由关福民、国克喜统稿。另外还有(按姓氏笔划排列) 王宝升、王杰民、孔德谦、刘亚大、刘学敏、刘维、吕正山、李月芹、何希庆、苏永道、林佩丽、张文忠、张国俊、张咸仁、武世文、金吉龙、杨作朋、秦世忠、郭承福、高伟等参加了实验的编写与绘图等工作。编写过程中还得到了许多院校老师的帮助，借此一并表示感谢。

编者

一九八八年四月

目　　录

第一部分　绪　论

第一节　为什么要学习物理实验

一、物理实验的地位和作用

以物质的存在形式、运动规律以及相互作用为研究内容的物理学，是建立在实验基础之上的。如所周知，经典力学是由牛顿奠基的。关于牛顿创立万有引力定律的经过，绝非从苹果的下落而悟出的道理。事实上牛顿在前人无数次观测实验和研究的基础上，穷二十年之功，反复总结所得出的结果。其中特别是伽里略的力学基本原理和开普勒的行星三定律成为牛顿理论的基石。伽里略是从自己大量的实验结果中总结出力学基本原理的；而开普勒的三大定律则完全依赖弟谷等人从1576—1596二十年间积累的大量精密天文观测数据，进行了四年的艰苦繁杂的计算，发现了火星运行的数据与传统理论之间存有8弧分的差异，就从这点差异入手，归纳出行星运行的椭圆轨道论，一举推翻了沿袭了二千年的天体圆周学说。牛顿则从动力学的观点，分析计算了维持月球椭圆轨道运行的动力是地球施于月球的引力，进一步证明了太阳以同样的力施于其他行星，才维持了行星的运转，从而创立了引力理论。1781年发现天王星后，观测的结果，轨道与牛顿理论不符，勒韦里耶认为这是由于更远处的一颗尚未发现的行星对其产生扰动而致的结果。他根据牛顿理论，算出了这颗未知行星的位置，1846年柏林天文台果然在预定的时间及预定的位置上找到了这颗行星，这就是海王星。海王星的发现，被认为是牛顿理论最光辉的证明。可见物理规律的发展，学说、理论的提出和创立，无不以严格的实验事实为依据，并得到实验的反复检验和仲裁，才被确认其真理性的。

物理实验既为开拓新理论、新领域奠定基础，又是丰富和发展物理学应用的广阔天地。任何理论用之于实际中，任何一种新技术、新产品的产生，无不经过大量的实验一再证实后才实现的。因此，实验是物理科学用于其他学科领域和生产实践中去的必由之路，是把物理学转化为生产力的桥梁。在科学技术高度发展的现代，在多学科领域、多种专业技术交叉的今天，这种桥梁作用尤为突出。

二、实验物理学的形成及其内容

与物理学发展的同时，实验综合了科学技术的成就发展形成了自身的科学体系，成为系统性较强的独立学科——实验物理学。它在内容上包括了许多物理课本所包括不了的理论、知识、方法和技能，主要归纳有以下几方面：

1．实验手段（仪器、设备）的发展，表现在从简单的测量仪器，发展为以机、电、光为系统的门类齐全，并日益扩展的仪器系列。精确度不断提高，适用范围不断开拓，自动化程度提高等，遥感、遥控、遥测技术的应用，使仪器已经从简单的物理原理脱胎出来，成为独立体系。

2．从对现象的观测、实验方案的设计、过程控制以及资料分析、结果归纳等一系列方法在前人积累和现代科学技术基础上，发展成较完整的系统。

3．综合了数学、物理等学科的成就，形成了实验的数据处理、误差分析的严格理论体系。并已有成效地指导着实验的各个环节使之顺利进行。

4．为解决各种精确测量和精密实验中的实际问题，综合利用了多专业学科和多种专业技术的交叉，而形成了实验物理学的独立的科学技术体系。

三、学习实验物理学的目的

1．学习实验物理学的基本理论、基本方法和基本技能。如反映物理模式的思维方法，实验模型的建立和设计、观察、测量、控制和调整的技巧和艺术，仪器的工作原理，误差理论，计算方法和数据处理，结果的科学分析方法等。这些内容都必须系统地学习，严格地训练，反复运用、总结、才能掌握。

2．学习运用理论知识对实验的指导。用正确的，严谨的思维随时分析判断、解释实验中出现的各种现象归纳出物理规律。学习物理实验不能停留在加深对课堂所讲的物理概念、定理、定律的理解，还应学习如何综合自已的知识、技能和灵活运用学到的理论知识，并从中深刻体会理论与实验的辩证关系，奠定下物理工作者实验研究的基础。

3．学习实验物理学，加深分析问题，解决实际问题的基本方法的训练。如从仅适应单一的、纯粹理想条件下的理论学习，到适应综合、复杂环境的问题得到较好的解决。

4．在实验练习过程中，注意培养探索、严谨、求实、效率等科学作风和工作态度。同时，对团结协作、勤俭节约、科学条理等优良品质得到培养，具备物理工作者的应有素质。

5．认真完成对基本仪器及基本实验方法的学习，提高实验技能，养成良好的习惯，为提高解决实际问题的能力打下良好基础。

6．努力提高实验测量的技能和水平。因为物理学的建立和发展都与测量紧密地联系在一起。从大量的测量数据中，总结出具有一般性的规律，进而建立起定理、定律、理论和学说正是科学发展的必由之路。

在现代科学技术中，测量对其发展的影响尤为突出。避免由于测量的不准或对数据处理不当而肇致重大科技工程失败已经成为头等重大的问题。测量水平已逐渐成为现代科技水平和工农业现代化的重要标志。

为了确保全国标准的传递和量值的统一，1984年2月27日国务院发布了《关于在我国统一实行法定计量单位的命令》。其中规定了《中华人民共和国法定计量单位》是以国际单位制为基础。物理量包括：长度（米）、质量（千克，公斤）、时间（秒）、温度（开尔文）、电流强度（安培）、光强度（坎德拉）、物质的量（摩尔）七个基本单位和平面角（弧度）、立体角（球面度）二个辅助单位及其它导出单位，并对各基本单位给出了严格的定义。对这些基本量的测量应特别重视。

第二节　有效数字

一、实验数据的读取

一般来说实验中的测量工作，是将待测量与标准量相比较，并求出其比值。这一测量过程可用公式表示为：

$$L = gu$$

式中L为被测量，u为测量单位，g为比值。在进行长度测量时，只读取有明确刻度的数值是不够的，还应对最小刻度的后一位进行估计。如对图2-1所示的例子来讲，不应将线段的长度只读为11.3，而还应包括最小分度后一位的估计值在内，而读成11.34。

我们定义凡能反映被测量大小的全部数字为有效数字，并称包含n个能反映被测量大小的数字为n位有效数字。对图2-1中的测量长度值11.34来讲，它是一个四位有效数字。同理，对测量值1.3852及0.0038432来讲，就都是五位有效数字。规定0.0038432为五位有效数字的原因，是因为其头上N个零只反映单位的大小，而不反映实际测量的大小。例如，对0.0038432米可等效为3.8432毫米。所以，有效数字的位数是从第一个不为零的数字算起的。

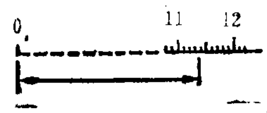


图2-1

当然并不是说零不算有效数字，例如10.30中的两个零，虽然其中一个处在中间，一个处在末尾，但因它们都反映了被测量的大小，故都属有效数字。

读取测量值时"应读到最小分度的后一位，而这后一位数又是凭估计得到的，它与前面几位有所不同，因此一个有效数字中的前面几位是确定的数（假定仪器本身是正确的），而最后一位是存疑的数，这是它与一般纯数学上的数不同的地方。

二、有效数字的运算

为获得实验结果，往往需要对测得的数据进行运算。如欲求长方形的面积，就要将测得的长度与宽度相乘，欲求两个线段的总长，就要将测得的两个线段求和等等。既然在读取实验数据时，规定应保留且只保留一位存疑数，那么在有效数字的运算结果中，也规定只保留一位存疑数应该是合理的。这样既不会丢失在测量中所获得的信息，也不会因保留太多不必要的数字而增加麻烦。下面将分别介绍有效数字运算的基本规则。

（一）加减法

在几个有效数字相加（或相减）时，其"和"（或"差"）应保留的末位数，由原来相加数中最大的那个存疑数决定。例如从下面的竖式中可看出，

$$\begin{array}{r} 13.604\underline{\underline{3}} \\ +15.4\underline{\underline{3}} \\ \hline 29.0\underline{\underline{3}} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 29.860\underline{\underline{7}} \\ -28.0\underline{\underline{1}} \\ \hline 1.8\underline{\underline{5}} \end{array}$$

13.6043+15.43应为29.03及29.8607-28.01为1.85。式中在每个有效数字的最末一位

数的下面标一符号“=”，表示该位是存疑的，显然“和”或“差”数中保留符号“=”以后的数是毫无意义的。

（二）乘除法

“当两个有效数字相乘时，其积的有效数位与两个相乘数中有效数位少的那个相同”。对这一规则的依据，可从下面的竖式中看出。

$$\begin{array}{r}
2.323\underline{\underline{5}} \\
\times\qquad 2.\underline{\underline{2}} \\
\hline
\underline{\underline{46470}} \\
+\ 4647\underline{\underline{0}} \\
\hline
5.\underline{\underline{1}}
\end{array}$$

当然也能举出另外的例子来说明上述规定的不全面。如 4.332×3.1 则由竖式中可

$$\begin{array}{r}
4.33\underline{\underline{2}} \\
\times\quad 3.\underline{\underline{1}} \\
\hline
\underline{\underline{4332}} \\
+1299\underline{\underline{6}} \\
\hline
13.\underline{\underline{4}}
\end{array}$$

看出，此时如只保留一位存疑数时，应取 13.4。而积的有效数位就比乘数中最少的二位数多一位，这多取的一位是由进位得来的。所以将上述规定改为“当两个有效数字相乘时，如没有进位，则积的有效数位与相乘数中有效数位较少的那个数的位数相同，如有进位可多取一位”也是可以的。但考虑到在几个数相乘时，每次要判断有没有进位比较麻烦，且在相乘过程中，原有存疑数的存疑范围会相应的扩大，特别在几个数相乘时存疑范围还会更大，故统一规定，相乘时不管有没有进位，“积的有效数位与相乘数中有效数位少的那一个相同”还是合适的。同时为了不致丢失信息，在运算的过程中，常比规定多保留一位有效数字，是很有必要的。

根据以上原则，对一些常用函数的有效数位的选取，可按下面的规定进行。如：

乘方是两个相同的数自乘，故x^2的有效数字的位数与x相同。

除法是乘法的逆运算，故也应按“两数相除时，其商的有效数位与两数中有效数位少的那个一样”。显然，$\sqrt{x}$的有效数位也应与x的有效数位相同。

以上讲的是有效数字的运算规则，但除此之外，计算中还有一些数学常数与物理常数，它们的有效数位可以有很多位。例如数学常数 2，它就是一个有无穷位有效数位的数，与2.0000……等效，所以2.33的两倍2×2.33，显然其积应该等于4.66，而不应只取一位数等于 5。除数学常数外还有一些物理常数，如π及h（普朗克常数）等，它们一

般有很多位有效数字，但不是无穷位，所以对它们取不同的有效数位时，不能通过加或减一个零来处理，如对π取四位有效数字时，应取3.142，而取五位有效数字时，就有$\pi=3.1416$。至于到底对它们取几位有效数字，要根据需要来定，一般常取其有效数位比与之参加运算的数多一位，如对3.56π中的π，就应取四位，

三、数字的截尾规则

在数据处理时，经常要截去多余的尾数，一般截尾时以"尾数大于五进，小于五舍，等于五时取偶"来定。这个原则比过去习惯规定的四舍五入的截尾规则更合理，这可由下面的分析看出。如按四舍五入来截尾时，数字2可能是由下面这列数1.5，1.6，1.7，1.8，1.9，2.0，2.1，2.2，2.3，2.4截尾而得到，撇开1.5这个数不计，其它几个数的平均正好为2，加1.5后，其平均数就比2偏小。如按前述规定，则2是由1.5，1.6，1.7，……2.0，……2.4，2.5截尾得到，平均正好是2，截尾时尾数的进与舍机会均等，这就更合理了。

"逢五取偶"是为了避免重复进位而设的。例如对2.44445这个数来讲，如按"逢五取奇"来舍取，则第一次要取五位有效数字，截尾后就应写作2.4445，第二次再进一步截尾成四位有效数字时，将为2.445等等。这就与直接截尾成四位数时所得的2.444相矛盾，故规定所需截去的尾数正好等于五时，截尾后的最后一位应取偶数。

根据以上的截尾原则，将下列数截去尾数成四位有效数字时，应有

$$2.34526 \longrightarrow 2.345$$
$$2.34550 \longrightarrow 2.346$$
$$2.34650 \longrightarrow 2.346$$
$$2.346501 \longrightarrow 2.347$$

四、数字的科学记数法

在乘除和开方等运算中，对数字采用科学记数常是比较方便的。所谓数字的科学记数法即是将数字分成两部分。第一部分表示有效数字，且书写时只在小数点前保留一位数，如写成3.46，5.894等。第二部分表示单位，且以10的n次幂来表示，如写成10^{-3}，10^{4}等。从下面的例子不难看出这种表示法的优点。

如可将

$$0.000345\div139\longrightarrow3.45\times10^{-4}\div1.39\times10^{2}=(3.45\div1.39)\times10^{-6}$$
$$0.00173\times0.0000134\longrightarrow1.73\times10^{-3}\times1.34\times10^{-5}=(1.73\times1.34)\times10^{-8}$$
$$\sqrt{0.000846}\longrightarrow\sqrt{8.46\times10^{-4}}=\sqrt{8.46}\times10^{-2}$$

练习

（一）试计算以下几个式子的结果

1. $57.6342\times1.8=$
2. $(180.64-76.3)+(11.82-10.93)=$
3. $18.64+22.36\times2.2=$

4. $5.8631\times2.34-11.54=$

5. $(53.46-53.28)+53.46=$

（二）试将下列数据截尾成四位有效数字

15.6432——→

15.8650——→

63.451kW——→

0.0158449——→

第三节　随机误差的估算

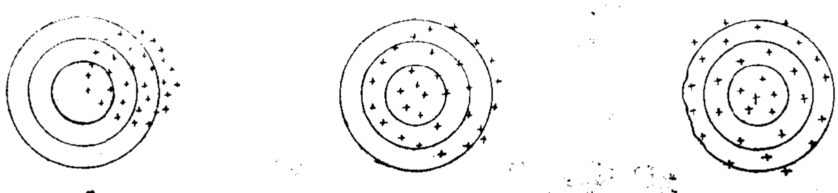
实验时，由于受到周围环境、仪器稳定性及实验者主观因素等影响，往往使所得的实验值，并不恰好就等于被测对象的真正数值（简称真值），而存在误差。如设实验值为x（可以是测得的，也可以是给定的），相应的真值为x_0则可定义实验值与真值之差

$$\delta=x-x_0$$

为误差。有时也定义$\varDelta=x_0-x$为校正量，它表示对x经过校正后得到真值，即有$x_0=x+\varDelta$。显然，校正量与误差之间只差一个负号

能引起实验误差的原因很多，且可根据误差的特性，将误差分成几类，在详细介绍误差的分类与估算之前，先以打靶为例，来定性的加以说明。

在打靶时，因风向、光照、周围环境、枪支质量及射击者本人的情况等等因素，使n次射击中，不可能每次都击中靶心。如出现图 3-1 所示的三种结果，应如何评价射击质量呢？



a　　b　　c

图 3-1

如单从射击的离散性来衡量时，显然会认为a最好、b次之而c最差。但谁也不会认为a的射击质量是高的，它的着弹点虽密集，但却都偏向一边。如从射击的准确性（即着弹点离靶心的平均位置）来衡量时，从图中不难看出，此时应认为c最好，b次之而a最差。如果把这两方面结合起来，从总的方面来衡量时，又会对不同的要求而得到不同的结论。如以射中靶心的那个圈为准时，将有b最好，c次之而a最差。如以射中里面的三个圈来衡量时，却应认为c最好，b次之而a最差。

与评价射击质量相类似，一般在评价实验质量时，基本上也是从三个方面，即离散性、准确性及在一定条件下的综合效果来衡量。

因为引起实验数据离散的原因，是由许多微小的、独立的因素综合产生的，它属随机误差。而准确性是由某种有固定规律的倾向所决定的，它属系统误差。并常以随机误

差与系统误差的综合效应来描述总的实验质量。

在误差理论中，常用精密度来定量的描述随机误差或数据离散的大小；用准确度来定量的描述系统误差或数据平均偏离真值的大小；而用精确度来定量的描述这两部分误差的总和。

基于随机误差与系统误差各自反映误差的不同方面，又各有自己的特点与处理方法，同时它们又都是误差的一个侧面，相互之间有密切的关系。故下面对它们先分别进行介绍，然后再对它们的相互影响和综合效果进行分析。

当然除了介绍随机误差与系统误差之外，下面还将介绍过失误差的剔除方法，这种误差是由于突变的因素(如突然振动等)或实验者的疏忽引起的，有时又将过失误差称为粗差。

一、随机误差的统计规律

随机误差是由许多微小的独立的因素综合产生的，这就使每次测量所产生的误差，其大小与正负事先很难预料而有随机性。有时也因为这类误差的取值与正负具有一定的偶然性，因而称其为偶然误差。但这偶然两字决不是指误差是偶然产生的，因每次测量必然都有误差，也不是指这些误差的出现没有一定的规律性。下面将会看到，在大量的重复测量中，这类误差都遵守一定的统计规律。故从这两个方面来看，将这类误差称为偶然误差就不如称为随机误差确切了。

对随机现象来说，其每次的取值虽有一定的偶然性，但在大量重复时，每个随机事件出现的概率都是一定的。例如抛掷硬币时，每次落下后，究竟币值面朝上还是朝下，事先很难预料，但在大量抛掷时，币值面朝上的频率(即币值面朝上的次数与总次数之比)却趋向一个稳定的值$\frac{1}{2}$，故可以认为抛掷硬币时，币值面朝上的概率是$\frac{1}{2}$。对随机现象中各种可能取值的情况，常用随机变量ξ(克西)来描述。例如抛掷硬币时，可认为币值面朝上的事件是$\xi=1$，而币值面朝下的事件是$\xi=2$，且有概率$P\{\xi=1\}=\frac{1}{2}$及$P\{\xi=2\}=\frac{1}{2}$。实验时随机误差δ可在某一个范围内取值，尽管每一次实际测量时，很难预料$\delta=?$，但如能知道对应每一个δ时的概率$P\{\xi=\delta\}=?$就可使对

ξ	1	2	3	4	5	6	……
$P(\xi)$	0.02	0.04	0.08	0.12	0.10	0.09	……

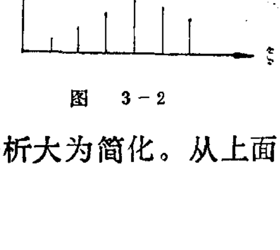


图 3-2

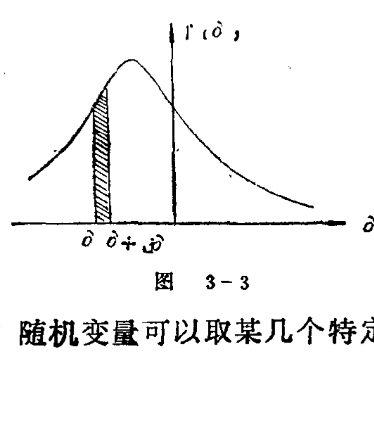


图 3-3

误差的分析大为简化。从上面举过的例子可以看出，随机变量可以取某几个特定的值，

如$\xi = 1, 2, 3, \cdots\cdots$，也可以在某一个范围内连续取值，前者相当于是离散型的随机变量，后者相当于是连续型的随机变量。

用随机变量来描述随机现象时，如能将每个随机变量下的概率$P\{\xi\}$列成表格，并画成对应的如图3-2所示的图线时，就可使其规律更清楚的表示出来。

对于连续型的随机变量，就难以用ξ取某一个值时的概率来描述了，但可以用一个概率密度函数$f(\delta)$来表示。$f(\delta)$表示在$\delta \sim \delta + d\delta$范围内的平均概率，即有

$$f(\delta) = \frac{P\{\delta \sim \delta + d\delta\}}{d\delta}$$

即

$$P\{\delta \sim \delta + d\delta\} = f(\delta)\ d\delta$$

或可简写为

$$P\{\delta\} = f(\delta)\ d\delta$$

且此时可用图3-3所示的曲线来表示$f(\delta)$与δ的关系。图中曲线下面在δ——$\delta + d\delta$范围内所划出的阴影部分即是$P\{\delta\}$。

如能将随机现象不仅用图线，而且用公式表示出来时，就可进一步对随机现象进行定量的描述了。

实验时碰到的问题是各种各样的，它们所遵守的统计规律也各不相同。但大量的实验与理论都证明，如随机误差是由大量的独立的微小因素综合产生的，其随机误差遵守正态分布（又称高斯分布）。而一般的物理实验绝大部分都属这种情况，故正态分布就成为物理实验中研究随机误差的主要规律。服从正态分布时的随机误差具有以下三个特性：

（一）单峰性。即小误差出现的概率比大误差出现的概率大。

（二）对称性。绝对值相同的正误差和负误差出现的概率相同；或讲在测量次数$n \to \infty$时有$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \delta_i \to 0$。

（三）有界性。超过一定大小的误差出现的概率趋于零，即误差只在某一个范围内取值。

对上述正态分布的特性还可用图3-4所示的图线及公式（3-1）表示。

$$f(\delta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\delta^2/2\sigma^2} \qquad (3-1)$$

式中$\delta = x - x_0$。

公式（3-1）中的$f(\delta)$为误差在δ—$\delta + d\delta$范围内的平均概率密度。它在$\delta = 0$时最大，即峰值等于$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$，且随着$\delta$绝对值的增大，向两边作对称的平方指数衰减。

这里还要强调一下，并不是在任何情况下，随机误差都只遵守如公式（3—1）所示的正态分布。如核物理实验中，有时要用泊松分布等。但一般的物理实验中，如不作特殊说明，就按正态分布来处理。故下面的分析将都按正态分布处理。而对其它分布，

将在后面介绍。

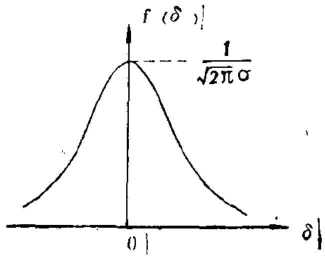


图 3-4

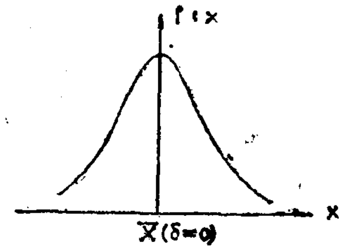


图 3-5

二、反映随机误差分布的两个特征数

从公式（3—1）可看出，误差正态分布曲线取决于两个特征数，其中一个是真值x_0，另外一个是标准误差σ（或方差$D=\sigma^2$）。

其中x_0就是被测量的真值，或当测量次数为无穷多时的测量平均值$\overline{x}$，它反映随机变量取值的几何中心位置。x_0（或$\overline{x}$）确定后，图3-4所示的正态分布曲线的中心位置就确定了，因$\delta=0$的位置即是$x=\overline{x}$（或x_0）的位置。

当然要使重复测量次数无穷多，实际上是做不到的，经常要用有限次测量所得的平均值$\overline{x}$来代替真值x_0，显然当测量次数不是无穷多时，所求得的$\overline{x}$并不就是x_0，它只能作为对真值的估算值，故由$\overline{x}=\frac{1}{n}\sum x_i$ （$n\neq\infty$）求得的平均值本身也是有误差的。

当用x而不用δ作随机变量时，正态分布曲线将如图3-5所示。

单用平均值$\overline{x}$来反映正态分布的特性是不够的。例如在下表中有三组数据，它们的平均值都为45.00，但这三组数据的离散程度却不同。

组　别	测量值(cm)									平均值(cm)
1	41.00	42.00	43.00	44.00	45.00	46.00	47.00	48.00	49.00	45.00
2	43.00	43.50	44.00	44.50	45.00	45.50	46.00	46.50	47.00	45.00
3	44.00	44.25	44.50	44.75	45.00	45.25	45.50	45.75	46.00	45.00

为此还要有第二个特征数“标准误差σ”来反映。按定义应有

$$\sigma=\sqrt{\frac{\Sigma\delta_i^{\ 2}}{n}} \qquad (3—2)$$

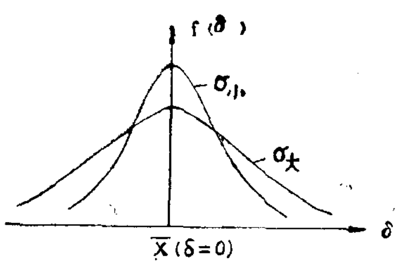


图 3-6

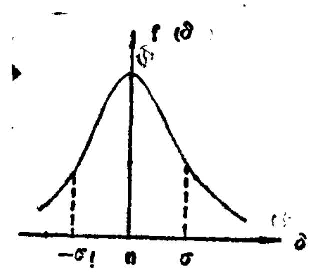


图 3-7

图 3-6 给出两条 $\overline{x}$ 相同，而σ不同时的正态分布曲线。显然对应σ小的分布曲线高而窄，测量数据较集中。而对应σ大的分布曲线矮而宽，对应的测量数据较分散。故标准误差σ是反映测量数据离散性的特征数字。

下面对标准误差的物理意义作进一步说明。

（一）由公式（3—2）求出的标准误差σ，只是在一定的概率水平下划出的一个误差区间。

根据随机误差δ的特性，它在测量过程中虽只能在一定的取值范围内取值，但不会是一个确定不变的数值。现算出了标准误差σ，它只可能在分布曲线图上定出两个确定的点 $-\sigma$ 及σ，如图 3-7 所示。显然不能认为随机误差σ就只取这两个值，也不可能认为δ的取值就只限制在 $-\sigma$ 到σ这个范围之内。如将δ落在 $-\sigma$ 到σ范围内的概率，通过公式

$$P\{-\sigma\leqslant\xi<\sigma\}=\int_{-\sigma}^{\sigma} f(\sigma)\,d\delta$$

代入 $f(\delta)$ 的表达式（2—1）进行积分，将有

$$P\{-\sigma\leqslant\xi<\sigma\}=\int_{-\sigma}^{\sigma}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma}\cdot e^{-\delta^2/2\sigma^2}d\delta$$

如设 $Z=\dfrac{\delta}{\sigma}$，则上式可写成

$$P\{-\sigma\leqslant\xi<\sigma\}=\int_{-Z}^{Z}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-Z^2/2}\cdot dZ$$

该积分为拉普拉斯积分，P与积分限 Z 之间的关系可查表得到。当取积分限 $Z=\dfrac{\delta}{\sigma}=1$ 时，通过查阅有关积分表，不难求得

$$P\{-\sigma\leqslant\xi<\sigma\}=0.683$$

所以，标准误差σ只表示在n个测量数据 x_i 中，只有68.3%的数据是落在 $\overline{x}-\sigma$—$\overline{x}+\sigma$ 范围之内，而还有31.7%的数据将处在这个范围之外。因此对特征数标准误差σ只能从统计的观点上去理解，不能认为随机误差δ就等于σ。而只能讲"有68.3%的把握，可以认为这组测量数列 x_i 的随机误差的绝对值 $|\delta|$ 不大于标准误差σ"。应明确σ只是在68.3%的概率水平上划出的一个误差区间。显然在同样是68.3%的概率水平下，σ大的数列其离散性就大（或精密度低）则是肯定的。

（二）标准误差σ反映的只是得到 $\overline{x}$ 的那组数列 x_i 的离散性，而不是 $\overline{x}$ 本身的离散性。

前面讲过，标准误差σ是一个反映随机误差δ的特征量，它表示在 n 次重复测量中所得的n个数据 x_i 中，有68.3%个数据将落在 $\overline{x}-\sigma$—$\overline{x}+\sigma$ 范围之内，故它可以用来反映测量数列 x_i 的离散性。在误差理论中常称它为测量列的标准误差，有时又称σ为单次测量的标准误差（注意不是指只测量一次的标准误差），后一种说法实际上是指在n次重复测量中，每个数 x_i（$i=1，2，\cdots\cdots n$）的误差的绝对值有68.3%的把握可以认为是小于σ的。