

高等学校试用教材

建筑材料机械设计(二)

史新主编

武汉工业大学出版社

高等学校试用教材

建筑材料机械设计(二)

史新主编

武汉工业大学出版社

内 容 提 要

全书共分三篇，第一篇高速旋转机械，第二篇输送机械，第三篇建材生产过程自动化概论。

本书在《建筑材料机械设计（一）》的基础上着重介绍高速旋转机械和输送机械的工作原理、构造、参数选择和设计方法，并简要介绍建材生产过程自动化方面的检测装置及控制系统。

本书是为高等工科院校建材机械设计与制造专业编写的试用教材，也可供从事建材工业的科研、设计、生产厂矿有关工程技术人员参考。

高等学校试用教材

建筑材料机械设计（二）

史 新 主 编

责任编辑 刘 永 坚

武汉工业大学出版社出版发行

新华书店湖北发行所经销、湖北石首市第二印刷厂印刷

开本：787×1092 1/16 印张：21·125 字数：541千字

1990年7月第1版 1990年7月第1次印刷

印数：1—2000册

ISBN 7—5629—0231—3/TH·0008

定价：4.20元

目 录

第一篇 高速旋转机械

第一章 转子动力学基础.....	(1)
第一节 刚性支承单盘对称转子的涡动分析.....	(1)
第二节 确定转子临界转速的影响系数法.....	(6)
第三节 刚性支承单盘偏置转子的涡动、回转效应 (陀螺效应)	(10)
第四节 弹性支承上的转子.....	(22)
第二章 连续玻璃纤维拉丝机.....	(27)
第一节 拉丝工艺与拉丝机.....	(27)
第二节 拉丝机的结构.....	(33)
第三节 拉丝机的振动.....	(51)
第四节 主要机件的强度分析.....	(65)
第三章 矿棉离心成型机 (辊式离心机)	(80)
第一节 矿棉生产工艺及装备.....	(80)
第二节 离心辊的振动分析.....	(88)
第三节 离心辊的平衡.....	(94)
第四节 旋转机械的振动监测.....	(102)
第四章 离心式喷雾机.....	(107)
第一节 概述.....	(107)
第二节 离心式喷雾机的设计.....	(110)
第三节 离心喷雾机的动态特性分析.....	(115)
参考文献.....	(128)

第二篇 输送机械

第五章 带式输送机.....	(129)
第一节 带式输送机的构造.....	(130)
第二节 带式输送机主要参数计算.....	(140)
第三节 其它类型带式输送机.....	(150)
第四节 散粒物料均匀化及其设备.....	(152)
第六章 振动输送机.....	(160)

第一节	振动输送原理及工作参数	(161)
第二节	振动输送机的动力学基础	(168)
第三节	电磁振动输送机	(205)
第四节	弹性连杆振动输送机	(221)
第五节	惯性式振动输送机	(236)
第六节	振动输送机主要零、部件的计算	(245)
第七章	气力输送装置	(251)
第一节	概述	(251)
第二节	气力输送基本理论	(255)
第三节	气力输送装置的构件	(263)
第四节	气力输送装置的设计计算	(272)
第五节	空气输送槽	(276)
参考文献		(278)

第三篇 建材生产过程自动化概论

第八章	建材生产过程自动化概论	(279)
第一节	概述	(279)
第二节	自动检测装置和变送器	(281)
第三节	自动计量装置	(293)
第四节	控制系统	(300)
第五节	水泥生料成分配料自动控制	(308)
第六节	磨机负荷自动控制	(313)
第七节	回转窑生产过程自动控制	(318)
第八节	预加水成球自动控制	(327)
第九节	机立窑煅烧过程计算机控制系统	(329)
参考文献		(331)

第一篇 高速旋转机械

在建筑材料工业中，高速旋转机械的应用日益广泛。如常用的通用机械设备中有离心泵、鼓风机、压气机；专用设备中有玻璃纤维拉丝机、纤维退捻机、矿棉离心成型机、离心喷雾干燥机等。这些机械的旋转件（转子）的转速均在 1000r/min 以上，而专用设备一般为 $3000\sim 6000\text{r/min}$ ，有的高达 $8000\sim 10000\text{r/min}$ 。

为了设计新型机器，合理使用已有的机械设备，提高生产效率，延长机器使用寿命，实现安全运转，必须对机器的转子系统进行有关振动方面的分析和零件强度方面的计算。

本篇将重点分析高速旋转机械的动态特性及其设计的特点。为了便于理解和学习，首先在第一章中简要介绍转子动力学的基础知识，在第二、三、四章中结合建筑材料生产中的几种典型专用设备进行详细分析。通过对典型机器的动态特性分析，讲述有关刚性转子、挠性转子（柔性转子）、在弹性支承上的刚性转子等的设计特点，转子临界转速的计算、转子平衡方法及许用指标等。

同时，对几种典型机器（玻纤拉丝机、矿棉离心成型机、离心喷雾干燥机）的工作原理、工艺要求、结构特点、机件强度及设计时应注意的有关问题进行了讨论。

第一章 转子动力学基础

机械在运转过程中，当转轴的速度为某一定值时，转子将出现强烈不稳定的横向振动，但当转速下降或继续升高，振动将减小并趋于平稳，这种强烈的振动称为共振现象。一般把出现强烈振动时的转速，即与转轴本身横向固有频率相等的转速，称为转子的临界转速。（在国际标准ISO中，临界转速定义为：系统共振时发生主响应的特征转速。）

在机械设计中，往往需要先确定转子的临界转速，以便使机器的临界转速远离机器的工作转速范围，防止转轴可能产生的强烈振动，从而确保机器的安全运转和提高其使用性能。

本章着重介绍转子动力学中的基础知识，讨论分析有关转子的稳态涡动。所谓“涡动”（或称涡旋运动、弓形旋转）系指转子既绕其自身轴线旋转，同时又绕其静止时的轴线转动的一种复合运动。分析转子在稳态时（周期运动）的运动状态。下面逐一对转子的各种运动状况进行分析，并确定其临界转速。

第一节 刚性支承单盘对称转子的涡动分析

为了使问题便于讨论，首先研究一个两端刚性支承，中央装有一个薄圆盘的转子，转轴处于直立位置，如图1-1所示。认为转轴具有一定的弯曲刚度，而纵向刚度及扭转刚度相对

而言近于无限大。

一、转子运动的微分方程式

假设转轴以角速度 ω 匀速旋转，圆盘质量 m 集中在质心 C 点，与转轴的轴线间有一偏心距 e （由于制造精度、材质不均匀或结构及装配等原因），支承为刚性。不计轴的质量、盘的刚度及所有摩擦阻力。以圆盘为对象，将 XOY 坐标系的原点设在圆盘静止位置的 O 点（盘与轴的交点）。转动后，此交点偏移到位置 A 。

现在分析轴心 A 对静止轴线的运动规律。轴转动时，圆盘质心绕轴线运动。由于圆盘的不平衡所引起的离心力，使转轴产生弯曲变形。圆盘质量 m 不变情况下，离心力大小由圆盘的偏心距 e 所决定。圆盘承受轴的弹性反力，其大小与轴的挠度 r 成正比，方向指向 O 点。质心的加速度有三个分量：牵连加速度（以 A 为基点） $\ddot{X}_A$ 、 $\ddot{Y}_A$ 和相对加速度 $e\omega^2$ 。根据达伦培尔原理，相应的三个惯性力为： $m\ddot{X}_A$ 、 $m\ddot{Y}_A$ 、 $me\omega^2$ （图1-1）。当转轴的刚度系数为 K （使轴产生单位挠度所需的力），可列出圆盘受力的平衡方程式（用直角坐标表示）：

$$\left. \begin{aligned} \Sigma X = 0 \quad & -m\ddot{X}_A - Krcosa + me\omega^2 \cos\omega t = 0 \\ \Sigma Y = 0 \quad & -m\ddot{Y}_A - Krsina + me\omega^2 \sin\omega t = 0 \end{aligned} \right\} \tag{1-1}$$

$\because \quad r\cos\alpha = X_A, \quad r\sin\alpha = Y_A,$

设 $\omega_K^2 = \frac{K}{m}.$

上述方程式（1-1）可写成：

$$\left. \begin{aligned} X_A'' + \omega_K^2 X_A &= e\omega^2 \cos\omega t \\ Y_A'' + \omega_K^2 Y_A &= e\omega^2 \sin\omega t \end{aligned} \right\} \tag{1-2}$$

这就是圆盘转子的运动微分方程式，为普通线性微分方程式。该方程式的通解为：

$$\left. \begin{aligned} X_A &= C_1 \sin(\omega_K t + \beta_1) + \frac{e\omega^2}{\omega_K^2 - \omega^2} \cos\omega t \\ Y_A &= C_2 \sin(\omega_K t + \beta_2) + \frac{e\omega^2}{\omega_K^2 - \omega^2} \sin\omega t \end{aligned} \right\} \tag{1-3}$$

上式解中，前项是频率为 ω_K 的自由振动部分。它将随时间逐渐衰减以致消失（因系统中实际有阻尼作用），而只剩下后项频率为 ω 的强迫振动部分。因此， A 点运动可由下式确定：

$$\left. \begin{aligned} X_A &= \frac{e\omega^2}{\omega_K^2 - \omega^2} \cos\omega t \\ Y_A &= \frac{e\omega^2}{\omega_K^2 - \omega^2} \sin\omega t \end{aligned} \right\} \tag{1-4}$$

或 $X_A^2 + Y_A^2 = \left(\frac{e\omega^2}{\omega_K^2 - \omega^2} \right)^2 = r^2$

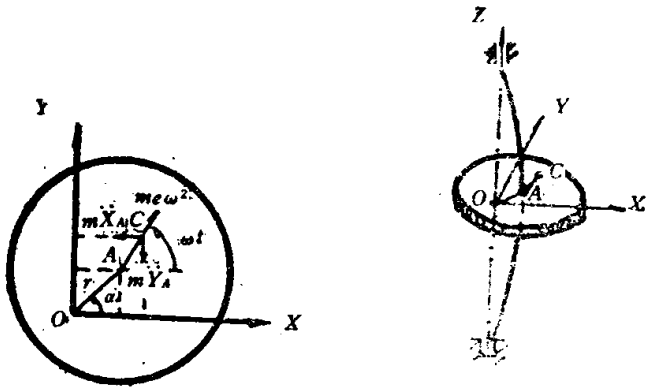


图1-1 单盘转子简图

即 A 点轨迹为以 r 为半径的圆。

$$\text{或} \quad \frac{r}{e} = \frac{\omega^2}{\omega_K^2 - \omega^2} = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_K}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_K}\right)^2} \quad (1-5)$$

二、转子的运动分析及临界转速

根据方程式 (1-4)，可以看出：

1. 当转子低速旋转时 ($\omega < \omega_K$)

$$\because X_A = r \cos \alpha, Y_A = r \sin \alpha.$$

将上式与 (1-4) 式比较可得 $\alpha = \omega t$ 。

此时， O 、 A 、 C 三点共线，且 C 位于 OA 联线之外。

$$OC = r + e = \frac{e \omega_K^2}{\omega_K^2 - \omega^2}$$

当角速度 ω 由零逐渐增加时，离心力随 ω 及 OC 值的增大而增加，使转轴的挠度 r 将随转速的升高而增大。

2. 当转子转速 $\omega = \omega_K$ 时

由 (1-4) 式可见，当转速达到 ω_K 时，轴的挠度 $r \rightarrow \infty$ ，运转不稳定，产生共振，此即为转子的临界转速。

因为 $\omega_K = \sqrt{K/m}$ ，所以转子的临界转速只与轴的刚度系数 K 和圆盘的质量 m 有关，而与偏心距 e 无关。

3. 当转子高速旋转时 ($\omega > \omega_K$)

当转速大于临界转速时，方程式 (1-4) 可写成：

$$\left. \begin{aligned} X_A &= \frac{e \omega^2}{\omega^2 - \omega_K^2} \cos(\omega t - \pi) \\ Y_A &= \frac{e \omega^2}{\omega^2 - \omega_K^2} \sin(\omega t - \pi) \end{aligned} \right\} \quad (1-6)$$

比较 (1-4) 与 (1-6) 式得到 $\alpha = \omega t - \pi$

或

$$\omega t = \alpha + \pi$$

此时， O 、 A 、 C 三点共线，但 C 点位于 O 与 A 之间。

$$OC = r - e = \frac{e \omega_K^2}{\omega^2 - \omega_K^2}$$

当 $\omega \rightarrow \infty$ 时， $OC \rightarrow 0$ 。这说明，当转速增高趋于 ∞ 时，轴的圆盘质心 C 将趋近于几何旋转中心 O 。这种现象称为转轴的自动定心。

转轴在不同速度下， O 、 A 、 C 三点的相对位置如图 1-2 所示。上述讨论是对于无阻尼的理想情况。

三、转轴的涡动（弓形旋转）

通过上面的分析可以看出，转子因不平衡质量产生的运动与不旋转轴的横向振动有明显的区别。

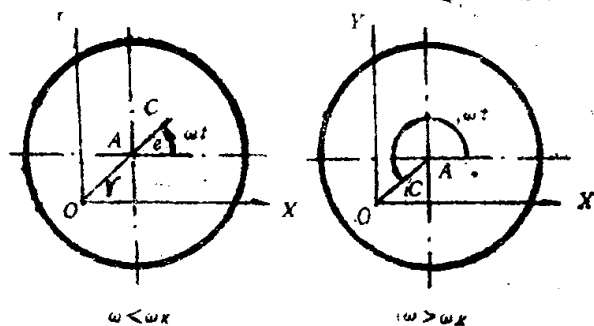


图1-2 不同转速时，O、A、C三点相对位置

1. 转子在偏心惯性力作用下的运动，可以看成是两种运动的合成：一是圆盘绕轴的转动，为自转；一是弯曲的轴绕静止时的轴线（两轴承中心的连线）转动，为公转，也称为进动（图1-3）。

由于弯曲的轴象弓，静止轴线象弦，转子旋转时有如弓绕弦转动，所以常把这种运动称为“弓形旋转”或“涡动”。转子的运动不是在其静止平衡位置附近的振动，而是两个方向谐振的合成。

2. 轴横向振动时，其轴线位置随时间变化而变化，在静止轴线附近运动。轴受交变载荷作用，内部为交变应力。

转子涡动时，轴内应力状态不是交变的，而是稳态的。往往在轴承座处作用着交变载荷，导致支承处的剧烈振动。这就是在临界转速附近感觉剧烈振动的原因。

3. 前面讨论了O、A、C三点相对位置间的关系。说明转子运动过程中，惯性激振力与位移的相位关系。通过临界转速的瞬间，由于力与位移间相位变化 180° ，所以转轴的挠曲方向迅速改变，轴内弯曲应力随之改变方向（受拉应力的面转为受压应力）。这一点可以通过实验测定证实。若在通过转盘质心同一直径的方向的转轴表面，接近圆盘处贴一电阻应变片，由集流环将信号从轴端引出。当转子以某一恒定转速旋转时，记录到的信号基本是一常值。若改变转子转速，在其通过临界转速的瞬间，应变信号将迅速改变（如由拉应力变为压应力），相位相差 180° 。这时，突变点所对应的转速即是临界转速。因此，这一现象是实验确定临界转速方法之一。

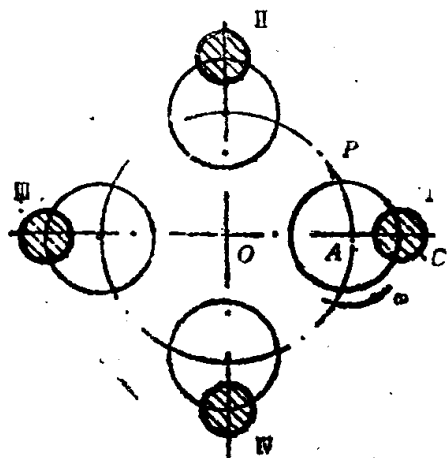


图1-3 转子的涡动

四、水平转子的运动及临界转速

上面分析是基于转子处于垂直（直立）位置而得出的。如果转子处于水平位置，则重力会对转子运动产生一些影响，当转子不旋转时，在圆盘重力作用下，弹性转轴将弯曲，产生静挠度 r_s （图1-4）。轴的弹性曲线为 $O'O''$ 。假如圆盘平衡很好，质量没有偏心，则在旋转时，圆盘将绕轴心O旋转。一般转子的静挠度较小，在设计中常常可以忽略。

当圆盘转子存在质量偏心，转轴等速旋转时，圆盘质心仍绕原轴心O转动，但质心位置将产生周期性升降。这时，不仅有偏心引起的离心力作用在转轴上，且重力也会对自转轴构成一交变的扭矩 $mg\sin\omega t$ ，如图1-4

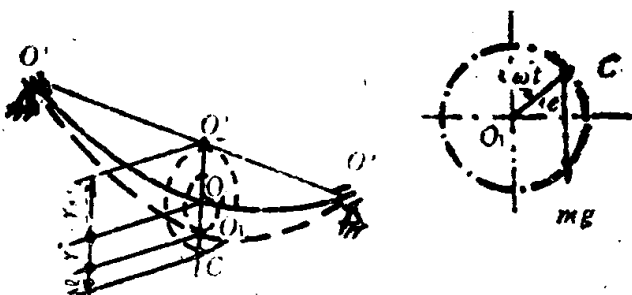


图1-4 水平单盘转子

所示。这将使转子角速度产生微小变化,因而转子动挠度在垂直方向的投影也将作简谐变化。通常转子旋转时,只有在圆盘质量大且轴的弯曲刚度小时,才能查觉到上述影响。由于转子一般因质量偏心引起的动挠度要比静挠度大得多,所以在讨论水平转子的涡动时,常常忽略重力的影响。这样前面对垂直轴的分析,仍可适用于水平轴。

转轴的临界转速也可以用在圆盘重力*W*作用下的转轴静挠度*r_s*表示。

对水平轴

$W = mg = Kr_{s,}$

或

$K = mg/r_{s,}$

将*K*值代入*ω_K*公式,得到

$$\omega_K = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{g}{r_{s,}}}$$

(1-7)

则临界转速按下式确定:

$$n_K = \frac{\omega_K}{2\pi} \times 60 \approx \frac{300}{\sqrt{r_{s,}}}$$

(1-8)

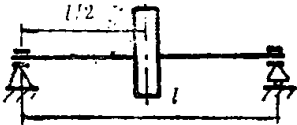
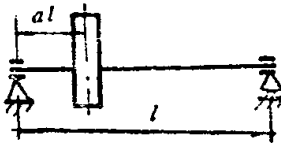
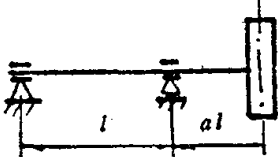
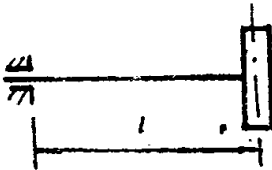
因此,计算临界转速时,可先求出圆盘所在处的转轴静挠度,再由公式 (1-7), (1-8)求得*ω_K*或*n_K*。

表1-1列出常见的几种支承情况单盘转子临界转速的计算公式。

五、转子的分类及临界转速的选择

单盘转子临界转速的计算公式

表1-1

简 图	<i>K</i>	<i>ω_K</i>
	$\frac{48EI}{l^3}$	$\frac{217}{l} \sqrt{\frac{EI}{lW}}$
	$\frac{3EI}{l^3(1-a)(\frac{2}{3}a - \frac{1}{3}a^2)^{3/2}}$	$\frac{54.15}{l} \sqrt{\frac{EI}{lW(1-a)(\frac{2}{3}a - \frac{1}{3}a^2)^{3/2}}}$
	$\frac{3EI}{(1+a)a^3l^3}$	$\frac{54.15}{l} \sqrt{\frac{EI}{lW(1+a)a^3}}$
	$\frac{3EI}{l^3}$	$\frac{54.15}{l} \sqrt{\frac{EI}{lW}}$

旋转机械的转子(单自由度系统)因不平衡惯性力引起的振动响应,往往用无因次的动力系数(*Q*)来说明。

即:

$$Q = \frac{r}{e} = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_K}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_K}\right)^2}$$

考虑阻尼时

$$Q = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_K}\right)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_K}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_K}\right)\right]^2}}$$

式中 ξ ——相对阻尼系数。

为了进一步说明转子角速度 ω 与其变形 r 的关系，可根据上式，作出动力系数 (r/e) 与频率比 (ω/ω_K) 的关系曲线，(图1-5)。

由曲线可以看出，转子速度 ω 远离 ω_K 时，则 r/e 较小。即当 e 一定时， r 较小。此外，可以看出，如降低 e 值，转子的振动也将减弱。

但是 e 的降低需通过提高制造、安装精度等来实现。这在经济和技术上不一定合理。因此，通过控制频率比（转子速度与临界速度的比值）的办法来减小转子的振动是非常重要的。

习惯上，根据转子工作速度范围大于或小于临界速度，把转子分为两类：第一类是转子工作速度小于一阶临界速度 ($\omega < \omega_K$)，称为刚性转子（刚性轴）；第二类是转子工作速度大于一阶临界转速 ($\omega > \omega_K$)，称为挠性转子（挠性轴）。刚性转子与挠性转子的概念是相对的，完全依其工作转速而定。

为了使机器在作业时，不致产生较大振动，必须使工作转速离开临界转速一定距离。在现代机器制造业中，挠性转子广为采用。频率比的选择，要根据具体情况确定。一般建议：

刚性转子 $\frac{\omega}{\omega_K} \leq (0.7 \sim 0.8)$

挠性转子 $\frac{\omega}{\omega_K} \geq (1.3 \sim 1.5)$

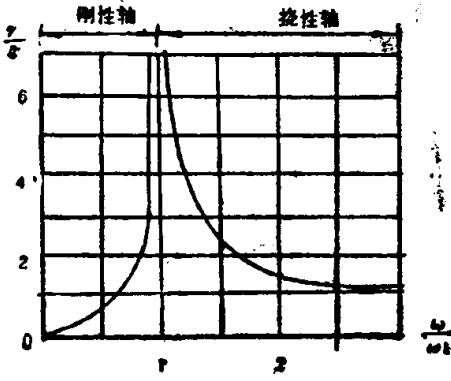


图1-5 动力系数与频率比的关系曲线

第二节 确定转子临界转速的影响系数法

上面讨论了单盘对称转子的运动及临界转速的确定。下面进一步介绍确定双盘以至多盘转子临界转速的一种方法——影响系数法。

一、双盘转子运动方程式的建立

首先讨论一双盘转子系统图(1-6)。设 m_1 、 m_2 为两圆盘质量，分别集中在质心 c_1 、 c_2 上。 e_1 、 e_2 为圆盘质心与轴线间的偏心距（取二圆盘质心的偏心位于同一相位的不利情况）。 y_1 、 y_2 为圆盘处轴的挠度。忽略轴本身的质量及阻尼影响。设转子以 ω 匀速旋转。

计算转子临界转速的方法与单盘转子基本相同。但某一转盘处的挠度，不

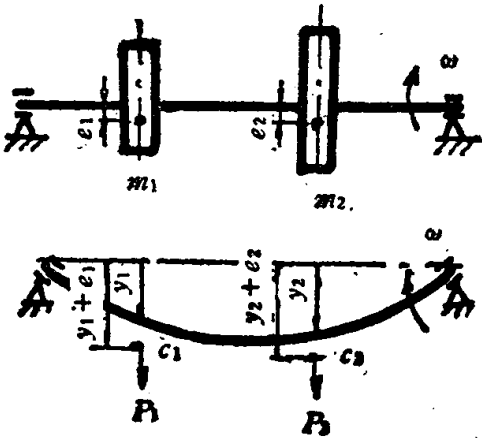


图1-6 双盘转子简图

仅是由作用在这一盘上的离心力所产生,也受到另一圆盘所作用的离心力的影响。这仍然可以用如前求解质点系运动微分方程式的办法计算,但运算上(求弹性反力)较为复杂。因为一般情况下,转子的临界转速与在轴承中不转动轴的横向振动的固有频率一致,所以可以用“影响系数”法来计算。用这种方法求解双盘以至多盘转子的临界转速较为简便。影响系数一般分为刚度影响系数与柔度影响系数。求系统的柔度影响系数较为方便,故多用柔度影响系数。

柔度影响系数 α_{ij} 的定义是:在质量 m_i 处加一单位载荷在 m_j 处所引起的挠度。字母 α 下角的第一个标号表示计算挠度的点,第二个标号表示引起这一挠度的载荷的作用点。图1-6中所示的双盘转子有两个直接影响系数(α_{11} 、 α_{22})和两个交叉影响系数(α_{12} 、 α_{21})。

根据材料力学功之互等定理:力 P_1 对由力 P_2 所引起的位移所作的功,等于力 P_2 对由力 P_1 所引起的位移所作的功。由此可得: $\alpha_{12} = \alpha_{21}$,即第二点上加单位载荷所引起的第一点上的挠度等于第一点上加单位载荷所引起的第二点上的挠度。系统的影响系数可应用材料力学方法算出。

当转轴向下振动达到最大挠度 y_1 、 y_2 位置时,在轴上圆盘处作用有两个力(离心力): $m_1\omega^2(y_1 + e_1)$ 、 $m_2\omega^2(y_2 + e_2)$ 。应用影响系数,可得圆盘的最大挠度为:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \alpha_{11}m_1\omega^2(y_1 + e_1) + \alpha_{12}m_2\omega^2(y_2 + e_2) \\ y_2 &= \alpha_{21}m_1\omega^2(y_1 + e_1) + \alpha_{22}m_2\omega^2(y_2 + e_2) \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

将式(1-9)合并同类项,并设:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{11}m_1\omega^2 e_1 + \alpha_{12}m_2\omega^2 e_2 &= A_1 \\ \alpha_{21}m_1\omega^2 e_1 + \alpha_{22}m_2\omega^2 e_2 &= A_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{得: } \left. \begin{aligned} (\alpha_{11}m_1\omega^2 - 1)y_1 + \alpha_{12}m_2\omega^2 y_2 &= -A_1 \\ \alpha_{21}m_1\omega^2 y_1 + (\alpha_{22}m_2\omega^2 - 1)y_2 &= -A_2 \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

解二元一次联立方程式:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \frac{\begin{vmatrix} -A_1 & \alpha_{12}m_2\omega^2 \\ -A_2 & \alpha_{22}m_2\omega^2 - 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{11}m_1\omega^2 - 1 & \alpha_{12}m_2\omega^2 \\ \alpha_{21}m_1\omega^2 & \alpha_{22}m_2\omega^2 - 1 \end{vmatrix}} \\ y_2 &= \frac{\begin{vmatrix} \alpha_{11}m_1\omega^2 - 1 & -A_1 \\ \alpha_{21}m_1\omega^2 & -A_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{11}m_1\omega^2 - 1 & \alpha_{12}m_2\omega^2 \\ \alpha_{21}m_1\omega^2 & \alpha_{22}m_2\omega^2 - 1 \end{vmatrix}} \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

二、运动分析

由1-11式,可看出:

1. 转子发生共振时($\omega = \omega_K$)

若 y_1 、 y_2 式中分母为零,则 y_1 、 y_2 将趋于无穷大,转子发生共振。

$$\text{即 } \begin{vmatrix} \alpha_{11}m_1\omega_K^2 - 1 & \alpha_{12}m_2\omega_K^2 \\ \alpha_{21}m_1\omega_K^2 & \alpha_{22}m_2\omega_K^2 - 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{或 } m_1m_2(\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2)\omega_K^4 - (m_1\alpha_{11} + m_2\alpha_{22})\omega_K^2 + 1 = 0 \quad (1-12)$$

方程式(1-12)称为频率方程式。解此式求得的根 ω_K 即为转子的临界转速。

双盘转子系统为二自由度系统，有两个固有频率值，也有两个临界转速。一般 ω_{K1} 代表较低的一个。

2. 转轴低速运转时 ($\omega < \omega_K$)

由于式 (1-11) 的分母不等于零，因此转轴挠度为一有限值。

3. 转轴高速运转时 ($\omega \rightarrow \infty$)

由方程式 (1-11)，以 ω^2 除 y_1 、 y_2 的分子分母，可得

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} y_1 = \frac{-(a_{11}a_{22}m_1m_2 - a_{12}^2m_1m_2)}{(a_{11}a_{22}m_1m_2 - a_{12}^2m_1m_2)} e_1 = -e_1$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} y_2 = -e_2$$

同理

即转子绕圆盘质心转动，是自动定心现象。

由此可见，双盘转子与单盘转子的运动规律基本相同。双盘转子的工作转速范围应避开两个临界转速中的任何一个，否则将发生共振。原则上，转子可设计成低于 ω_{K1} 的刚性轴，高于 ω_{K1} 低于 ω_{K2} 或高于 ω_{K2} 的挠性轴。当转子工作速度设计在 ω_{K1} 及 ω_{K2} 之间时，转子的工作速度应为：

$$1.4\omega_{K1} \leq \omega \leq 0.7\omega_{K2}$$

应用影响系数法确定临界转速时，影响系数的求得很重要。前面所引用的影响系数仅指在单位力作用下的挠度值。实际应用中有两种：柔度影响系数、转角影响系数。作用于系统上的载荷有外力、外力矩。图1-7中，标出各种影响系数的定义及代号。

a_{11} 、 a_{21} 分别表示单位力 P 作用于点1处，在点1及点2处引起的柔度影响系数； β_{11} 、 β_{21} 则表示因 P 力引起的转角影响系数。

同样，单位力矩 M 作用于点1时， a_{11} 、 a_{21} 分别表示在点1及点2处的柔度影响系数； b_{11} 、 b_{21} 为转角影响系数。

影响系数具有互换性， $\beta_{iK} = a_{Ki}$ 。即在点 K 作用单位力引起 i 点转角等于在 i 处用单位力矩所引起 K 点的挠度。

确定影响系数，可根据梁受单位力或力矩作用时的挠度及转角公式计算。表1-2是几种转子圆盘不同配置时计算影响系数的公式：

【例题1-1】 有一双支承的水平转轴，轴上装有两个质量各为90kg的圆盘，盘在轴上的位置如表1-2中简图1所示。已知：轴长 $l=150\text{cm}$ ， $a=b=50\text{cm}$ ，轴的直径 $d=3.5\text{cm}$ 。试求转轴的临界转速，并确定轴在1000r/min时工作是否合理。

【解】 确定轴的临界转速可按表中公式计算影响系数。

$$I = \frac{\pi}{64} d^4 = 7.36 \text{cm}^4, E = 2 \times 10^5 \text{MPa}$$

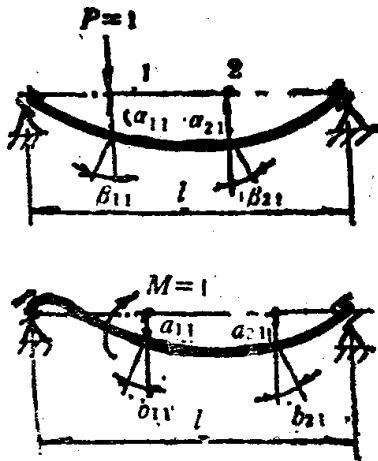
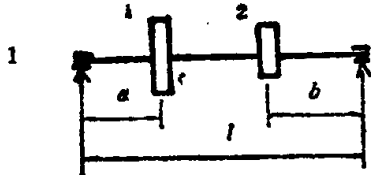
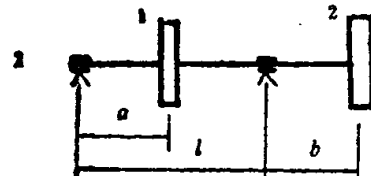
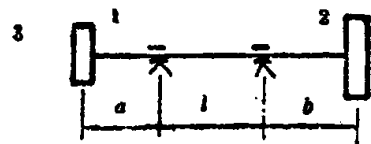


图1-7 影响系数代号

双盘转子柔度影响系数计算公式

表1-2

简 图	影响系数(柔度)
	$\alpha_{11} = \frac{a^2(l-a)^2}{3EI}$ $\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{ab(l^2 - a^2 - b^2)}{6EI}$ $\alpha_{22} = \frac{b^2(l-b)^2}{3EI}$
	$\alpha_{11} = \frac{a^2(l-a)^2}{3EI}$ $\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{-ab(l^2 - a^2)}{6EI}$ $\alpha_{22} = \frac{b^2(l+b)^2}{3EI}$
	$\alpha_{11} = \frac{a^2(l+a)^2}{3EI}$ $\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{abl}{6EI}$ $\alpha_{22} = \frac{b^2(l+b)^2}{3EI}$

注：定挠度向下为正；顺时针方向偏转角为正。

$$\alpha_{11} = \alpha_{22} = \frac{a^2(l-a)^2}{3EI} = \frac{50^2 \times 100^2}{3 \times 150 \times 2 \times 10^5 \times 7.36} = 3.77 \times 10^{-2}$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21} = \frac{a^2(l^2 - 2a^2)}{6EI} = \frac{50^2(150 - 2 \times 50^2)}{6 \times 150 \times 2 \times 10^5 \times 7.36} = 3.30 \times 10^{-2}$$

$$m_1 = m_2 = 90\text{kg}$$

由式 (1-12)，轴的频率方程式为：

$$m_1^2 (\alpha_{11}^2 - \alpha_{12}^2) \omega_K^4 - 2m_1 \alpha_{11} \omega_K^2 + 1 = 0$$

$$90^2 [(3.77 \times 10^{-2})^2 - (3.30 \times 10^{-2})^2] \omega_K^4 - 2 \times 90 \times 3.77 \times 10^{-2} \omega_K^2 + 1 = 0$$

或

$$2.69 \times 10^{-4} \omega_K^4 - 6.78 \times 10^{-2} \omega_K^2 + 1 = 0$$

$$\omega_K = \sqrt{\frac{6.78 \pm \sqrt{(6.78)^2 - 4 \times 2.69 \times 10^{-4}}}{2 \times 2.69 \times 10^{-4}}} \text{ s}^{-1}$$

由此

$$\omega_{K1} = \sqrt{\frac{0.85 \times 10^4}{5.38}} = 39.7\text{s}^{-1}, \quad n_{K1} = 379\text{r/min},$$

$$\omega_{K2} = \sqrt{\frac{12.7 \times 10^4}{5.38}} = 154\text{s}^{-1}, \quad n_{K2} = 1470\text{r/min}.$$

当工作转速 $\omega = 104.6\text{s}^{-1}(1000\text{r/min})$ 时：

则

$$1.4 \omega_{K1} < \omega < 0.7 \omega_{K2}$$

因此，可认为转轴在1000r/min下能正常工作，此轴为挠性轴。轴的最大弯曲应力为。

$$\sigma \approx \frac{M_{\max}}{0.1d^3} = \frac{90 \times 50}{0.1 \times 3.5^3} = 0.1\text{MPa}$$

从强度上可认为轴无问题。

如果要使此轴在低于临界转速下工作,则只有提高转轴的第一阶临界转速 ω_{K1} 到 ω'_{K1} 。可以用加大轴断面的方法来解决。即将断面惯性矩 I 增大 x 倍使 $I' = xI$ 。由上面的频率方程, 设

$$A = (a_{11} \cdot a_{22} - a_{12}^2)m^2, B = (a_{11} + a_{22})m, u = \omega_K^2$$

则 $Au^2 - Bu + 1 = 0$

$$u = \frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4A}}{2A}$$

由于影响系数的分母内包含有 I 项, 若将 I' 代入则上式应写成

$$\frac{A}{x^2}u'^2 - \frac{B}{x}u' + 1 = 0$$

$$u' = \frac{x B \pm \sqrt{x^2 B^2 - 4x^2 A}}{2A} = xu$$

因此

$$\frac{\omega'_K}{\omega_K} = \sqrt{\frac{I'}{I}} = \sqrt{x}$$

由此, 如确定 $\frac{\omega'_K}{\omega_K}$ 的值, 便可求得 x , 从而定出新的轴径 d' 。

如取 $\frac{\omega'_{K1}}{\omega_K} = 1.4$, 则 $\omega'_{K1} = 146.4 \text{ s}^{-1}$

$$x = \left(\frac{\omega'_K}{\omega_K} \right)^2 = \left(\frac{146.4}{39.7} \right)^2 = 13.9$$

$$\frac{d'}{d} = \sqrt[4]{\frac{I'}{I}} = \sqrt[4]{x} = \sqrt[4]{13.9} = 1.92.$$

$$d' = 1.92d = 6.72 \text{ cm}$$

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{0.1d^3} = 0.0148 \text{ MPa}$$

由此可见, 若按刚性轴设计, 则需加粗轴的直径, 相应增加转轴质量, 降低轴内应力, 设计不够合理。因此, 在这种情况下, 按挠性轴设计较为合理。

第三节 刚性支承单盘偏置转子的涡动、回转效应(陀螺效应)

前面的分析, 均假定圆盘质量集中在质心, 未考虑盘的尺寸, 在计算中只考虑圆盘的离心力, 这对于圆盘位于两支承中间是适合的。因为转子的圆盘仅在本身平面内振动或涡动, 不发生偏转。在实际转子设计中, 圆盘往往不位于两支承中间。当圆盘靠近支承或在外伸轴上悬臂支承时, 圆盘就不在它本身平面内涡动, 而圆盘平面发生偏转(摆动)。圆盘转轴在空间的运动轨迹为一圆锥状(转轴处于水平位置如图1-8所示时, 圆锥的顶角自静挠度曲线的斜率起量)。圆盘的这种运动在力学中称进动。由于盘的偏摆, 使盘的各部分质量在运动中产生的惯性力不在同一平面, 因而产生一使圆盘转角发生变化的力矩。这时如圆盘直径较大, 将出现较大的惯性力矩。因此, 在计算转子临界转速时, 不但要考虑转子的离心力, 而且应考虑, 由于圆盘的旋转引起的惯性力矩的影响。此力矩通常称为回转力矩(陀螺力矩)。由于回转力矩的作用而使临界转速变化的现象称为回转效应。

一、薄盘转子的涡动分析

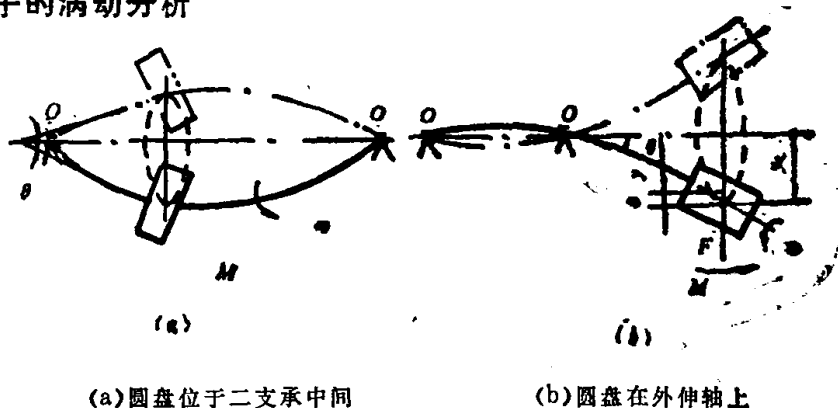


图1-8 单盘偏置转子的涡动示意图

为了便于理解，首先分析在外伸悬臂轴端部固定有一均质薄盘的转子运动（图1-9）

设轴端部的挠度为 y_A ，圆盘偏转角为 θ 。假定弯曲轴旋转时的角速度与转子本身转动的角速度 ω 相同。略去转轴本身的质量。则圆盘上各点相对于固定坐标系的运动，为中心位于 OO 轴线上的圆。由图上可以看出，轴旋转时，圆盘上各点的离心力并不在一个平面内，因而形成一个力矩，即为回转力矩。

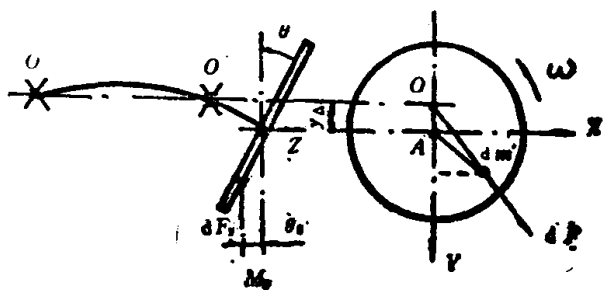


图1-9 薄盘转子计算简图

为了分析回转力矩对临界转速的影响，首先需计算该力矩的大小。因为薄盘的厚度 b 和偏心距 e 都很小，可认为圆盘的质心与几何中心重合。在圆盘上 M 处取一微元质量 dm ，其上作用的离心力 dF 。

$$dF = \omega^2 r dm$$

此力可分解为：

$$dF_x = \omega^2 x dm$$

$$dF_y = \omega^2 (y + y_A) dm$$

(1-14)

沿整个圆盘分力的投影和：

$$F_x = \omega^2 \int x dm = 0 \quad (\text{因为质心在坐标原点})$$

$$\left. \begin{aligned} F_y &= \omega^2 \int (y + y_A) dm = \omega^2 \int y dm + \omega^2 y_A \int dm \\ &= \omega^2 y_A \int dm = m \omega^2 y_A \end{aligned} \right\}$$

(1-15)

当圆盘偏转角 θ 较小时，微元质量 M 点至 x 、 y 平面的距离为

$$z = \theta y$$

则 dF 相对 x 、 y 轴的力矩为：

$$\left. \begin{aligned} dM_x &= \theta y dF_x \\ dM_y &= \theta y dF_y \end{aligned} \right\}$$

(1-16)

$$\left. \begin{aligned} \text{则 } M_x &= -\theta \omega^2 \int y(y + y_A) dm = -\theta \omega^2 \left(\int y^2 dm + y_A \int y dm \right) \\ &= -\theta \omega^2 I_d \end{aligned} \right\}$$

(1-17)

$$M_y = \theta \omega^2 \int x y dm = 0$$

式中

$$I_d = \int y^2 dm$$

在这种情况下，回转力矩 M_x 是阻止圆盘增大偏转倾向。

已知圆盘所受离心力及回转力矩后，在变形状况下保持平衡的临界转速，可用影响系数法来确定（影响系数代号如图1-7）。

$$\left. \begin{aligned} y_A &= m\omega^2 y_A a_{11} - \omega^2 \theta I_d a_{11} \\ \theta &= m\omega^2 y_A \beta_{11} - \omega^2 \theta I_d b_{11} \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

经移项整理，得

$$\left. \begin{aligned} (m\omega^2 a_{11} - 1)y_A - \omega^2 I_d a_{11} \theta &= 0 \\ m\omega^2 \beta_{11} y_A - (\omega^2 I_d b_{11} + 1)\theta &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

方程式有非零解的条件为

$$\begin{vmatrix} m\omega^2 a_{11} - 1 & -\omega^2 I_d a_{11} \\ m\omega^2 \beta_{11} & -(\omega^2 I_d b_{11} + 1) \end{vmatrix} = 0$$

由此得出系统的频率方程式

$$A\omega^4 + B\omega^2 - 1 = 0 \quad (1-20)$$

式中

$$A = (a_{11} b_{11} - a_{11} \beta_{11}) m I_d$$

$$B = (m a_{11} - I_d b_{11})$$

则

$$\omega_K = \sqrt{\frac{-B \pm \sqrt{B^2 + 4A}}{2A}} \quad (1-21)$$

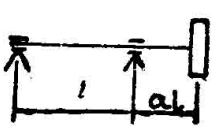
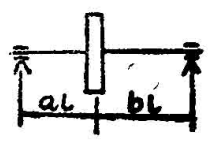
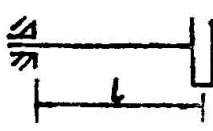
一般情况 $A > 0$ ，所以 $\sqrt{B^2 + 4A} > B$ 。由此只有一个 ω_K 值为正值，即轴有一个临界转速。

若圆盘转子的质心相对几何轴的小偏心 e 需考虑时，则方程中的离心力将以 $F'_x = m\omega^2 \cdot (y_A + e)$ 代入，将仍可得到上述一致的结果。

影响系数，需根据支承情况，按下表中公式确定。

不同支承状态下影响系数的计算公式

表1-3

系 数 图			
a_{11}	$\frac{l^3(1+a)}{3EI}$	$\frac{l^3}{3EI}(ab)^2$	$\frac{l^3}{3EI}$
$\beta_{11} = a_{11}$	$\frac{l^2(2+3a)}{6EI}$	$\frac{l^2}{3EI}(b-a)ab$	$\frac{l^2}{2EI}$
b_{11}	$\frac{l(1+3a)}{3EI}$	$\frac{l}{3EI}(a^2+b^2-ab)$	$\frac{l}{EI}$

假如转轴为一端固定的悬臂转子，则其临界转速可按式（1-21）确定，式中系数取自表1-3。

由此

$$A = \frac{m I_d}{12} \left(\frac{l^4}{E^2 I^2} \right)$$