

# 光学计量仪器

第一輯

第一机械工业部上海光学仪器研究室編譯



上海市科学技术編譯館

## 前　　言

长度計量技术在近代工业和科学技术的領域里占据着非常重要的位置。长度計量技术所采用的原理及手段大致可分为：机械量仪、光学量仪、气动量仪和电子量仪等。其中光学量仪特別引起人們注意。这是由于：1. 在长度計量仪器的发展过程中，光学量仪的历史比之气动量仪和电子量仪悠久，因之不論是从结构或是从使用技术来看它都比較成熟；2. 光学量仪在引入光波干涉原理及使用衍射光栅之后，它的計量精确性一般已达到  $10^{-2}$  微米，有的仪器甚至达到  $10^{-3} \sim 10^{-5}$  微米的数量級，加之新光源（受激光发射器）及电子技术的迅速发展，扩大測量範圍及把測量結果进行数字处理、实现測量自动化等更有了长足的进步；3. 在光学量仪的发展过程中形成了一系列多用和专用的仪器，使解决长度諸单元参数的測量，例如：端度、角度、粗糙度、平面性及小孔等等，均有了較迅速和方便的方法。

目前光学量仪已形成了一門以光学原理为主并包括精密机械和电子学的一門綜合性技术学科，它所涉及的技术領域是非常广泛的，在理論及實驗技术方面都在迅速地发展着。

为此，本譯丛打算介紹一些国外光学計量技术的情况，以供从事科研、生产和教学的同志們参考。譯丛分为两輯。本輯共选譯了十二篇文章，其內容以干涉仪为主，大体上包括了用于測量綫紋尺、量块、角度及表面粗糙度等方面干涉仪，在测量原理及作用元件方面也略有述及。但由于水平及時間的限制，挂一漏万，在所难免，希望讀者及有关部門多提宝贵意見。

本譯丛承浙江大学、上海机械学院、上海市計量标准管理局等单位协助选題及譯校，謹此致謝。

編　者

光学计量仪器

第一辑

第一机械工业部上海光学仪器研究室编译

\*

上海市科学技术编译馆出版  
(上海南昌路59号)

商务印书馆上海厂印刷 新华书店上海发行所发行

\*

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 4 12/16 字数 150,000  
1965年7月第1版 1965年7月第1次印刷  
印数 1—3,000

编号 15·288 定价(科七) 0.70 元

## 目 录

|                                 |    |
|---------------------------------|----|
| 光学干涉測量中的极限精确度 .....             | 1  |
| 准直及斜射光在直角三棱鏡干涉仪中的影响 .....       | 6  |
| 测量长达 200 毫米刻尺的干涉方法 .....        | 12 |
| 用光波波长测定 1 米以下的标准尺之測量装置(一) ..... | 20 |
| 用光波波长测定 1 米以下的标准尺之測量装置(二) ..... | 26 |
| 一米干涉比較仪 .....                   | 33 |
| 長量块的干涉測量 .....                  | 36 |
| 干涉法应用于量块的日常成批測量 .....           | 39 |
| 量块測量干涉仪中用于条紋位移測量的简单装置 .....     | 47 |
| 測量角度的干涉方法 .....                 | 49 |
| 測量螺紋参数的干涉方法 .....               | 55 |
| 測量表面光洁度的干涉显微鏡 .....             | 61 |

# 光学干涉测量中的极限精确度

G. R. Hanes

本文利用表征光源、干涉仪和探测器的一些参数，求出了在某一类干涉方法中确定光子噪声条纹峰值的基本极限精确度。已經證明，只要应用适中的装置，在1秒的观察时间內就可以探查出 $10^{-10}$ 的程差变化。本文也討論了达到这种精确度所需要的某些实验条件。

## 导言

辐射能的微粒本质使在有限的观察时间內进行的任何光学测量，精确度\*都受到局限。甚至在理想的实验中，即是在所有光子都能够被有效地利用或“计算”的实验中，同一个量連續测量的结果也具有统计的宽度，即精确度是有限的。对任何特殊的测量方法都有可能计算出所希望的最大的理论精确度。将理论精确度与观察精确度相比較，可以看出实验者至少在消除可能影响结果的扰动效应起伏部分上成績如何；扰动效应的稳定部分（或偏压）会降低测量的准确度\*，而不会影响测量的精确度。原则上，这些扰动是能够消除的，不过它超出了基本量子极限精确度的討論范围。

近年来，根据已經取得了一致协议的国际计划，完成了一些最精细的干涉测量，以便提交国际度量衡會議利用 Kr<sup>86</sup> 6056Å 谱线在真空中的波长重新确定米尺。Kr<sup>86</sup> 6056Å 谱线辐射的波长曾在許多国家实验里以鎘的紅线测定过。这种比較的总准确度，根据在各实验里得到结果的符合程度来判断，大約 $3 \times 10^7$ ；某些个别結果所发表的精确度稍为高一点。

这里有一个問題，就是在这一类测量中如何联系到我們已經得到的理論极限精确度。在下节中，我們将詳細叙述和分析应用近代技术的某一类干涉方法，可以說它是部分地回答了这个問題。在那里，利用表征光源，干涉仪和探测器的一些参数求出了所預期的最大精确度。我們还从表出的函数形式中导出許多結果，并给出了一些数值的例子。因为理論精确度大大超过了現时获得的准确度，所以又討論了达到这种精确度所必須建立的某些实验条件。

我們所考慮的装置的一般形式簡图如图1。光源S由透鏡L<sub>1</sub>和L<sub>2</sub>成象在小孔A的平面上，小孔

A的中心在光軸上。光源每一点发出的光是以平行光束經過干涉仪I的，由干涉仪I出来的光束的直徑是D。干涉仪可以是法卜利-白洛标准具，也可以是如迈克尔逊双光束干涉仪，干涉仪的反射表面調節成与光軸垂直，因而产生会聚在A处的等傾条紋。干涉仪設有微調裝置，用少許地改变光程差的方法以微小地调节干涉級數 $\delta_n$ 。

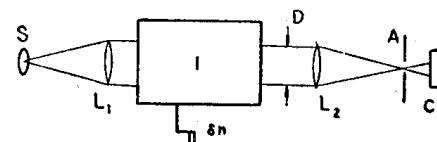


图1 实驗装置簡图

如果在干涉仪中，沿法線方向的光程差是 $2t$ ，那么在A处干涉圓环中心的干涉級數是

$$n = 2t\sigma \quad (1)$$

其中 $\sigma$ 是光譜線中心的波数（我們假設光譜線是对称的）。当 $t$ 改变时，通过A处的一个很小的小孔如图2所示的光强，为 $n$ 的函数。为了决定相应于初值 $t=t_i$ 的干涉級數 $n_i$ ，把 $t$ 减少一个量出的数量到 $t_0$ ，以使 $n$ 变为整数，正如图2中 $n_0$ ；图2中 $F(n)$ 有一个最大值，此即我們要确定的条紋峰值。要確定条紋峰值必須改变 $t$ ，因而就引起 $n_i$ 分数部分的产生，它等于 $2(t_i - t_0)\sigma$ ； $n_i$ 的整数部分能够用好几种方法得到，这里我們不予討論。

实际上确定条紋峰值的方法是比较相应于干涉級數 $n_s$ ,  $n'_s$  的强度 $F(n_s)$ ,  $F(n'_s)$ ； $n_s$ 与 $n'_s$ 对称地位于 $n$ 的两边，并与 $n$ 离开一定的距离。因为 $n=n_0$ 时，确定条紋峰值的标准显然是 $F(n_s)=F(n'_s)$ 。后

\* 在我們的討論中，精确度定义为名义上相同之测量的相对标准偏差的倒数，而准确度取作許多独立的观察者所得到的結果其相对宽度的倒数的量度

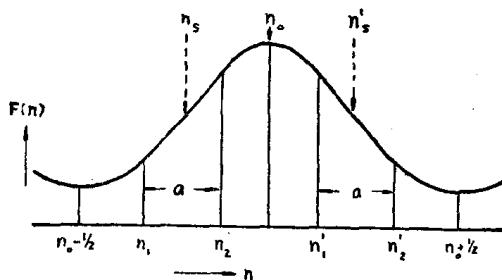


图 2 由  $A$  处小孔通过的光通量随着干涉級数变化的图示

而我們所作出的詳細分析表明：实际上  $A$  处的小孔不應該是很小的，而應該有适当的大小。根据我們前面的討論，由于不能够很准确地测定所需要的强度，因而对于条件  $n=n_0$  将会存在一定的最小誤差  $\delta n_m$ ；如果它大于探测器的无法避免的噪声量級，則它能够被探查出来。这样，能够决定  $n$  的最大精确度就是  $n/\delta n_m$ 。

Baird 曾經叙述过的一种基本上是应用上述方法的裝置 (1954)，所用的干涉仪是法卜利-白洛标准具。他以闪光的視覺探查方法来确定条紋的峰值， $n_s$  与  $n'_s$  之間的扫描有每秒 10 次的最小闪光 (10 周/秒)， $n_s$  与  $n'_s$  之間的扫描是以一个馬达带动的活塞改变空气压力来获得的。之后，有人使用光电探查的方法测定由于气体压力的变化而引起的某些水銀線的位移 (Baird 与 Smith 1957)。Terrien (1958b) 把这方法应用在迈克尔逊干涉仪上：首先在  $n_s$  然后在  $n'_s$  作出光电倍增管的靜讀數。他也曾經計算过当极限的噪声源来自 (a) 光阴极电流的散粒效应与 (b) 灯泡的起伏时，他的仪器預期的精确度。在我們下面的分析中，由于灯泡的起伏原則上是可以消除的所以基本上只限于前者的討論。在这基础上，我們求出了具有平面反射表面的双光束和多光束干涉仪的极限精确度，从而显示所求出的精确度与仪器参数的关系。

## 分 析

$A$  平面上 (图 1) 每一点，以它的角位移  $\phi$  来表示，角位移是以  $L_2$  的中心看到的与光軸的夹角。在角位移  $\phi_\varepsilon$  下的干涉級数小于中心干涉級数  $n_0$  一个量  $\varepsilon$ ，其中

$$n_0 - \varepsilon = 2t\sigma \cos \phi_\varepsilon = 2t\sigma \left(1 - \frac{\phi_\varepsilon^2}{2}\right) \quad (2)$$

由(1)与(2)，直接得出

$$\phi_\varepsilon^2 = \frac{\varepsilon}{t\sigma}$$

如果  $L_1$  的焦距为  $f$ ，那么照明  $\varepsilon$  級的灯面积为

$$\pi f^2 \phi_\varepsilon^2 = \frac{\pi f^2 \varepsilon}{t\sigma} \quad (3)$$

光線从光源上每一点会聚起来的光的立体角为

$$\frac{\pi D^2}{4f^2} \quad (4)$$

如果光源在某一給定譜線具有輻射强度  $P$  (瓦特/米<sup>2</sup>·球面度)，則入射到干涉仪上能够产生  $\varepsilon$  級干涉图形的功率，由(3)与(4)得出

$$P \frac{\pi f^2 \varepsilon}{t\sigma} \frac{\pi D^2}{4f^2} = \frac{\pi^2 D^2}{4t\sigma} P \varepsilon$$

因为这对  $\varepsilon$  是線性的，所以每一級所得功率相同，从干涉仪上每一級发出的功率是

$$p = \frac{\pi D^2}{4t\sigma} P \mathcal{T} \quad (5)$$

其中  $\mathcal{T}$  是在一級里取平均的仪器透射率。对于迈克尔逊干涉仪

$$\mathcal{T} = 2T_s R_s R_M$$

其中  $T_s$ ,  $R_s$  是光束分离器的透射率与反射率， $R_M$  是反射鏡的反射率。

在实际的仪器中， $\mathcal{T}$  多少会小于它的最大的理論值 0.5，但是即使采取这个值，也不会过高估計仪器的性能的。对于法卜利-白洛标准具

$$\mathcal{T} = \frac{T^2}{1-R^2}$$

其中  $T$ 、 $R$  是标准具每一块板的透射率与反射率。由于多次反射，标准具反射层中的吸收效应比之迈克尔逊干涉仪的重要，这样必須根据上面的式子，以  $T$  与  $R$  的实际数值来計算  $\mathcal{T}$ 。功率  $p$  (方程式 5) 在一个級中的分布是  $pF(n)dn$ ， $F(n)$  有如下的关系：

$$\int_{n_0 - \frac{1}{2}}^{n_0 + \frac{1}{2}} F(n) dn = 1$$

为了在觀察時間  $\tau$  內，确定条紋的峰值，我們比較  $\tau/2$  中从条紋每邊接收到的光通量。因为这两个信号中的起伏是独立的，則它們之差的均方根起伏与它們之和的相等，即噪声是由時間  $\tau$  內接收到的总光子数  $M_a$  所决定的。

$$M_a = \frac{p\tau}{E} \int_{n_1}^{n_2} F(n) dn \quad (6)$$

其中  $E=hc\nu$  是一个光子的能量，而  $n_1$ ,  $n_2$  是通过小孔  $A$  (图 1) 的带边的級数。(因为当条紋的峰值确定以后，两边来的信号是相同的，我們就只需要考虑从条紋一边来的信号。) 如果假設光源是稳定的，光子是漫射的 (实际上这样假設只有很小的誤差)，那么

$M_a$  的均方根起伏将是  $M_a^{\frac{1}{2}}$ 。考虑到这种噪声，我們取可探查的确定条紋峰值的最小誤差  $\delta n_m$  的值为  $\delta n$ ,  $\delta n$  产生的相差信号  $M_s$  正好等于均方根起伏  $M_a^{\frac{1}{2}}$ , 其中

$$M_s = \frac{p\tau}{E} \{F(n_1) - F(n_2)\} \delta n \quad (7)$$

落到探测器上的光子，只有一部分  $\theta$  能够产生可計算的輸出。(θ 曾經称作过量子产額(Rose 1948) 和探查量子效率 (Jones 1958); 只是在探测器和最后的指示器之間沒有显著的噪声源时，它才等于原来光子探测机构的量子率效。) 因而为了計算  $\delta n_m$ , 現在必須使  $\theta M_s$  等于  $(\theta M_a)^{\frac{1}{2}}$ ; 应用方程式(1), (5), (6) 和 (7), 并假設譜綫寬度为  $4\sigma$ , 这样能够决定  $n$  的最大精确度是

$$\frac{n}{\delta n_m} = \left[ \frac{\pi^2}{2hC} D^2 \tau \theta \frac{P}{4\sigma} Q \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

其中  $Q$  由下式給出：

$$Q = \mu \mathcal{T} - \frac{\{F(n_1) - F(n_2)\}^2}{\int_{n_1}^{n_2} F(n) dn}$$

而  $\mu$  是譜綫寬度  $4\sigma$  占有的一个級的分数, 即

$$\mu = 2t4\sigma$$

其次的問題是如何找出使  $Q$  取最大值时  $n_1$  与  $n_2$  的数值。假設譜綫具有高斯形状, 不过一般的結果对譜綫形状并不敏感。这样, 对于迈克尔逊干涉仪

$$F(n) = 1 + V \cos 2\pi n$$

其中  $V$  是条紋的能見度, 它为

$$V = \exp\left(-\frac{\pi^2 \mu^2}{4 \ln 2}\right)$$

对于法卜利-白洛标准具

$$F(n) = 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} R^k \exp\left(-\frac{\pi^2 \mu^2 k^2}{4 \ln 2}\right) \cos 2\pi k n$$

这式子是 Krebs 与 Sauer 导出来的(1953)。

几种典型曲綫  $F(n)$  的数值研究表明, 当間距  $a = (n_2 - n_1)$  包含条紋邊緣的大部分时,  $Q$  是最大的, 并且最大值为 10% 到 20% 之間的  $Q$  值, 在所有情况下, 都能够借下式选取  $n_1$  与  $n_2$  而得到:

$$F(n_2) - F\left(n_0 + \frac{1}{2}\right) = 0.8 \{F(n_0) - F\left(n_0 + \frac{1}{2}\right)\}, \quad (9)$$

$$F(n_1) - F\left(n_0 + \frac{1}{2}\right) = 0.2 \{F(n_0) - F\left(n_0 + \frac{1}{2}\right)\}$$

这些假設大大的簡化了  $Q$  值的計算, 而对于我們的問題它仍有足够的准确度。由(9)式直接得出

$$F(n_2) - F(n_1) = 0.6 \{F(n_0) - F\left(n_0 + \frac{1}{2}\right)\}$$

如果在  $n_1$  与  $n_2$  之間,  $F(n)$  近似地为直綫

$$\int_{n_1}^{n_2} F(n) dn = \frac{1}{2} a \left\{ F(n_0) + F\left(n_0 + \frac{1}{2}\right) \right\} \quad (10)$$

因此

$$Q = 0.72 \mathcal{T} \frac{\mu}{a} \cdot \frac{\{F(n_0) - F\left(n_0 + \frac{1}{2}\right)\}^2}{F(n_0) + F\left(n_0 + \frac{1}{2}\right)}$$

对于迈克尔逊干涉仪, 簡單的計算證明

$$a = 0.205$$

由于

$$F(n_0) = 1 + V$$

而

$$F\left(n_0 + \frac{1}{2}\right) = 1 - V$$

所以

$$\begin{aligned} & \frac{\{F(n_0) - F\left(n_0 + \frac{1}{2}\right)\}^2}{F(n_0) + F\left(n_0 + \frac{1}{2}\right)} \\ & = 2V^2 = 2 \exp\left(-\frac{\pi^2 \mu^2}{2 \ln 2}\right) \end{aligned}$$

取  $\mathcal{T} = 1/2$ ,  $Q$  化为

$$Q = 3.51 \mu \exp\left(-\frac{\pi^2 \mu^2}{2 \ln 2}\right)$$

最佳值  $\mu = (\ln 2)^{\frac{1}{2}}/\pi = 0.265$ , 使  $Q$  有最大值

$$Q = 0.565$$

对于法卜利-白洛标准具, 因为函数  $F(n)$  很复杂,  $Q$  的計算是不容易的。不过, 它的数值可以从 Krebs 与 Sauer (1953) 找出的曲綫中决定, 如图 3 所示的这些曲綫为  $\mu$  对几种  $R$  值的函数, 它是对电介质和鋁反射层的。 $R$  值相同的鋁反射层与电介质层的各条曲綫的形状相同, 不过鋁的高度比电介质层的低, 因为鋁层有較大的吸收的缘故;  $R$  数值越大时, 这种影响越显著。图中曲綫上的圓圈所在点上譜綫的寬度等于仪器的寬度。图上也划出了迈克尔逊干涉仪的曲綫。由图 3 可見, 除了需要应用鋁反射层之外, 对于迈克尔逊干涉仪和法卜利-白洛标准具可达到的最大精确度大致是相同的。(鋁层反射时位相变化的弥散很小, 我們在光譜的不同部分比較波長时, 常利用这个性质。)因为这个緣故, 由于多次反射, 法卜利-白洛标准具受到的影响較大。

得到最佳精确度时的程差或标准具的长度是相当短的,  $t$  大致在  $(4\sigma)^{-1}$  的  $1/14$  到  $1/7$  的范围内,  $(4\sigma)^{-1}$  与仪器有关, 通常形式的光源所能达到的最小的  $4\sigma$  是由 Kr<sup>86</sup> 灯給出的, 这种灯在氮的三相点工作。使用这种灯作光源,  $t$  的范围大概是 5 到 10 厘米。法卜利-白洛标准具的最佳反射率特別低, 对于电介质大概是 70%, 而对于鋁层大概是 55% 左右。

方程式(8)指出的一个重要的事实是, 可达到的

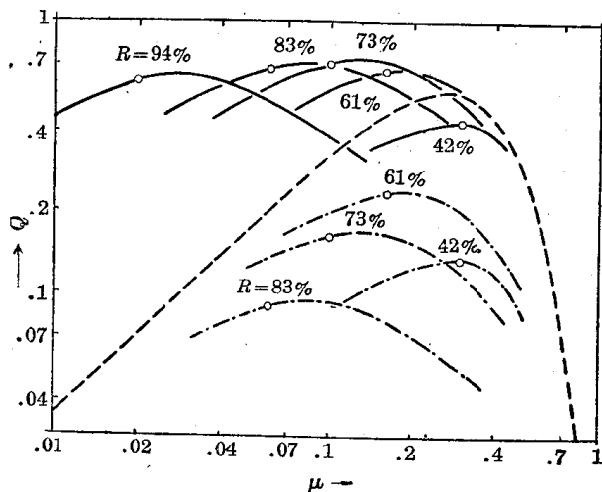


图 3  $Q$  随  $\mu$  的变化图示

法卜利-白洛标准具: ——电介质层; ···· 铝反射层; 迈克尔逊干涉仪: - - -

精确度只与光谱线特性  $P/4\sigma$  有关系(与探测用探测器的  $\theta$  之波长有间接影响)。对于一定的线条,  $P/4\sigma$  与谱线中心每单位光谱间距发射的功率直接有关。因此任何产生较窄谱线的装置, 譬如冷光源或使用原子束, 除非保持谱线峰值强度不变, 否则都会降低可达到的精确度。由于干涉仪在较大的程差下使用, 所以很希望有较小的  $4\sigma/\sigma$ , 这时,  $n$  与  $\delta n_m$  两者都是较大的(对同样精确度言), 而较大的  $\delta n_m$ , 对光源稳定性、照明的均匀性和干涉仪反射镜平面性与平行性的公差的要求较低, 并且较大的条纹分数自然更易于测量。如果它的较小的半宽度允许在实际实验应用中有较高的精确度, 这些实际得益使我们有可能用具有较小极限精确度(即  $P/4\sigma$ )的光源。还应该注意, 在最大理论精确度中, 如果能够消除( $\mu=24\sigma$  中的)因数 2, 就可允许  $\mu$  增加到近似于 0.6。这种变化带来的实际好处与使用较窄的谱线是一样的。

例如, 我们用方程式(8)计算 Kr<sup>86</sup> 灯在氮的三相点工作时, 对 6056 Å 谱线的数值, 下面计算均采用 MKS 单位。这条线的  $P = 3.0 \times 10^{-1}$  (Engelhard 1958),  $4\sigma = 1.4$  (Terrien 1958a), 在毛细作用下有电流密度  $2 \times 10^{-9}$  (2 毫安/毫米<sup>2</sup>)。对于三碱化合物阴极的光电倍增管, 如 TA 系的 EMI 光电倍增管, 相应于该波长的  $Q = 7.0 \times 10^{-2}$ 。如果所用标准具的间隔 5 厘米, 反射平板的直径 4 厘米, 反射平板镀以  $R = 73\%$  的电介质层, 则会有:  $D = 4.0 \times 10^{-2}$ ,  $\mu = 1.4 \times 10^{-1}$ ,  $Q = 7.4 \times 10^{-1}$ 。观察时间为  $T = 1$  秒时, 由(8)式化出:

$$\frac{n}{\delta n_m} = 2.1 \times 10^{10}$$

对于 Megger 型 Hg<sup>198</sup> 灯的线条, 使用同种光电倍增管,  $\theta P/4\sigma$  的数值比之大五倍左右, 因而在这条线下的最大精确度大约为  $4.7 \times 10^{10}$ 。用氪线所得到的精确度的数值, 赎实了 Terrien (1958b) 以他的迈克尔逊干涉仪所做的估计; 光阴极电流约为每秒  $10^5$  电子时, 他算得的精确度是  $10^9$ 。我们这里所用的数值(见后面“灯的稳定性”一节)是每秒  $10^3$  个电子, 而精确度约大 30 倍, 即是约  $3 \times 10^{10}$ 。

D. S. Smith 提供的某些数据, 可作为(8)式的实验证明。这些结果, 是在测量氪橙线的变动时 (Baird 与 Smith 1959) 得到的, 所用的装置是后来 Baird 与 Smith 所叙述的装置。利用这一仪器相应的常数, 由方程(8)得出  $n/\delta n_m = 6 \times 10^8$ 。根据可检查的波长位移计算, 这相当  $10 \mu\text{\AA}$ 。单次确定的估计精确度大约为  $20 \mu\text{\AA}$ 。由于正好等于均方根起伏的位移不能很可靠的探查到, 所以这些值可以认为是很好符合的。

## 实验条件

本节详述了为趋近上述的理论精确度所必须建立的某些实验条件。上面所说明的对于第一个例子的实例的数据是采用氪橙线的。这一部分的内容, 还企图给出关于达到这样高的精确度的一些意见。应该强调指出, 要达到同量级的测量准确度, 是一件很困难的事情, 因为存在着很多有系统的, 常常还是固定的误差, 关于这一点, 我们不在这里叙述了。

### (a) 条纹分数

上节的分析表明, 由于确定峰值带来的条纹分数的变化, 会由探测器产生明显的输出(自然这里假设在探测器和最后的指示器之间有足够的放大率, 才可以指示探测器的噪声)。例如,  $n = 1.6 \times 10^5$ , 因而  $\delta n_m = 8 \times 10^{-6}$ ; 为要适用这种灵敏度, 必须保证调节条纹分数的机构是优良的, 使得这种大小的变化能够实现并且读出来。因为许多实验只需要在很小的范围内调节  $n$ , 所以这个要求是能够实现的。

### (b) 干涉仪的稳定性

要达到例子中的精确度,  $t$  的变化(为确定条纹峰值而故意引入的变化除外)在测量的任一个时间周期内必须小于  $10^{11}$  分之 5 (即在 5 厘米中的  $1/40 \text{\AA}$ )。这就需要高度的机械稳定性, 并且即使采用殷钢或熔融石英结构, 温度也要在约  $10^{-4}^\circ\text{C}$  内保持恒定。

### (c) 灯的稳定性

确定条纹峰值的直接方法是测量  $T/2$  时间内条纹一边来的光通量，和在条纹另一边同样时间内来的光通量，并将两者结果相比较。很明显，在相继的  $T/2$  时间间隔内，光源发出的平均光通量之差必须小于量子起伏所预期的计算结果的数值变化。在输出中，量子效应引起的相应的均方根起伏是  $(\theta M_a)^{-1/2}$ ，其中  $M_a$  由(6)式决定。

采用(9)和(10)，对迈克尔逊干涉仪而言(6)的积分数值为 0.205。对法卜利-白洛标准具，在所有情形下也都会得到上下在 5% 的范围内的同样数值。因此， $M_a$  可由下式计算出：

$$M_a = 0.21 \frac{pT}{E}$$

在前面的例子中， $M_a = 1.4 \times 10^9$  而

$$(\theta M_a)^{-1/2} = 1.0 \times 10^{-4}$$

这样，如前所述，光源发光的稳定性，必须比 0.01% 要好。

关于这一点，还值得一提的是，例子中的光电阴极电流  $i = \theta M_a e = 1.6 \times 10^{-11}$  安培，远大于暗电流 ( $< 10^{-14}$  安培)。因此暗电流中的散粒噪声可以忽略，并且电子倍增器、光电阴极量子效率产生的少量噪声，对于管的探查量子效率来说也可以忽略。

国家研究委员会 (Baird Smith 1957) 曾经采用过另一种方法确定条纹峰值。该方法中， $n_s$  与  $n'_s$  之间的级数以正弦扫描相当迅速的变化 (每秒 15 周)，而  $n$  的平均值调节到使工作在扫描频率的同步探测器的输出为零。影响确定精确度的灯的起伏是在扫描频率处的一个狭窄的频带内。因而，如果这种起伏的光谱在较高频率时有一个二次量的减少，这种方法对于灯起伏的灵敏度是较小的。

为了研究这个问题，曾经做了一个简单的实验。把所研究的光源发出的光射在光电倍增管的阴极上；使阳极产生的电流通过一个负载电阻和微安计，则负载上的交变电压被放大。再通过一个调谐在 16 周/秒的窄带检波器，最后在均方根计上把电压读出来。从光电管上先前的测量中对一个稳定光源来说，平均阳极电流的函数的均方根计的读数，是已知的。均方根计的读数自然就是光阴极电流中的被放大的散粒噪声。如果灯的起伏相当大，预期会有更高的读数。如可将灯的起伏看为入射光的一种调制，则相应的均方根值与光电倍增管电流是无关的，不过相应的散粒噪声却与电流的平方根成反比的变化。因此我们利用光源的整个光谱时，由于会

得到比通常遇到的更大的电流，因而也就有可能测量通常被散粒噪声掩盖了的灯的起伏。

对于如上例工作的，以不稳定电源供给的 Kr 灯，在 16 周/秒处，1 周/秒通带中，相应的均方根起伏是  $8 \times 10^{-5}$ 。因此，利用快速扫描技术时，灯输出中的起伏将不会明显地降低精确度。而如果用最先叙述的静止方法确定峰值，那么在相继的 1/2 秒时间间隔内将发生严重的起伏。尽管精确的均方根值还未决定，这种起伏是相当大的，在某些情况下会接近 1%。这时，要求光源要有很大的稳定性。以无极 Hg 灯做相似测量，Hg 灯由一个频率约 300 兆周/秒的不稳定振荡器激发，测量表明，在 16 周/秒处，1 周/秒通带中，相应的均方根起伏约为  $1.6 \times 10^{-5}$ 。

#### (d) 照明

干涉仪反射表面的严格平面性和平行性有缺陷时，将会引起视场范围内  $t$  的变化。这样， $t$  的实际的数值与视场的照明有关。

小孔的中心 (图 1 中 A) 与  $n_2$  和  $n'_2$  (图 2) 对应，由于它们不是处于对称于  $n_0$  条纹峰值的位置，因而小孔的照明改变时，将引起条纹峰值明显的位移。上述两种影响的近似计算证明，照明的  $10^{-3}$  量级的变化，在某类测量中可以产生  $10^{10}$  分之几的误差。不过，在大多数实验中，有关的照明是不变的，所以它不会影响精确度。

## 結論

方程式(8)和图 3 是上述分析的主要结果。它们表明，使用法卜利-白洛标准具和迈克尔逊干涉仪，可达到数量级相同的精确度，它们也证实了，前面对备有光电探测装置 (Terrien 1958b) 的迈克尔逊干涉仪进行的计算是正确的。已经证明，与高分辨率的要求相反，要获得确定条纹峰值的最佳精确度需要用相当短的光程差，海定格 (Haidinger) 环平面上相当大的小孔 (及用法卜利-白洛标准具时) 需用反射率很低的反射镜。理论上，光源的唯一的重要性质是  $P/4\sigma$ ，即已知谱线的光辐射强度与谱线宽度之比。但是实际上，较小的谱线宽度在实验中是一个重要优点。此外，实际应用中，还要附带考虑的是  $\theta$ ——所用探测器的探查量子效率——的波长关系。

(梁銓廷譯自 «Canadian Journal of Physics»  
Vol. 37, No. 11, 1959, 1283~1292. 朱璧文校)

# 准直及斜射光在直角三棱鏡干涉仪中的影响

櫻井 好正

## 緒 言

用光波干涉法測定量块，一般是利用由平行光綫所产生之等厚干涉。此时，因为准直仪的針孔具有有限的大小，所以在平行光綫中也含有略为不平行的成份。測定量块时，这些不平行成份会使干涉条紋的清晰度降低，或使干涉条紋的位置发生偏移。这是早已知道了的事。其次当主光束方向与量块的测定方向不平行时，对于测定值也会产生誤差。这也是知道了的事。在測定量块之际，干涉仪的反射面是平面，但在用直角三棱鏡作为反射面的双光束干涉的情况下，上述針孔之大小以及斜射光綫之影响，究竟将怎样表現出来，本文所述的內容，就是对这一方面进行探討的报告。

## 关于直角三棱鏡的 干涉之計算

在从直角三棱鏡的斜面所見到的角点的象点位置上发生点对称反射，这是众所周知的事。虽然这和直角三棱鏡具有同样的性质，但在把进行干涉計算时的光程长度作为問題时，便不能不同时考虑到介质不同所引起的影响。在完全相同的两个棱鏡发生干涉的时候，介质（玻璃）的影响可以抵銷掉，因而棱鏡的位置，可以呈現在各种角点之象的位置上。即使棱鏡的大小略有差异，若只是从偏离理想的平

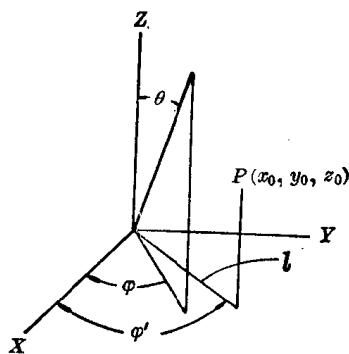


图 1

行光綫之情况作为問題时，则即使用与上述同样地在象点的位置上发生的反射来計算光程差，也是并无妨碍的。

在图1上，令角点之象点为原点及P点( $x_0, y_0, z_0$ )，并令光綫的方向余弦为 $L, M, N$ 。在实际的干涉仪上，光綫由半透膜面分为二束以后，便分别射向反射鏡，但是在本图上采用了在討論干涉現象之际所常考虑的半透膜所引起的象而把两个光学系統重迭地描繪着。光在P及O点上发生反射而引起干涉之际的光程差是 $\overline{OP}$ 投影到光綫方向之长度的2倍。設光程差为 $D$ ，則

$$D=2(Lx_0+My_0+Nz_0) \quad (1)$$

又据图，設角度为 $\theta, \varphi$ ，則

$$\left. \begin{array}{l} L=\sin \theta \cos \varphi \\ M=\sin \theta \sin \varphi \\ N=\cos \theta \end{array} \right\} \quad (2)$$

从而

$$D=2(x_0 \sin \theta \cos \varphi + y_0 \sin \theta \sin \varphi + z_0 \cos \theta) \quad (3)$$

假如考慮到入射光綫都是完全平行的，其方向为 $\theta, \varphi$ ，而 $z$ 軸方向为正确的测定方向，則用

$$D_0=2z_0, \quad \sin \theta \approx \theta \quad (4)$$

來計算 $D-D_0$ 时，便得

$$D-D_0 \approx 2\theta \cdot (x_0 \cos \varphi + y_0 \sin \varphi) - \frac{\theta^2}{2} D_0$$

設

$$x_0=l \cos \varphi', \quad y_0=l \sin \varphi' \quad (5)$$

便得因斜射光綫所引起的誤差之公式。

$$D-D_0=2\theta \cdot l \cos (\varphi-\varphi') - \frac{\theta^2}{2} D_0 \quad (6)$$

上式的第2項，为在平面反射鏡时所呈現的誤差，第1項則为在直角三棱鏡干涉仪上新出現的誤差。 $l$ 为自P至 $z$ 軸之距离， $\varphi-\varphi'$ 为图中所示的角度。这个誤差，是与光程差无关的，故在进行正确的测定之际，必須使 $\theta$ 与 $l$ 充分減小不可。

其次，就入射光綫不是完全平行的情况进行考察，亦即是在具有有限的大小之針孔的准直仪所造成的平行光綫发生干涉的情况进行考察。在針孔之形状为点对称时，設想在对称中心上具有无限小的

針孔，对于这种斜射光線的影响，依据(6)式进行計算，再从对称点而来的平行光線之方向与测定方向相一致下，亦即  $\theta=0$  时，对于針孔之大小所起的影响进行計算，将各个誤差加在一起計算，这就是迄今为止的一般通行的計算方式。这个方式，可以认为在斜射光線的影响以及針孔的影响并不很大的时候，是能以充分的精确度相近似的。

由于斜射光線的影响已經用(6)式来求得，故在下面将对来自針孔之对称中心的光線，与测定方向一致的情况进行計算。

### 針孔呈圓形的情况

将(5)式代入(3)式，并設  $\varphi-\varphi'=\phi$ ，則

$$D=2l \sin \theta \cdot \cos \phi + D_0 \cos \theta \quad (7)$$

此式所表示的一条光線的干涉条紋，可用下式表示：

$$i=i_0+i_1 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} D\right)$$

当針孔之大小为有限时，则通过針孔面上各点之光，乃是从光源灯之不同部分所发出之光，并非互相相干的，从而在这个場合的干涉条紋，可就針孔的面积  $S$  进行积分，写成下列的形式：

$$I=I_0+i_1 \int_S \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} D\right) dS \quad (8)$$

作为(7)式中的  $\theta$  是小的，設針孔之半徑为  $r$ ，准直仪之焦距为  $f$ ， $r/f=\theta_0$ ，則

$$\begin{aligned} I &\approx I_0 + i_1 f^2 \int_0^{\theta_0} \int_{-\pi}^{\pi} \cos\left\{\frac{2\pi}{\lambda}\left(D_0 - \frac{D_0}{2} \theta^2 + 2l\theta \cos \phi\right)\right\} \theta d\phi d\theta \\ &= I_0 + 2i_1 f^2 \int_0^{\theta_0} \int_0^\pi \cos\left\{\frac{2\pi}{\lambda} D_0 \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} l\theta \cos \phi\right)\right\} \theta d\phi d\theta \\ &= I_0 + 2\pi i_1 f^2 \int_0^{\theta_0} \cos\left\{\frac{2\pi}{\lambda} D_0 \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)\right\} \\ &\quad \times J_0\left(\frac{4\pi}{\lambda} l\theta\right) \theta d\theta \end{aligned} \quad (9)$$

式中  $J_0$  为 0 阶的貝塞爾函数。

設

$$I=I_0+\pi f^2 \theta_0^2 i_1 \cdot A \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} (D_0 - \varepsilon)$$

則

$$\begin{aligned} A \cos \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon &= \frac{2}{\theta_0^2} \int_0^{\theta_0} J_0\left(\frac{4\pi}{\lambda} l\theta\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} D_0 \theta^2\right) \theta d\theta \\ A \sin \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon &= \frac{2}{\theta_0^2} \int_0^{\theta_0} J_0\left(\frac{4\pi}{\lambda} l\theta\right) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} D_0 \theta^2\right) \theta d\theta \end{aligned} \quad (10)$$

并設

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \theta_0 \omega \\ \frac{4\pi}{\lambda} l\theta_0 &= \rho_0 \\ \frac{\pi}{\lambda} D_0 \theta_0^2 &= \delta_0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

則(10)成为

$$\left. \begin{aligned} A \cos \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon &= 2 \int_0^1 J_0(\rho_0 \omega) \cos(\delta_0 \omega^2) \omega d\omega \\ A \sin \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon &= 2 \int_0^1 J_0(\rho_0 \omega) \sin(\delta_0 \omega^2) \omega d\omega \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

此处， $A$  为干涉条紋的清晰度， $\varepsilon$  为干涉条紋的位移。

在  $\rho_0$  小， $J_0(\rho_0 \omega) \approx 1$  的情况

从(12)式

$$\left. \begin{aligned} A \cos \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon &= \frac{\sin \frac{\delta_0}{2}}{\frac{\delta_0}{2}} \cos \frac{\delta_0}{2 \\ A \sin \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon &= \frac{\sin \frac{\delta_0}{2}}{\frac{\delta_0}{2}} \sin \frac{\delta_0}{2} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

据此則成下式

$$A = \frac{\sin \frac{\delta_0}{2}}{\frac{\delta_0}{2}}, \quad \varepsilon = \frac{\lambda}{4\pi} \delta_0 = \frac{\theta_0^2}{4} D_0 \quad (14)$$

成为与平面反射鏡的場合完全相同的形式。

在  $\delta_0$  小， $\cos(\delta_0 \omega^2) \approx 1$ ,  $\sin(\delta_0 \omega^2) \approx 0$  的情况

据(12)式得  $\varepsilon=0$ ，則干涉条紋无位移。又

$$A=2 \frac{J_1(\rho_0)}{\rho_0} \quad (15)$$

式中  $J_1$  为 1 阶的貝塞爾函数。因为  $\rho_0$  为与  $l$  成比例的量，由于  $l$  增大，而清晰度因为(15)式的关系而降低，则如图 2 的样子。在  $\rho_0=3.8$  左右的时候，干涉条紋就完全消失。如果在  $\rho_0$  值更大的时候，则  $A$  成为負值。实际上在这个部分应当会再度出現干涉条紋，但与  $\rho<3.8$  的部分的条紋，成为明暗相反

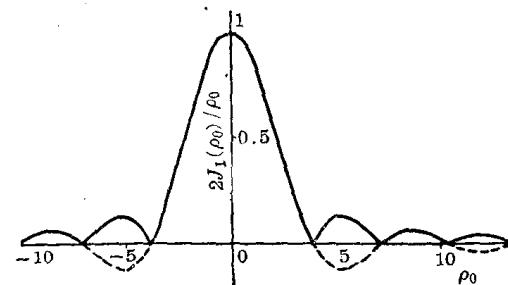


图 2

的关系，亦即成为位移了半个条纹的条纹。因此之故，清晰度曲线就如图2的实线所示。在负的一侧，乃是照正的一侧原样翻转来的曲线。

### 在 $\rho_0$ 及 $\delta_0$ 均为任意值的情况

(12)式右边的积分值，虽可以作为无限级数之和来求得，但其后之处理就变成非常复杂，故展开成贝塞尔函数及三角函数，在其近似的范围内加以讨论。即

$$\left. \begin{aligned} J_0(\rho_0\omega) &= 1 - \frac{\rho_0^2\omega^2}{4} + \frac{\rho_0^4\omega^4}{64} \\ \cos(\delta_0\omega^2) &= 1 - \frac{\delta_0^2\omega^4}{2} + \frac{\delta_0^4\omega^8}{24} \dots \\ \sin(\delta_0\omega^2) &= \delta_0\omega^2 - \frac{\delta_0^3\omega^6}{6} + \frac{\delta_0^5\omega^{10}}{120} \dots \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

若将上列关系代入(12)并进行积分，则

$$\left. \begin{aligned} A \cos \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon &= 1 - \frac{\rho_0^2}{8} - \frac{\delta_0^2}{6} + \frac{\rho_0^4}{192} \\ &\quad + \frac{\delta_0^2\rho_0^2}{32} + \frac{\delta_0^4}{120} \dots \\ A \sin \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon &= \frac{\delta_0}{2} \left( 1 - \frac{\rho_0^2}{6} - \frac{\delta_0^2}{12} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\rho_0^4}{128} + \frac{\delta_0^2\rho_0^2}{60} + \frac{\delta_0^4}{360} \dots \right) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

从上式

$$\frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon = \frac{\delta_0}{2} \left( 1 - \frac{\rho_0^2}{24} - \frac{\delta_0^2\rho_0^2}{1440} - \frac{\rho_0^4}{384} \right) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} A &= \left( 1 - \frac{\rho_0^2}{8} + \frac{\rho_0^4}{192} \right) \left( 1 - \frac{\delta_0^2}{24} + \frac{\delta_0^4}{1920} \right) \\ &\approx 2 \frac{J_1(\rho_0)}{\rho_0} \cdot \frac{\sin \frac{\delta_0}{2}}{\frac{\delta_0}{2}} \end{aligned} \quad (19)$$

因为(18)式的最后两项为微小量，所以略去亦无妨碍。把(11)代入此式则

$$\varepsilon = \frac{D_0}{4} \theta_0^2 \left( 1 - \frac{2\pi^2 l^2 \theta_0^2}{3\lambda^2} \right) \quad (20)$$

实际上在测定长度时，是将  $\rho_0$  做成较小于 1，以防止干涉条纹清晰度之降低，因而(20)式括号内的第2项，较诸第1项时就成为非常地小。又因针孔之大小是按照  $\varepsilon$  成为 0.1 微米以下的状态来决定的，故第2项的影响，几乎是不能表现出来。亦即移动反射镜，即使与测定方向偏移成直角，仍对干涉条纹的位置不发生影响。换句话说，只需对测定值按(14)式中所示那样的针孔之大小进行修正就行了。清晰度  $A$ ，可以用光程差为 0 的  $l$  所引起的变化之函数，与根据光程差之变化所引起的清晰度变化之函数间之乘积，近似的表示之。亦即依据  $l$  的变化所

引起的  $A$  之变化，乃是与光程差无关的。

### 针孔呈矩形的情况

令准直仪的焦距为  $f$ ， $x$  方向的针孔之长度为  $a$ ， $y$  方向的针孔之长度为  $b$ ，则据(1)及(8)式

$$I = I_0 + i_1 \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \cos \left\{ \frac{4\pi}{\lambda} \left( z_0 - \frac{z_0}{2} \frac{x^2 + y^2}{f^2} \right. \right. \\ \times \left. \left. \left( \frac{xx_0 + yy_0 + fz_0}{\sqrt{f^2 + x^2 + y^2}} \right) \right\} dx dy$$

适当地略去微小项，

$$I = I_0 + i_1 \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \cos \left\{ \frac{4\pi}{\lambda} \left( z_0 - \frac{z_0}{2} \frac{x^2 + y^2}{f^2} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{x}{f} x_0 + \frac{y}{f} y_0 \right) \right\} dx dy \quad (21)$$

令  $2z_0 = D_0$ ，上式可以写成下列形式，则

$$I = I_0 + ab i_1 A \cos \frac{2\pi}{\lambda} (D_0 - \varepsilon) \quad (22)$$

从(21)及(22)式可得

$$\left. \begin{aligned} A \cos \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon &= \frac{1}{ab} \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \cos \left\{ \frac{4\pi}{\lambda} \right. \\ &\quad \times \left. \left( \frac{D_0}{4} \frac{x^2 + y^2}{f^2} - \frac{x}{f} x_0 - \frac{y}{f} y_0 \right) \right\} dx dy \\ A \sin \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon &= \frac{1}{ab} \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \sin \left\{ \frac{4\pi}{\lambda} \right. \\ &\quad \times \left. \left( \frac{D_0}{4} \frac{x^2 + y^2}{f^2} - \frac{x}{f} x_0 - \frac{y}{f} y_0 \right) \right\} dx dy \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

在此式中，设

$$\left. \begin{aligned} A_x \cos \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon_x &= \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \cos \frac{4\pi}{\lambda} \left( \frac{x^2}{4f^2} D_0 - \frac{x}{f} x_0 \right) dx \\ A_x \sin \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon_x &= \frac{1}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \sin \frac{4\pi}{\lambda} \left( \frac{x^2}{4f^2} D_0 - \frac{x}{f} x_0 \right) dx \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} A_y \cos \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon_y &= \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{b/2} \cos \frac{4\pi}{\lambda} \left( \frac{y^2}{4f^2} D_0 - \frac{y}{f} y_0 \right) dy \\ A_y \sin \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon_y &= \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{b/2} \sin \frac{4\pi}{\lambda} \left( \frac{y^2}{4f^2} D_0 - \frac{y}{f} y_0 \right) dy \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

则成为

$$\left. \begin{aligned} A \cos \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon &= A_x A_y \cos \frac{2\pi}{\lambda} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \\ A \sin \frac{2\pi}{\lambda} \varepsilon &= A_x A_y \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\varepsilon_x + \varepsilon_y) \end{aligned} \right\}$$

从而可得

$$A = A_x \cdot A_y, \quad \epsilon = \epsilon_x + \epsilon_y \quad (26)$$

在(24)式中, 以  $A_y, \epsilon_y, b, y_0$  代  $A_x, \epsilon_x, a, x_0$  时, 则成为完全与(25)相同的形式, 因而仅需就任何一方进行计算, 用(26)式的关系对此结果求取  $A$  与  $\epsilon$  就行了。因为针孔是对称的, 故若设

$$\delta_x = \frac{\pi}{4\lambda} \cdot \frac{a^2}{f^2} D_0, \quad \rho_x = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{a}{f} x_0 \quad (27)$$

则(24)成为下列的形式:

$$\left. \begin{aligned} A_x \cos \frac{2\pi}{\lambda} \epsilon_x &= \int_0^1 \cos(\delta_x \xi^2) \cdot \cos(\rho_x \xi) d\xi \\ A_x \sin \frac{2\pi}{\lambda} \epsilon_x &= \int_0^1 \sin(\delta_x \xi^2) \cdot \cos(\rho_x \xi) d\xi \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

在可以设想为  $\rho_x$  小,  $\cos(\rho_x \xi) \approx 1$  的情况

在这一情况, (28)式的右边成为费涅耳(Fresnel)函数, 与平面反射镜的情况完全一致, 因而详细的研究从略。兹仅就  $\delta_x$  较小的场合进行计算。

$$\left. \begin{aligned} A_x \cos \frac{2\pi}{\lambda} \epsilon_x &= 1 - \frac{\delta_x^2}{10} + \frac{\delta_x^4}{216} \dots \\ A_x \sin \frac{2\pi}{\lambda} \epsilon_x &= \frac{\delta_x}{3} \left( 1 - \frac{\delta_x^2}{14} + \frac{\delta_x^4}{440} \dots \right) \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

据此, 则

$$\left. \begin{aligned} A_x &= 1 - \frac{2^4}{3 \times 5!} \delta_x^2 + \frac{2^8}{9!} \delta_x^4 - \dots \\ \frac{2\pi}{\lambda} \epsilon_x &= \frac{\delta_x}{3} \left( 1 - \frac{2^7}{3 \times 7!} \delta_x^2 - \frac{2^{13}}{11!} \delta_x^4 - \dots \right) \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

略去微小项, 如用(27)式则

$$\epsilon_x \approx \frac{D_0}{24} \cdot \frac{a^2}{f^2}$$

考虑到  $x, y$  的方向, 则成为

$$\epsilon = \epsilon_x + \epsilon_y = \frac{D_0}{24} \cdot \frac{a^2 + b^2}{f^2}$$

与平面反射镜的情况是一致的。

在  $\delta_x$  小而  $\cos(\delta_x \xi^2) \approx 1, \sin(\delta_x \xi^2) \approx 0$  的情况

在此情况, 可由(28)式得

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= 0 \\ A_x &= \frac{\sin \rho_x}{\rho_x} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

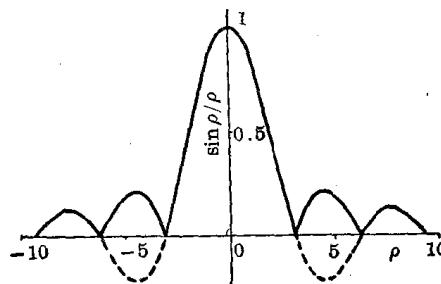


图 3

此式的图示, 见图3。与圆形针孔的情况同样, 如直角三棱镜与测定方向作直角的偏位, 则干涉条纹的清晰度会降低。

在  $\rho_x$  及  $\delta_x$  均为任意的情况

(28)式在本质上是费涅耳积分, 与圆形针孔的情况同样地考虑到以后的处理, 故展开之以进行积分。可得下式:

$$\left. \begin{aligned} A_x \cos \frac{2\pi}{\lambda} \epsilon_x &= 1 - \frac{\rho_x^2}{6} - \frac{\delta_x^2}{10} + \frac{\rho_x^4}{120} \\ &\quad + \frac{\delta_x^2 \rho_x^2}{28} + \frac{\delta_x^4}{216} \dots \\ A_x \sin \frac{2\pi}{\lambda} \epsilon_x &= \frac{\delta_x}{3} \left( 1 - \frac{3}{10} \rho_x^2 - \frac{\delta_x^2}{14} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\rho_x^4}{56} + \frac{\rho_x^2 \delta_x^2}{36} + \frac{\delta_x^4}{440} \dots \right) \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

从此式, 则

$$\left. \begin{aligned} \frac{2\pi}{\lambda} \epsilon_x &= \frac{\delta_x}{3} \left( 1 - \frac{2}{15} \rho_x^2 - \frac{2^7}{3 \times 7!} \delta_x^2 \right) \\ A_x &= 1 - \frac{\rho_x^2}{3!} - \frac{2^4}{3 \times 5!} \delta_x^2 + \frac{\rho_x^4}{5!} \\ &\quad + \frac{3 \times 2^6}{7!} \delta_x^2 \rho_x^2 + \frac{2^8}{9!} \delta_x^4 \dots \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

上列第2式所表明的  $\epsilon_x$  是: 与圆形针孔同样地, 在不使干涉条纹的清晰度显著降低的范围内, 只须第一项就几乎已经足够, 因而成为

$$\epsilon_x = \frac{D_0}{24} \cdot \frac{a^2}{f^2}$$

不受  $x_0$  的影响, 亦即只需按照针孔之大小进行修正, 就已足够。第2式为

$$\begin{aligned} A_x &\approx \left( 1 - \frac{\rho_x^2}{3!} + \frac{\rho_x^4}{5!} \right) \\ &\quad \times \left( 1 - \frac{2^4}{3 \times 5!} \delta_x^2 + \frac{2^8}{9!} \delta_x^4 \right) + \frac{11 \times 2^4}{3 \times 7!} \delta_x^2 \rho_x^2 \\ &\approx \frac{\sin \rho_x}{\rho_x} \left( 1 - \frac{2^4}{3 \times 5!} \delta_x^2 + \frac{2^8}{9!} \delta_x^4 \right) \\ &\quad + \frac{11 \times 2^4}{3 \times 7!} \delta_x^2 \rho_x^2 \end{aligned}$$

括号内虽与(30)式相一致, 但因具有最后的项, 故不能与圆形针孔之情况作同样的处理。即使是这种程度的近似, 其依据  $x_0$  所引起的清晰度之变化情况, 应该是随光程差之不同而有所差别的。

## 实 验

随同光程差之增大而引起的清晰度之减少, 是与平面反射镜的情况差不多相同。至于平面反射镜的情况, 则因已有不少的文献进行过讨论, 所以我们

专就直角三棱镜与正确投射方向作直角的偏移之情况，对清晰度的变化进行了实验。并且就装置的机能上为圆形针孔的情况进行了实验。

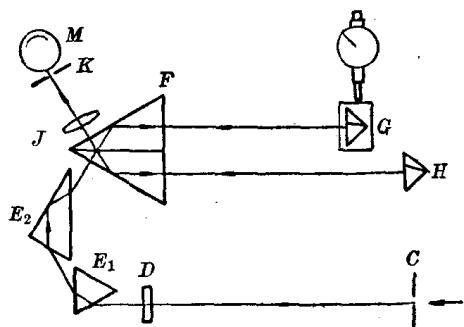


图 4

所使用的干涉仪，已經发表过<sup>\*</sup>，此处仅将必要的光学系统繪出，如图 4 所示。来自光源的光綫，經針孔  $C$ ，准直仪透鏡  $D$  而成为平行光綫，通过分光棱鏡  $E_1$ ,  $E_2$  而入射于双棱鏡  $F$ 。在  $F$  的中央面上分为二束光，分别射向直角三棱鏡  $G$  及  $H$ 。被这两个棱鏡所反射的光綫，再度回射至双棱鏡  $F$ ，在中央的表面上合成一处而产生干涉。在合而为一的光綫中，其射向透鏡  $J$  的光，在通过針孔  $K$  后，由后方的光电管  $M$  所捕集。在光程差发生变化时，光电管的交流输出和这个状态下的干涉条纹之清晰度成比例。在这一場合，光电管的输出由 6AU6 交流放大器放大到約 150 倍，由真空管电压計來讀取其输出。在讀数时，使光程差以每秒約 10 微米程度的速度变化，并由此給予 10~20 周的交流输出。在与入射光綫方向成直角的直角三棱鏡的偏移，则如图示那样，由千分表来讀出。其次，准直仪透鏡  $D$  的焦距为 1 米。图 5 所示，系針孔  $C$  之直徑为 1.2 毫米时所测定的結果，这許多点子，当光程差为 0 时，都是應該正确处于由(15)式所表示的曲綫之上。其次，即使光程差为零，只要它是一定的話，就应当根据(19)

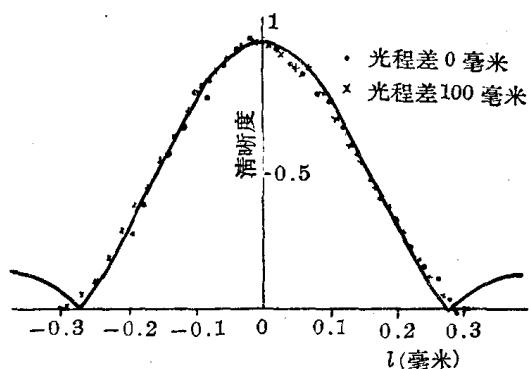


图 5

式而近似地处于(15)的曲綫之上。图 5 的实践，系表示針孔直徑为 1.2 毫米时 (15) 的曲綫。由图可見，在这一范圍內，由于光程差的不同所引起的差別表現不出来，而是比較良好地处于理論曲綫之上。图 6 为針孔  $C$  的直徑为 2.0 毫米时之实验結果，其限定这一光学系統的非平行成分者，并非仅仅由于針孔  $C$ ，而在透鏡  $J$  的焦平面上之針孔  $K$  的大小也是有影响的。实验是在針孔  $K$  上，非平行成分更受到限制，而实质上則相当于  $C$  的直徑为 1.8 毫米的时候。在光程差为 0 的时候，是能很好地处于(5)的曲綫之上，但在光程差为 100 毫米时，则在  $l$  的較大的地方离开曲綫，此事可从前述的理論中予以理解。

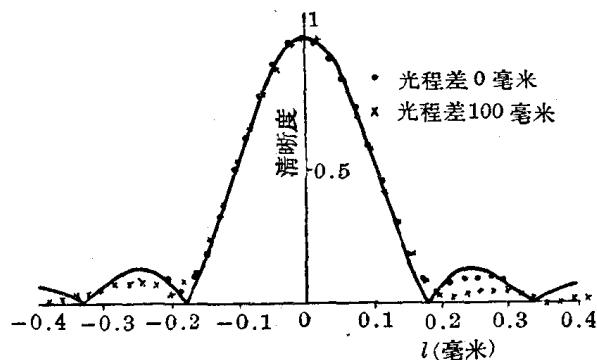


图 6

### 为消除斜射光綫的影响 所用的調整法

由于斜射光綫而引起的測定誤差，可用(6)式来表示，如欲使此一誤差减小，则首先应将測定方向与入射光綫所成的角度  $\theta$  尽可能地縮小，这是必要的。由已发表过的方法\*\*，使  $\theta$  小到  $15\sim20''$  是可能的，由此(6)的第二項在  $D_0$  为 1 米的时候，則只能够达到 0.005 微米的程度。即使想把  $\theta$  調整成更小些，仍然有其一定的限度，故如欲使(6)的第一項做小些，则  $l$  亦必須做小才行。在  $\theta$  为 20 秒， $l$  为 0.05 毫米时，其由于这一項而对光程差所引起的影响則为 0.01 微米。如将針孔做成充分大以探索清晰度的最佳位置，就可以把  $l$  充分地做到較 0.05 毫米为小，而且由于光程差的变化，也极容易把  $l$  的变化做

\* 見本輯《用光波波長測定 1 米以下的标准尺之測量裝置(一)》

\*\* 見本輯《用光波波長測定 1 米以下的标准尺之測量裝置(二)》

到較此为非常的小，因此，在整个范围内，欲使(6)之誤差的影响局限于0.01微米这一数量級以内，是并不困难的。

## 結 論

直角三棱鏡位移到与入射光綫成直角方向的情况，干涉条紋的清晰度发生变化。变化的情况是，在入射光綫的平行度愈坏时，亦即准直仪的針孔愈大时，就愈見急剧。其次，变化的曲綫，对于圓形針孔，具有良好程度的近似，而与光程差无关。由于針孔的大小所引起的干涉条紋之位移，与平面反射鏡的情况几乎是相同的。在入射光綫与測定方向不一致时，则在平面反射鏡的場合之影响上，要加以直角三棱鏡特有之項。該項可用較之使用于測定上的針孔为更小者加以調整，从而可以做到充分縮小。

## 后 記

在本报告写成以后看到 Murty 发表的論文\*。

其內容为直角三棱鏡之迈克尔逊干涉仪，作等傾干涉条紋，在用干涉条紋計數法以測定长度的情况，其取出干涉条紋之針孔之大小，位置，棱鏡之直角方向位移等，对于取出干涉条紋的光电管輸出上，究竟給予怎样的影响，作了計算。这种情况，若从取出条紋的針孔，倒过来将光綫入射，则与本报告从本质上讲，条件方面沒有什么不同，而推导的公式也是相同的。但該論文的范围，只不过是本报告內容之一部分。而且处理方法上亦有区别，故仍将本报告发表如上。

(石人譯自《精密機械》Vol. 26 No. 5 1960,  
270~275. 彭定燊校)

---

\* M. V. R. K. Murty: Some More Aspects of the Michelson Interferometer with Cube Corners, Jour. Opt. Soc. Am. Vol. 50, 1960, p. 7.

# 测量长达 200 毫米刻尺的干涉方法

H. V. Трофимова

本文介绍全苏度量衡科学研究所（ВНИИМ）用于测量长达 200 毫米长度刻尺的新型干涉仪及用法卜利—白洛干涉标准具测量刻尺的结果。

在现代测量技术中广泛采用高精度的长度线纹尺。由于即将过渡到用光波波长定义米尺和提高刻尺测量精度的必要性，全苏度量衡科学研究所设计和制造了一台用于测量长达 200 毫米的刻尺的干涉仪。

在该仪器中，采用了在活动拖板上装有反射镜的迈克尔逊双光束干涉仪的光学系统。为了用光学倍增法测量线纹尺的各段，可以采用多光束干涉仪（法卜利—白洛标准具）。

该仪器还可在单色光下直接以光波波长为单位

测量刻尺或用与量块比较的方法进行测量。

仪器传动系统图是根据纵向比较原理得出的，这样使非线性位移误差减小到二级微量，并且使仪器的结构也简化了。

仪器的特点在于它将观察干涉图的光学系统也用作为读数系统，这样简化了测量过程并提高了测量效率。

干涉法测量刻尺的试验研究是在图 1 所示的一台样机上进行的。

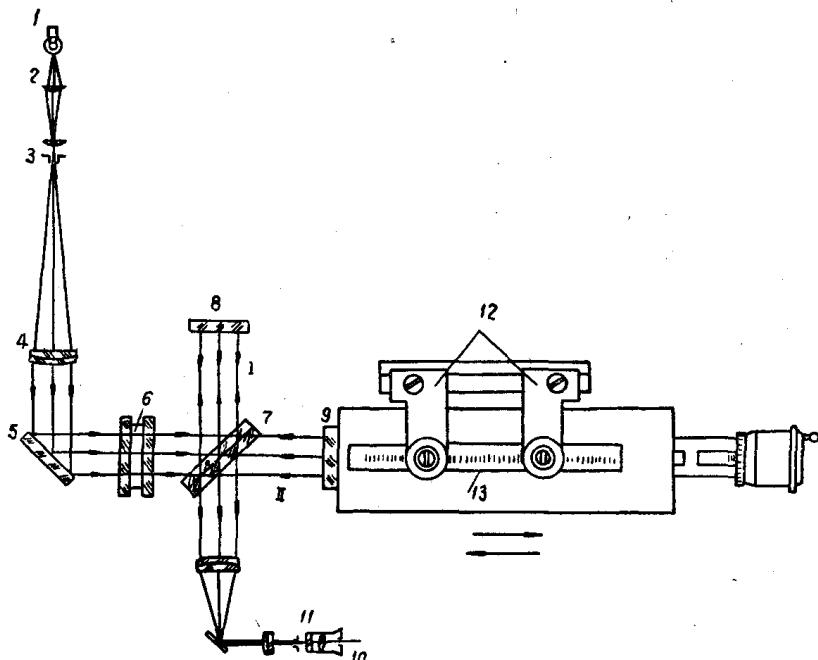


图 1 干涉仪样机图

从白炽灯 1 射来的白色光束通过聚光镜 2 会聚在平行光管的狭缝 3 上，狭缝位于物镜 4 的焦点上。从平行光管出来的平行光束由反射镜 5 直接反射或通过法卜利—白洛标准具射至分光板 7 上，该分光板与干涉仪的比较反射镜 8 牢牢地连接在同一组上。干涉仪的第二块反射镜 9 位于仪器活动拖板的

调节支座上。

当干涉仪二个分路中光程差很小时，从反射镜 8 和 9 反射出来的光束相互迭加而产生干涉。干涉图可在观察系统 10 的视场中看到。

为了在拖板连同反射镜一起移动时得到一系列不连续值——光程差，将法卜利—白洛标准具引入光

束中。

法卜利-白洛标准具是用熔融石英做成管状的。在其平行平面端面上用光胶法胶上楔形石英片。在标准具石英片的工作表面上用阴极喷雾法涂上银层，其反射系数保证标准具有较高的鉴别率。

当光依次地经过法卜利-白洛标准具和双光束干涉仪的系统时，在仪器中可以看到重迭于白光中的干涉条纹。当反射镜9的反射面与比较反射镜8的虚象之间的距离等于*iε*时（*ε*—标准具反射面之间的距离，*i*=1, 2, 3, ..., —确定重迭条纹级数的倍数），这些条纹才能看到。

当拖板上的反射镜9离比较平面向一边移动时（例如离分光板的方向移动时）可以观察到二组光束的干涉现象，一组是通过分路II的光束，另一组是分路I的光束，它从比较反射镜8反射出来并在标准具中相应地比光束II多经过二、四等次反射。当反射镜9向相反方向移动时，在标准具中经过较多次反射而通过分路II的光束和在标准具中相应地经过较少次反射的分路I的光束产生干涉现象。

上述光学系统可以得到拖板精确的顺序移动，后者借干涉现象而进行检验，因此当*ε*=10毫米时，还可以测量装在拖板上的刻尺13之间的距离0~10, 0~20, 0~30毫米等等（图1）。

在其中一个显微镜12中观察刻尺的刻线；有两个显微镜就可以同时测量两个长达100毫米的刻尺。

如果具有单独的读数装置，则当拖板移动间隔为标准具长的倍数时，可使白光的黑色消色差干涉条纹调节到读数刻尺11的同一刻线上或调至观察系统10的目镜分划板的十字线上，而此时被检刻尺的刻线与显微镜光轴的不重合可用读数装置测得。

当该仪器中所采用的读数系统和观察系统相合时，拖板的移动可按被检刻尺13的间距进行。通过拖板的微小移动把刻尺的刻线调到显微镜之双刻线之中，并可按观察系统的目镜刻尺进行读数。

白色光的黑色消色差干涉条纹用作刻尺的指示线，其格值*c*用波长表示。

仪器上的测量在于移动拖板时顺序地瞄准刻线，而刻尺被检间距*l<sub>i</sub>*的未知长度可按下式计算

$$l_i = (r_0 - r_i)c + i\epsilon$$

式中  $r_0, r_1, \dots, r_i$ —观察起点刻线和以后刻线时的读数。

当用量块检验刻尺时，量块应代替比较反射镜的位置。这时测量的方法仍不改变。

至于采用单色光的可能性问题，则此时最好采用装在观察系统上的可逆计数器来进行干涉条纹的计数。

根据在样机上检定过的原理，柯玛洛娃（Р. И. Комарова）和斯捷潘诺夫（Б. С. Степанов）设计了一台用于测量长达200毫米刻尺的干涉仪。该干涉仪的光学系统比样机的光学系统更改进了一步，其光学系统图示于图2。

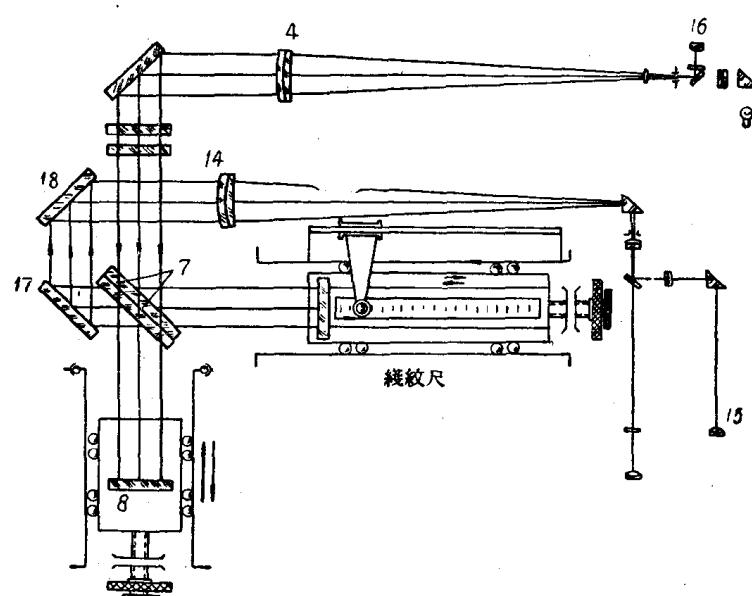


图2 用于测量长达200毫米刻尺之干涉仪的光学系统图

图号1~13 見图1