

Liangqiao Li Lun Yu Jisuan

梁桥理论与计算

程翔云 编著

人民交通出版社

且出版这方面的专著较多，故在本章中只列出主要公式及实用图表。本章对箱梁负剪力滞现象作了较详细的阐述，并揭示出新发现的一些力学性能；对于箱梁横向挠曲提出了分析解，并用数值解和模型试验进行了验证，为当前借用板的有效宽度规定来作箱梁的框架分析提供了依据。第九章介绍苏联符拉索夫关于箱梁及壳体空间分析的广义坐标法，作者通过自己的教学实践，力求使这一章写得通俗一些。

第四篇分为纽玛克数值解法，因为这种方法非常适合于解变截面梁桥的内力与变形问题。它的特点是方法简单，易于掌握，可以手算，且精度较高，也可编制计算机程序，故对工程设计十分有用。这部分共分四章介绍，第十章着重介绍该法的基本原理，并通过变截面连续梁的挠度、内力以及预应力二次弯矩影响线来阐明方法的应用及精度。第十一章介绍该法在弹性地基梁上的应用，并补充置于多层土中的钻孔灌注桩和加筋土挡墙的计算问题。第十二章介绍该法如何分析变高度箱梁的畸变和荷载横向分布问题。第十三章介绍该法分析变截面压杆稳定和压弯杆件的变形问题。上述的最后两章还介绍了相应的精确理论，以资比较。

本书在编写中，对于每一部分始终贯穿着既有实用计算方法及实用图表，又有精确理论和详细算例的原则，以便读者自学提高和具体应用。文末附有参考书目为教学、科研及工程技术人员在研究感兴趣的问题时提供一些线索。

由于作者的水平所限，书中内容难免有不当与错误之处，希望读者批评指正。

本书中有些理论问题，曾得到清华大学张福范教授，同济大学张士铎教授，铁道部大桥工程局桥梁研究所周履高级工程师的指导和帮助，谨致以深切的谢意。

程翔云

1986年9月于湖南大学

梁桥理论与计算

程翔云 编著

人民交通出版社出版发行

(北京和平里东街10号)

各地新华书店经销

人民交通出版社印刷厂印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 18.375 插页: 1 字数: 444千

1990年1月 第1版

1990年1月 第1版 第1次印刷

印数: 0001—2200册 定价: 12.80 元

内 容 提 要

本书系统介绍板桥、T形梁桥和箱形梁桥的一般实用计算方法，同时还扼要介绍了薄板理论中的广义简支边概念、比拟变厚度正交异性板理论、箱梁的剪力滞、扭转、畸变及横向挠曲的分析理论、空间结构力学的广义坐标法原理，并联变高度箱梁的荷载横向分布以及变截面压杆的稳定等问题。

最后，全面介绍了纽玛克数值解法在解变截面连续梁桥的挠度、内力及预应力二次弯矩影响线、变截面弹性地基梁、钻孔灌注桩及加筋土挡墙、变高度箱梁的畸变和荷载横向分布，以及变截面压杆屈曲等方面问题上的应用。

本书可供大专院校师生以及从事桥梁建设的工程技术人员参考。

前 言

本书是作者执教《桥梁工程》课程以来的一本学习心得。它针对钢筋混凝土梁桥中的若干理论问题、规范规定和简化计算方法,并结合我国的荷载标准进行了一系列较深入的研究和公式推导;对有些问题还补充了自己的有限元法计算结果和模型试验数据予以验证。此外,本书还纳入了国内外部分有关桥梁设计理论的最新成果和著作,以供读者学习时参考。

全书分四篇,共计十三章。第一篇为小跨径的板桥,它包括本书最前面的四章。第一章给出了板桥实用计算方法和规范规定。第二章扼要介绍薄板的基本理论,其中补充了“广义简支边”的新概念。第三章是应用广义简支边概念、各种简支板的弹性解答和叠加法原理,具体地分析各种体系板桥的内力和变形,从而论证规范有关条文的合理性。第四章一般地介绍比拟正交异性板理论,并详细补充了G-M法在 $\alpha > 1$ 时的计算公式和BASIC语言的计算机程序,解决了工程设计中目前尚存在的一个问题。

第二篇为T形截面梁桥,它包括两章。第五章介绍荷载横向分布计算,除了一般阐述G-M法在等截面简支和非简支体系梁桥上的应用之外,着重介绍了比拟变厚度正交异性板理论及其在变高度T形梁桥荷载横向分布上的应用。第六章通过对T形梁翼缘剪力滞效应的分析,论证了规范中关于翼缘有效宽度的规定。

第三篇为箱形截面梁桥,它包括三章。第七章简要介绍了目前工程中几种实用计算方法。第八章按照荷载等效分解的原理,分别论述箱梁对称受弯时的剪力滞效应、偏载时的扭转和畸变以及因局部荷载产生的横向挠曲。由于箱梁扭转内容的篇幅较长,

目 录

第一篇 板 桥

第一章 板桥的实用计算方法	1
§1-1 板的荷载有效分布宽度	1
一、荷载有效分布宽度的概念	1
二、有效分布宽度沿跨长方向的变化	2
§1-2 荷载有效分布宽度的规范规定	5
一、我国规范的规定	5
二、示例	8
三、其它国家的规范规定	11
§1-3 板桥挠度的图表法计算	18
一、G-M法图表使用方法简介	19
二、简支板的挠度计算	21
§1-4 非简支体系板的挠度计算	25
一、近似计算方法的原理	25
二、悬臂板的挠度计算	28
三、带简支跨悬臂板的挠度计算	29
四、连续板的挠度计算	31
五、各种非简支体系板的算例	31
第二章 弹性薄板理论	36
§2-1 基本假定	36
§2-2 薄板挠曲面的微分方程	37
一、应力	37
二、内力	39

三、平衡方程.....	41
四、板的挠曲面微分方程.....	42
§2-3 边界条件.....	43
§2-4 广义简支边.....	48
一、概念.....	48
二、三边简支、一边为广义简支边的矩形板.....	49
§2-5 承受局部荷载、周边简支的矩形板.....	53
§2-6 边缘承受分布弯矩的简支矩形板.....	55
§2-7 叠加法.....	59
§2-8 弹性薄板解题用表.....	65
一、简支矩形板的挠曲面方程用表.....	65
二、各种边界条件用表.....	72
第三章 板的荷载有效分布宽度的弹性分析.....	74
§3-1 简支板的荷载有效分布宽度的弹性分析.....	74
一、基本假定.....	74
二、基本公式.....	75
三、算例与分析.....	78
§3-2 行车道板荷载有效分布宽度的弹性分析.....	86
一、基本假定.....	86
二、基本公式.....	87
三、行车道板的有效分布宽度分析.....	90
§3-3 连续板荷载有效分布宽度的弹性分析.....	96
一、基本公式.....	96
二、荷载有效分布宽度的计算与分析.....	107
第四章 比拟正交异性板理论.....	118
§4-1 比拟正交异性板的挠曲面微分方程.....	118
一、正交各向(材料)异性板的挠曲面微分方程.....	118
二、比拟正交异性板的挠曲面微分方程.....	120
三、比拟正交异性板挠曲面微分方程的解法.....	122
§4-2 $0 < \alpha \leq 1$ 情况的简支板.....	124

一、简支板在无荷载区的挠度 w_h	124
二、简支板在荷载作用下的挠度 w_p	126
三、具有定宽 $2B$ 的简支板挠曲面的普遍公式	130
四、影响系数 K_0 、 K_1 和 K_a	135
五、横向弯矩的计算原理	138
§4-3 $\alpha > 1$ 情况的等代简支板	141
一、简支板在无荷载区的挠度 w_h	141
二、简支板在荷载作用下的挠度 w_p	142
三、具有定宽 $2B$ 的简支板挠曲面的普遍公式	144
四、影响系数 K_a	148
五、横向弯矩的计算	148
六、PC-1500 计算机程序	150

第二篇 T 形梁桥

第五章 T 形梁桥的荷载横向分布计算	153
§5-1 按比拟正交异性板理论计算荷载的横向分布	153 ✓
一、简支 T 形梁桥	153
二、算例	156
三、非简支体系 T 形梁桥	161
§5-2 比拟变截面正交异性板挠曲面方程	161
一、非均匀正交异性板的挠曲面微分方程的建立	161
二、边界条件	164
§5-3 用变分法解变截面正交异性板方程	165
一、基本假定	165
二、体系的总势能	166
三、几种类型梁桥边界上的已知外力和位移分析	169
四、变分方程	177
§5-4 变截面窄桥的荷载横向分布	180
一、荷载横向分布影响线	180

二、窄桥的荷载横向分布影响线	191
§5-5 变截面宽桥的荷载横向分布	182
一、泛函的变分	182
二、微分方程的求解	184
三、宽桥的荷载横向分布影响系数	186
§5-6 非简支体系梁桥的荷载横向分布——广义	
刚度法	188
一、广义刚度的特征	188
二、广义刚度的计算	190
§5-7 广义刚度法示例	201
一、变截面悬臂梁桥的荷载横向分布	201
二、等截面三跨连续板桥的横向相对挠度曲线	205
第六章 T形梁翼缘的有效宽度	208
§6-1 翼缘有效宽度的计算	208
一、剪力滞后的概念	208
二、翼缘的有效宽度	210
三、各国关于翼缘有效宽度的规定	213
§6-2 用比拟杆法分析 T形梁剪力滞	215
一、基本原理	215
二、微分方程组的建立	218
三、微分方程组的求解	221
四、剪力滞效应与有效宽度	224
五、比拟杆法算例	226
§6-3 用变分法分析 T形梁剪力滞	235
一、基本假定	235
二、变分方程及其它公式的推导	236
三、承受集中荷载的简支梁	242
四、承受匀布荷载的简支梁	248
五、承受集中荷载的悬臂梁	252
六、承受匀布荷载的悬臂梁	254

§6-4 T 形截面连续梁的有效宽度	257
一、中支点固定法	258
二、叠加法	261
三、等代简支梁法	264
四、T 形梁翼缘有效宽度的计算公式用表	265

第三篇 箱形梁桥

第七章 箱形梁桥的实用计算	266
§7-1 内力增大系数法	266
一、按经验分析的增大系数法	267
二、按偏压法分析的增大系数法	268
§7-2 修正偏心受压法	268
一、基本公式	269
二、简支 T 形梁桥的 β 值计算	272
三、简支箱形梁桥的 β 值计算	274
四、悬臂箱形梁桥的 β 值计算	275
五、箱形截面连续梁桥的 β 值计算	276
六、三跨连续箱梁的 φ_T 值计算	281
§7-3 箱梁纵、横向内力的简化分析	286
一、箱梁翼缘的有效宽度	286
二、箱梁局部荷载引起的横向内力	295
第八章 箱梁计算的荷载分解分析法	298
§8-1 荷载的分解	298
§8-2 箱梁的剪力滞	300
一、比拟杆法分析	300
二、变分法分析	303
三、算例	307
§8-3 悬臂箱梁的负剪力滞	315
一、负剪力滞现象的物理解释	315

二、理论公式	317
三、算例与分析	319
§8-4 箱梁的扭转	324
一、基本公式	324
二、边界条件	327
三、微分方程的解	327
四、剪切中心	327
五、算例	332
§8-5 箱梁的畸变	338
一、畸变位移与分析的假定	338
二、箱梁在畸变荷载下的总势能	341
三、以畸变角 γ 表示的畸变微分方程	348
四、以畸变挠度 W 表示的畸变微分方程	349
五、利用与弹性地基梁的相似性解畸变微分方程	352
六、框架横向弯矩的计算	352
七、算例	353
§8-6 箱梁的局部荷载效应	357
一、简化的计算图式	357
二、基本公式	360
三、试验验证	364
四、有效宽度分析	367
第九章 箱梁分析的广义坐标法	372
§9-1 基本理论	372
一、二维问题的一维化	372
二、广义坐标的选定	374
三、 m 和 n 数目的确定	376
四、微分方程组的建立	379
五、边界条件及广义内力	384
§9-2 考虑周边变形的单室矩形箱梁	387
一、广义坐标函数	389

二、系数的计算	389
三、微分方程组	393
四、边界条件和广义内力	395
§9-3 不考虑剪切变形的箱形梁分析	398
一、微分方程组的改造	399
二、算例	402

第四篇 纽玛克数值解法

第十章 纽玛克数值解法的基本原理	406
§10-1 共轭梁法	406
一、基本原理	406
二、实梁与虚梁支承的对应关系	407
三、算例	409
§10-2 纽玛克法	410
一、递推运算关系式	410
二、等效集中虚荷载	415
§10-3 变截面简支梁的挠度计算	422
一、阶梯形梁	422
二、变截面梁	422
§10-4 变截面悬臂梁的挠度计算	424
一、阶梯形梁	424
二、变截面梁	424
§10-5 变截面连续梁	425
一、挠度计算	425
二、支反力影响线	432
三、预应力连续梁的二次弯矩影响线	434
第十一章 弹性支承的梁	441
§11-1 具有集中弹簧支承的梁	441
一、基本原理	441

二、变截面弹簧支承连续梁	446
§11-2 弹性地基梁	450
一、变截面弹性地基梁	450
二、钻孔灌注桩	454
三、加筋土挡墙	466
第十二章 变高度箱形梁	473
§12-1 单室变高度箱梁的畸变	473
§12-2 两箱并联变高度悬臂梁桥的荷载横向分布—— 分析解法	478
一、概述	478
二、相对挠度微分方程的建立	478
三、相对挠度微分方程的解	481
四、几种特殊情况	484
五、算例	488
§12-3 两箱并联变高度悬臂梁桥的荷载横向分布—— 组玛克法	491
一、力学模型的建立	491
二、弹簧刚度的确定	492
三、力法求解	495
四、组玛克法求解	498
§12-4 三箱并联变高度悬臂梁桥的荷载横向分布—— 组玛克法	501
一、力学模型的建立	501
二、弹簧刚度的确定	502
三、荷载横向分布的分析	508
第十三章 变截面压杆与压弯杆件	514
§13-1 变截面压杆的稳定理论	514
一、一般理论	514
二、刚度按 $EI = Ax$ 变化的压杆	517
三、刚度按 $EI = Ax^2$ 变化的压杆	521

四、刚度按 $EI = Ax^3$ 变化的压杆	526
五、刚度按 $EI = Ax^4$ 变化的压杆	528
六、各种变截面压杆的临界力计算公式	532
§13-2 变截面压杆稳定计算的组玛克法	532
一、组玛克法原理	532
二、阶梯截面压杆	538
三、变截面压杆	541
四、不等长节段的应用	545
§13-3 变截面压弯杆件	547
附录 I G-M 法的荷载横向分布系数 K_0 、 K_1 、 μ_0 、 μ_1 图 表	551
附录 II G-M 法在 $\alpha > 1$ 时系数 K_α 、 μ_α 的 PC-1500 计算机 程序	564
参考文献	568

第一篇 板 桥

第一章 板桥的实用计算方法

整体式钢筋混凝土板桥是小跨径公路桥梁的一种常见桥型。目前,在我国,普通钢筋混凝土实心矩形板桥的标准跨径最大达到8 m,而双车道桥面的最小全宽,一般为8 m,板厚约在0.4 m以内。对于这种长宽比小于2的薄板结构,严格地说,应该应用弹性理论的分析方法,才能真实地反映结构的受力和变形性能。可是,在工程实践中,却很少有人愿意这样做。原因是弹性理论的公式,不仅推导冗繁,而且求算每一个截面的内力和变形都要用容量较大的电子计算机才能完成。因此,工程设计人员,一般都乐于应用较简捷而实用的计算方法。

板桥的计算内容主要有两个:其一,是截面内力计算,据此确定配筋用量,以确保结构的安全;其二,是挠度验算,以确保桥梁的正常使用。目前工程中常用的方法,对于内力计算是采用荷载有效分布宽度的方法;对于挠度验算则是利用G-M(Guyon和Massonnet)法图表进行计算,以获得近似的结果。因此,本章仅介绍这些实用计算方法,然后在第二至第四章里再阐述其基本原理,以帮助读者掌握它和应用它、去进一步解决工程中可能遇到的其它复杂问题。

§1-1 板的荷载有效分布宽度

一、荷载有效分布宽度的概念

薄板结构在竖直荷载作用下的受力性能与梁的弯曲所不同之处在于:(a)板除了在跨长方向发生弯曲外,在垂直于跨长方

向也发生弯曲；(b)板截面内除了弯矩、剪力之外，还伴随有扭矩；(c)在板的同一个横截面内，各种内力沿板宽方向都是呈不均匀分布的。因此，板的这种内力就不能再用初等梁理论中的公式，而要用更复杂的公式才算得出。例如图1-1a中的两对边简支、另两对边自由的矩形板，在矩形($u \times v$)分布荷载作用下，仅取其沿 x 方向的弯矩一项来看，跨中截面每单位板宽上的 $\bar{M}_x$ 沿板宽方向是呈不均匀分布的，其峰值 $\bar{M}_{x(\max)}$ 在荷载位置处。这时，如果希望用初等梁理论的公式也能得到这个正确的弯矩峰值，就必须用一个折合的板带宽度 B_0 来代替实际板宽；并且认为，在折合宽度内的弯矩是均匀分布的。这个折合的板带宽度通常称为荷载有效分布宽度。换句话说，如果将荷载均摊于折合宽度的全宽上，然后取其中的1m的板带当作简支梁来计算；那么，就能够得到与弯矩峰值相等的值。弯矩峰值 $\bar{M}_{x(\max)}$ 可以由精确的薄板理论得出，于是，荷载有效分布宽度 B_0 可按下列式计算：

$$B_0 = M_{\text{梁}} / \bar{M}_{x(\max)} \quad (1-1)$$

式中的 $M_{\text{梁}}$ 是按初等梁理论算得的跨中总弯矩值。该式表明，图1-1a中以 $\bar{M}_{x(\max)}$ 为高，以 B_0 为宽的矩形阴影面积，既等于跨中单位弯矩分布曲线所包围的面积，也等于图1-1b中梁的跨中总弯矩。

二、有效分布宽度沿跨长方向的变化

上述的分析是属于荷载位置与所要求算内力的截面相一致的情况。如果荷载不是作用在所要求算的跨中截面，而是在距左端支承为 x 处时，则跨中截面的弯矩 $\bar{M}'_x$ 将是另一条分布曲线(图1-1c)。与它相对应的梁的总弯矩则为 $M'_{\text{梁}}$ (图1-1d)。这时，由于内力与荷载作用位置是非线性关系，故按式(1-1)算得的有效分布宽度 B'_0 就不再是原来的 B_0 了。也就是说，这时应该将荷载均摊于所在位置的折合宽度 B'_0 上，然后取其中的1m宽板带当作初等梁来计算，才能得到真正的 $\bar{M}'_{x(\max)}$ 值。由此可见，对于板的跨中弯矩来说，不同的荷载位置就有不同的有效分布宽度，根据理论分析，它们大致是按抛物线变化(图1-2a)。同理，对于板

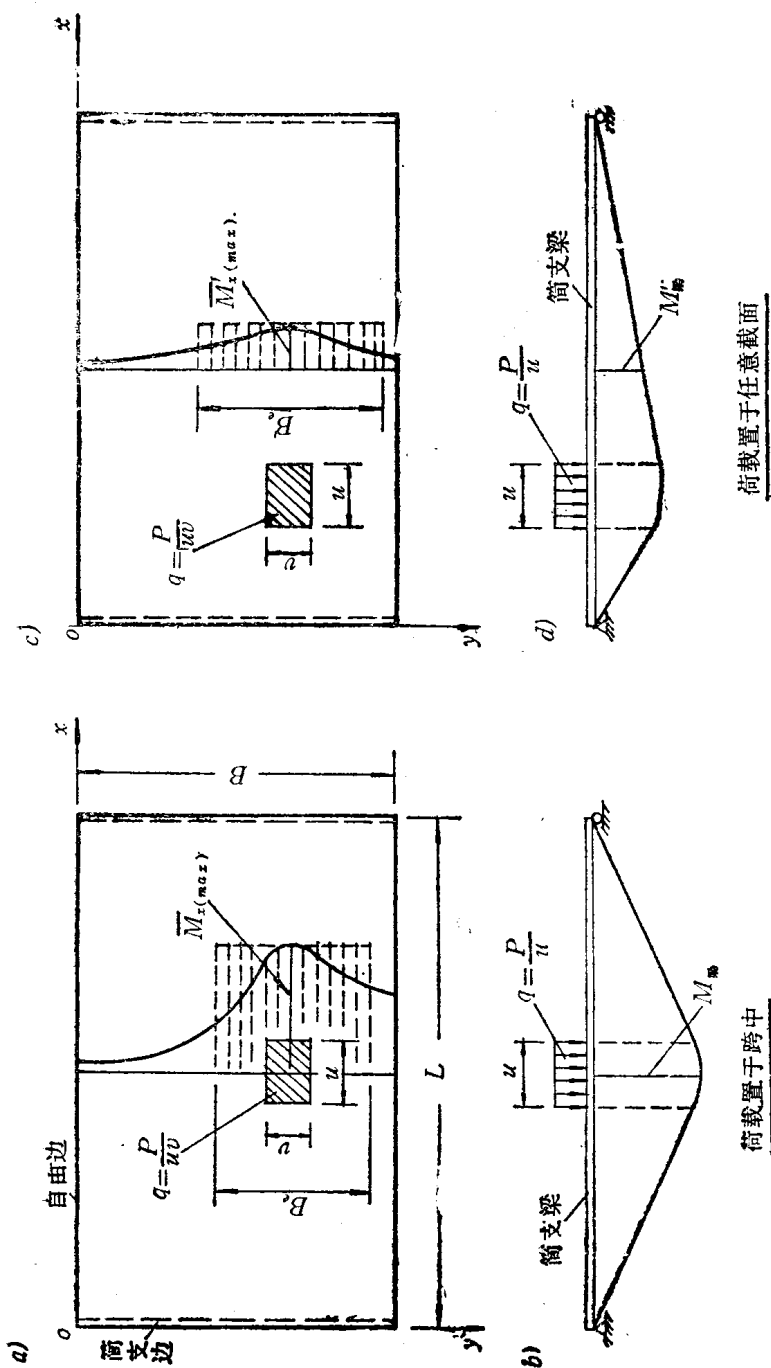


图1-1 筒支矩形板与筒支梁的挠曲