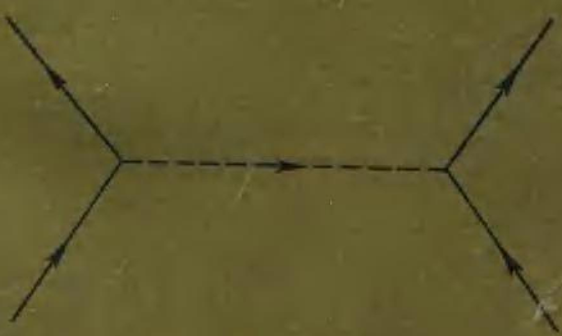
相对论量子力学

J.D.比约肯　S.D.德雷尔　著



科学出版社

相对论量子力学

J. D. 比约肯　S. D. 德雷尔　著

纪哲锐　苏大春　译

黄念宁　校

内 容 简 介

本书介绍了相对论量子力学的原理和应用，是国际理论物理丛书之一．本书论述了 Dirac 粒子、光子和介子的传播子理论，举例说明了电磁、弱和强相互作用中有用的各种技巧和概念，包括重正化程序、辐射修正等．本书适于高等学校物理系高年级学生和研究生阅读，也可供大学教师和有关研究人员参考．

J. D. BJORKEN S. D. DRELL
Relativistic Quantum Mechanics
Mc Graw-Hill Book Company, 1964

相对论量子力学
J. D. 比约肯 S. D. 德雷尔 著
纪哲锐 苏大春 译
黄念宁 校
责任编辑 张邦固
科学出版社出版
北京朝阳门内大街 137 号
中国科学院印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
*
1984 年 3 月第 一 版 开本：787×1092 1/32
1984 年 3 月第一次印刷 印张：10 5/8
印数：0001—7,900 字数：240,000

统一书号：13031·2493
本社书号：3424·13—3

定价： 1.65 元

作者为中译本写的序言

我们很高兴我们的书被译成了中文．我们希望大学生们在学习相对论量子力学和场论时会从这本书中得到帮助．自从本书在 1964—1965 年第一次出版以来，场论有了许多新的进展，它们远远超出了这本书的范围，但是我们仍然希望本书可以作为学习这一美丽而富有成果的领域的基础．

J. D. 比约肯　S. D. 德雷尔

序　言

Feynman 在 1949 年所开创的相对论量子理论的传播子方法，为量子电动力学提供了一个既实用又直观的表述方案，同时也为基本粒子理论中广泛的问题给出了一个颇有成效的方法. 理论家现今相信量子电动力学的预言，是以整个重正化程序为依据的，而这种程序事实上依赖于 Feynman 图分析；在证明为写出色散关系所需的解析性上的显著进展，也是如此. 其实，人们甚至会采取把理论看作就是一切 Feynman 图的集合这种极端的观点.

在本书及其姊妹篇《相对论量子场》中，我们并没有宣扬这一观点，事实上我们也没有宣扬任何一种观点而摒弃其余. 现今基本粒子理论的不能令人满意的现状不允许人们采取这种奢华的作法. 特别是，我们不愿轻视形式化量子场论所取得的进展的重要性，以及色散关系对低能介子-核子过程所给出的不可忽视的解释. 然而，我们将把首先强调 Feynman 规则的发展，它直接来自 Dirac 电子单粒子波动方程以及空穴理论边界条件.

我们承写此书(后来写成了两本书)的原始动机就是指导我们采用上述方法的如下三点主要信念：

1. Feynman 图和计算规则把量子场论总结成与人们需要理解的实验数值紧密联系的一种形式. 尽管用图表述理论可能意味着微扰论，但是图形法在多体问题中的应用却表明，通融一点，它也可用来处理非微扰本性的现象(例如，超导电性和硬球 Bose 气体).

2. 比起定域化正则量子场论的繁杂的数学结构，Feynman 计算规则的某种变形可能更长久地存在下去，因为定域化场论是以场定义于空-时点这种理想化条件为基础的. 因此，让我们与场论形式无关地首先展开这些规则，这就可将场论形式不是作为基础而是看作上层结构.

3. 这样一种展开法与演绎式场论相比，虽然说服力略差，但却更直接，且不那么形式化，这将使 Feynman 图的定量计算、分析和理解，成为更大范围内的物理学家的技巧，而不单纯为少数擅长二次量子化的理论家所独享. 特别是，考虑从事实验工作的同行和对粒子物理感兴趣的大学生，我们相信这是一种健康的发展.

我们原来写一本书的想法后来变成了写两本书. 在这第一本书《相对论量子力学》中，我们发展了 Dirac 粒子，光子和 Klein-Gordon 介子的传播子理论，并为举例说明电磁、弱和强相互作用中的各种有用的技巧和概念，进行了一系列的演算. 这包括重正化程序的定义与实际过程，在低阶计算出辐射修正效应，如 Lamb 移位. 本书必要的基础是如 Schiff 的《量子力学》那样一般水平的非相对论量子力学教本.

在第二本书《相对论量子场》中，我们发展了正则场论，并在利用 LSZ 约化技术构成传播子和散射振幅的封闭表示式之后，重又回到 Feynman 图展开. 证明了利用正则场论构成的散射振幅的微扰展开同第一本书中的 Feynman 规则是全同的. 我们利用进一步的图形分析研究了直到耦合参数任意阶的 Feynman 振幅的解析性质，并说明了色散关系方法. 最后，我们证明了已重正化的量子电动力学到相互作用的每一阶都是有限的.

下面不再详述我们做了些什么，而列出在这两本书的讨论中所略去的主要论题. 我们完全忽略了主要由 Schwinger

倡导的作用量原理以及量子场论的变分法表述．而只在寻求对称性时才用到作用量原理．也没有详细讨论公理化场论的有力的发展，以及从场论派生出来的纯 S 矩阵方法． 除去在第一本书中讨论了 Lamb 移位和氢原子谱外，也略去了束缚态问题．只在最低限度上研究了色散关系的动力学应用．没有给出重矢量介子的量子场论表述—也没有给出任何带导数耦合的量子场论的表述．最后，对本书中所讲述的许多发展，我们没有提供所依据的所有重要原始文献的目录．在下列出色的书籍或专著中可以或多或少地弥补这个缺陷．

Schweber, S.:"An Introduction to Relativistic Quantum Field Theory," New York, Harper & Row Publishers, Inc., 1961.

Jauch, J.M., and F.Rohrlich: "The Theory of Photons and Electrons," Cambridge, Mass., Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1955.

Bogoliubov, N.N., and D.V.Shirkov:"Introduction to the Theory of Quantized Fields," New York, Interscience Publishers,Inc., 1959.

Akhiezer, A., and V.B.te Bereztetski: "Quantum Electrodynamics, "2d ed., New York, John Wiley & Sons, Inc., 1963.

Umezawa, H.: "Quantum Field Theory," Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1956.

Hamilton, J.:"Theory of Elementary Particles," London, Oxford University Press, 1959.

Mandl, F.:"Introduction to Quantum Field Theory," New York, Interscience Publishers, Inc., 1960.

Roman, P.:"Theory of Elementary Particles", Amsterdam North-Holland Publishing Company, 1960.

Wentzel, G.:"Quantum Theory of Field," New York, Interscience Publishers, Inc., 1949.

Schwinger, S.:"Quantum Electrodynamics", New York, Dover Publications, Inc., 1958.

Feynman, R.P.: "Quantum Electrodynamics", New York, W.A.Benjamin, Inc., 1962.

Klein, L.(ed.): "Dispersion Relations and the Abstract Approach to Field Theory," New York, Gordon and Breach Science Publishers, Inc., 1961.

Screaton, G.R. (ed.) "Dispersion Relations; Scottish Universities Summer School," New York, Interscience Publishers, Inc., 1961.

Chew, G.F.: "S-Matrix Theory of Strong Interactions,"New York, W.A. Benjamin, Inc., 1962.

最后，我们要感谢许多学生和同事们，在本书由讲义发展成书时他们是卓越的批评者和鼓励者．感谢 L. I. Schiff 教授最初的重要鼓励和支持我们承担此书的写作，并感谢 Rosemarie Stampfel 和 Ellen Mann 在秘书工作中出色的合作。

J. D. 比约肯　S. D. 德雷尔

目　　录

第一章　Dirac 方程

1.1　相对论性量子理论的表述

既然狭义相对性原理现在已被普遍接受，一个正确的量子理论就必须满足相对论的要求：在一个惯性系统中成立的运动定律必须在一切惯性系统中都是正确的．用数学语言来说，相对论性量子理论必须表述为 Lorentz 协变的形式．

在从非相对论性量子力学向相对论性量子力学过渡时，我们将力图保留作为非相对论性理论基础的原理．我们简短地回顾一下这些原理：[1]

1．对于一个给定的物理系统，存在一个态函数 Φ，它总括了关于系统所能知道的一切．我们在初始发展相对论性单粒子理论时，往往直接处理态函数的坐标实现，即波函数 $\psi(q_i\cdots, s_i\cdots, t)$．$\psi(q, s, t)$ 是一个复函数，它依赖于所有的经典自由度 $q_1\cdots q_n$、时间 t、以及任何附加的自由度，例如量子力学特有的自旋 s_i．波函数并没有直接的物理解释；然而，$|\psi(q_1\cdots q_n, s_1\cdots s_n, t)|^2\geqslant 0$ 被解释为系统在时刻 t 取值 $(q_1\cdots s_n)$ 的几率．显然，这种几率解释要求：对于一切物理上可以接受的波函数 ψ 来说，在时刻 t，对于 $q_1\cdots s_n$ 的一切值，正贡献 $|\psi|^2$ 之和应当是有限的．

---

1) 例如参看 W. Pauli, "*Handbuch der Physik*," *2d ed.*, Vol. 24, p. 1, *J. Springer, Berlin,* 1933. L. I. Schiff, "*Quantum Mechanics*," *2d ed. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York*, 1955. P. A. M. Dirac, "*The Principles of Quantum Mechanics*," *4th ed. Oxford University Press, London*, 1958.

2. 每个物理可观察量以一个线性厄米算符表示. 特别是,正则动量 p_i 在座标实现中的算符对应是:

$$p_i \rightarrow \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial q_i}$$

3. 一个物理系统处于算符 Ω 的本征态,如果

$$\Omega \Phi_n = \omega_n \Phi_n, \tag{1.1}$$

其中 Φ_n 是相应于本征值 ω_n 的第 n 个本征态. 对于厄米算符, ω_n 是实数. 在座标实现中,与(1.1)相应的方程是

$$\Omega(q, s, t)\phi_n(q, s, t) = \omega_n \phi_n(q, s, t)$$

4. 展开公设说,对于一个物理系统的任意一个波函数(或态函数)可按对易算符全集(Ω_n)的完全正交归一本征函数集 ϕ_n 展开. 于是,我们写下

$$\phi = \sum_n a_n \phi_n$$

这里正交归一性的陈述是

$$\sum_s \int (dq_1\cdots)\phi_n^*(q_1\cdots, s\cdots, t)\phi_m(q_1\cdots, s\cdots, t) = \delta_{nm}$$

$|a_n|^2$ 记录了系统处于第 n 个本征态的几率.

5. 对物理可观察量的一次测量结果是其本征值中的任意一个. 特别是, 对于用波函数 $\phi = \Sigma a_n \phi_n$(这里 $\Omega\phi_n = \omega_n\phi_n$)描写的物理系统,测量物理可观察量 Ω, 则以几率 $|a_n|^2$ 得到本征值 ω_n. 对于全同制备的系统, 多次测量可观察量 Ω 的平均由下式给出

$$\langle \Omega \rangle_\phi = \sum_s \int \phi^*(q_1\cdots, s\cdots, t)\Omega\phi(q_1\cdots, s\cdots, t)$$

$$(dq_1\cdots) = \sum_n |a_n|^2 \omega_n$$

6. 物理系统随时间的发展由 Schrödinger 方程

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=H\psi \tag{1.2}$$

表述，其中哈密顿量H是一线性厄米算符．对于一封闭的物理系统，H不显含时间，即 $\frac{\partial H}{\partial t}=0$，在这种情况下，其本征值相应于系统的可能的定态．由H的线性得出迭加原理，而由H的厄米性得出了几率守恒的论述

$$\frac{d}{dt}\sum_s\int\psi^*\psi(dq_1\cdots)=\frac{i}{\hbar}\sum_s\int(dq_1\cdots)[(H\psi)^*\psi - \psi^*(H\psi)]=0 \tag{1.3}$$

我们将努力保持这六条熟知的原理作为相对论性量子理论的基础．

1.2 早期的尝试

最简单的物理系统是一孤立的自由粒子系统，对于它，非相对论性哈密顿量是

$$H=\frac{p^2}{2m}. \tag{1.4}$$

向量子力学的过渡是由下列替换来实现的

$$H\rightarrow i\hbar\frac{\partial}{\partial t}, \tag{1.5}$$

$$\boldsymbol{p}\rightarrow\frac{\hbar}{i}\nabla.$$

它导致非相对论性 Schrödinger 方程

$$i\hbar\frac{\partial\psi(q,t)}{\partial t}=\frac{-\hbar^2\nabla^2}{2m}\psi(q,t) \tag{1.6}$$

方程 (1.4) 和 (1.6) 是非协变的，因而是不令人满意的．在 Lorentz 变换下左边和右边变换不同．按照狭义相对论，总能

量 E 和动量 (p_x, p_y, p_z) 像具有不变长度的逆变 4-矢量的分量那样变换

$$p^\mu = (p^0, p^1, p^2, p^3) = \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z\right).$$

这个不变长度是

$$\sum_{\mu=0}^{3} p_\mu p^\mu \equiv p_\mu p^\mu = \frac{E^2}{c^2} - \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{p} = m^2c^2 \tag{1.7}$$

m 是粒子的静止质量，c 是真空中的光速. 本书所用的协变符号在附录 A 中有更详尽的讨论. 这里我们只指出算符替换 (1.5) 是 Lorentz 协变的,因为它是两个逆变4-矢量[1]之间的对应. $p^\mu \to i\hbar\partial/\partial x_\mu$.

根据这点,自然把

$$H = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} \tag{1.8}$$

取作相对论性自由粒子的哈密顿量,并作(1.6)式的相对论性的量子类似式,写下

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \sqrt{-\hbar^2c^2\nabla^2 + m^2c^4}\,\psi \tag{1.9}$$

我们立刻面临着如何解释 (1.9) 式右边平方根算符的问题. 若把它展开,我们将得到一个含有导数算符各次幂的方程,从而是非定域的理论. 这样的理论非常难以处理，它是 Schrödinger 方程的一个并不吸引人的变形,其中空间与时间座标以不对称的形式出现.

为了数学上的简捷(尽管或许缺少充分的物理论据)，我们去掉 (1.9) 式中的平方根算符,写出

$$H^2 = p^2c^2 + m^2c^4. \tag{1.10}$$

---

1) 我们定义 $x^\mu = (ct, \boldsymbol{x})$ 和 $\nabla^\mu = \partial/\partial x_\mu$

同样地，迭代 (1.9) 式并利用这样的事实[1]：若 $[A, B] = 0$，$A\psi = B\psi$ 意味着 $A^2\psi = B^2\psi$，我们有

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi = (-\hbar^2\nabla^2 c^2 + m^2c^4)\psi.$$

可以看出，这就是经典的波动方程

$$\left[\Box + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\right] \psi = 0,$$

其中

$$\Box = \frac{\partial}{\partial x_\mu} \cdot \frac{\partial}{\partial x^\mu} \tag{1.11}$$

在进一步考察 (1.11) 之前，我们首先注意到：在将能量关系平方时，我们已经引入了一个外加的负能根

$$H = -\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}.$$

为了得到简单的方程，我们已经牺牲了正定的能量，并引入了"外加的"负能解的困难. 这一困难后来被克服了(将于第五章讨论)，可以对负能解作出物理解释. 特别是，它们与反粒子联系起来了，而自然界中反粒子的存在对这个处理给出了强有力的实验支持. 因此，让我们来考虑 (1.10) 以及由此推出的波动方程 (1.11). 我们的第一个任务是构造一个守恒流，这是因为 (1.11) 是一个二阶波动方程，它与 Schrödinger 形式 (1.2) 有所不同，而在非相对论性理论中几率解释则是以 (1.2) 为基础的. 为此我们仿照对 Schrödinger 方程所做的，以 ψ^* 乘 (1.11)，以 ψ 乘其复共轭方程，然后相减

$$\psi^* \left[\Box + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\right] \psi - \psi \left[\Box + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\right] \psi^* = 0$$

$$\nabla^\mu(\psi^*\nabla_\mu\psi - \psi\nabla_\mu\psi^*) = 0$$

---

1) 通贯本书，我们用记号 $[A, B] \equiv AB - BA$ 表示对易子，用 $\{A, B\} = AB + BA$ 表示反对易子.

或

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{i\hbar}{2mc^2}\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t}-\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial t}\right)\right]$$

$$+\operatorname{div}\frac{\hbar}{2im}[\psi^*(\nabla\psi)-\psi(\nabla\psi^*)]=0 \quad (1.12)$$

我们很想把 $(i\hbar/2mc^2)\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial t}-\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial t}\right)$ 解释为几率密度ρ.但这是不可能的,因为它不是一个正定的表达式.由于这个缘故,我们循着历史的途径[1]暂时放弃方程(1.11),希望能够找到一个对时间导数为一阶的方程,它应如在Schrödinger情形中那样,容许做直接了当的几率解释. 但是我们以后还将回到方程(1.11). 尽管我们将找到一个一阶方程、但是要对单粒子保持正定的几率密度、同时又对(1.10)的负能根提供一个物理解释,仍然是不可能的. 因此方程(1.11)(常常也称为 Klein-Gordon 方程)和我们现在就要讨论的方程一样,仍然是相对论性量子力学的同样强有力的候选者.

1.3 Dirac 方程

循着历史上 Dirac[2] 在1928年所经过的途径,我们来寻求一个具有正定几率密度的、形如(1.2)的相对论性协变方程.既然这一方程对于时间导数是线性的,试图构成一个对空间导数也是线性的哈密顿量便是很自然的. 可以假定这样的方程的形式为

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=\frac{\hbar c}{i}\left(\alpha_1\frac{\partial\psi}{\partial x^1}+\alpha_2\frac{\partial\psi}{\partial x^2}+\alpha_3\frac{\partial\psi}{\partial x^3}\right)$$

---

1) E. Schrödinger, *Ann. Physik*, **81**, 109 (1926); W. Gordon, *Z. Physik*, **40**, 117 (1926); O. Klein *Z. Physik*, **41**, 407 (1927).

2) P. A. M. Dirac, *Proc. Roy. Soc.* (*London*), **A117**, 610 (1928); 同刊 **A118**, 351 (1928); "*The Principles of Quantum Mechanics*" 前引.