中国铁道出版社

杨洪 编

论常用算法选编

图论常用算法选编

杨洪　编

中国铁道出版社
1988年·北京

内 容 简 介

本书是一部在计算机上使用的有关图论最优化算法的工具书，是用目前国内各种类型电子计算机普遍使用的 FORTRAN-Ⅳ书写的。书内汇编了图论中十分有用的一些通用算法，以标准子程序的形式给出了程序清单。

全书共分七部分：图的基本算法，树的计算，图的中心和路的计算，独立集与支配集的计算，匹配算法，着色问题算法，以及网络流的计算等。

读者对象：工程技术人员、大专院校师生。

图论常用算法选编

杨 洪 编

中国铁道出版社出版

责任编辑 黄 燕 林瑞耕 封面设计 安 宏

新华书店总店科技发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

中国铁道出版社印刷厂印

开本：787×1092毫米 1/32 印张：7.75 字数：176千

1988年2月 第1版 第1次印刷

印数：0001—4,000册 定价：1.70元

序

现代科学技术在若干方面都有很大的发展。电子计算机及微型电子计算机的出现及其日益广泛的应用，便是其中之一。从本世纪三、四十年代以来，数学逐渐广泛地渗透到社会的各个领域。由于许多应用问题的需要，产生了一些新的理论和方法，其中图论及其应用是在六十年代以后才迅速发展起来的。图论和电子计算机的使用和发展，在一些方面是互相促进的。

人们在使用电子计算机和微型电子计算机来解应用问题时，需要有针对问题的解法和相应的计算机程序。有了程序，一般说来，只要学会使用就行了。但事实是实际问题的情况往往是复杂的。这时，人们就不仅要学会使用一些程序，而且还需要能灵活应用一些基本的程序，才可能较好地解决较复杂或情况有变化时的问题。于是，按一定系统来编写一些较常用算法的计算机程序就很有必要了。

杨洪同志的《图论常用算法选编》就是这样的一本书。书中既有解一些常见问题的计算机程序（如解最短径路问题，选址问题和匹配问题等的算法的计算机程序），又对图论与网络理论中的重要算法作了介绍，具有一定的系统性，并且在各个算法中作者都举有精选的和验算过的例题，以供读者参考。

谢　力　同

1985年12月

选择了部分基础的、实用性强的算法。本书介绍的全部算法程序都已在PDP-11电子计算机或APPLE-Ⅱ电子计算机上调试通过。因为这些程序都是按照FORTRAN-Ⅳ文本的规定书写的，读者在其它类型电子计算机上运行这些程序时，只需要按照所用机种的规定改变一下输入输出语句的格式，其它内容一般不必改动。

本书编写过程中，得到谢力同教授的亲切关怀，刘家壮、张天锡同志的热情帮助，在此表示衷心的感谢。

由于作者水平所限，书中不妥之处在所难免，欢迎读者批评指正。

杨　洪

1985年11月

目　　录

1. 图的基本计算

1.1 图的连通性的计算

1.1.1 功　能

如果已知图的关联矩阵，需要由该矩阵判断图的连通性（此图分为几个连通块）。在本段给出一个简便的方法。

1.1.2 方法概述

已知某图的关联矩阵为$B(n, m)$。其中n为该图顶点总数，m为该图所含弧的总数。计算目的：求出该图的连通块数，并指出这n个顶点分别属于哪一个连通块。将连通块的数目存放于变量S当中，将各顶点所属的连通块的序号存放在数组$Q(n)$当中。

为了便于了解计算的过程，图 1.1 给出程序的流程图。

1.1.3 子程序参数说明

子程序名称　LEING(N,M,B,Q,S)

N：图的顶点数目，整型变量。

M：图的弧总数，整型变量。

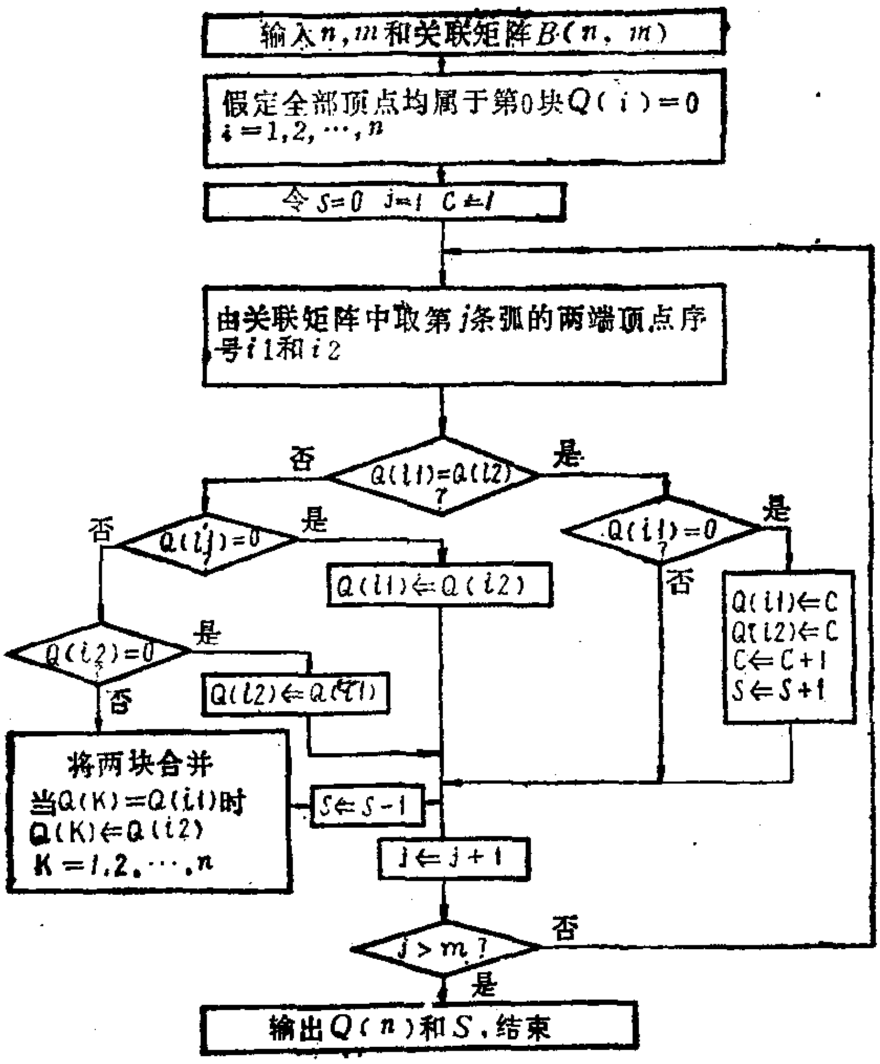

图 1.1

B(N，M)： 图的关联矩阵，输入数据，整型数组。其中：

$$B(i,j)=\begin{cases}1, & \text{当第 } j \text{ 弧与第 } i \text{ 顶点关联；}\\ 0, & \text{当第 } j \text{ 弧与第 } i \text{ 顶点不关联；}\end{cases}$$

$i=1,2,\cdots,N$； $j=1,2,\cdots,M$。

Q(N)： 各顶点所属子块的序号，输出结果，$1\leqslant Q(i)\leqslant S$，$i=1,2,\cdots,N$。整型数组。

S： 该图所含连通子块的总数，输出结果，整型变量。

1.1.4 子程序

```
      SUBROUTINE LEING(N,M,B,Q,S)
      INTEGER B(N,M), Q(N), L(40), P(2), S, C,D, E
      C=1
      S=0
      DO 1 I=1,N
1     Q(I)=0
      DO 10 J=1,M
      D=1
      DO 3 I=1,N
      IF(B(I,J).NE.1)GOTO 3
      P(D)=I
      D=D+1
3     CONTINUE
      I1=P(1)
      I2=P(2)
      E=Q(I1)
      D=Q(I2)
      IF(E.NE.D)GOTO 5
      IF(E.EQ.0)GOTO 4
      L(J)=E
      GOTO 10
4     L(J)=C
      Q(I1)=C
      Q(I2)=C
      S=S+1
      C=C+1
      GOTO 10
5     IF(E.NE.0)GOTO 6
```

```
      L(J)=Q(I2)
      Q(I1)=Q(I2)
      GOTO 10
6     IF(D.NE.0) GOTO 7
      L(J)=Q(I1)
      Q(I2)=Q(I1)
      GOTO 10
7     DO 8 K=1,N
      IF(Q(K).EQ.E) Q(K)=D
8     CONTINUE
      DO 9 K=1,J
      IF(L(K).EQ.E) L(K)=D
9     S=S-1
10    CONTINUE
      RETURN
      END
```

1.1.5 例　题

1）对以下三个关联矩阵进行连通性计算，求它们的S与$Q(N)$。

（1）$N=10$，$M=6$

$$B(I,J)=\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&1&1&0\\ 0&0&0&0&0&1\\ 1&0&0&0&0&0\\ 0&1&1&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&1 \end{bmatrix}$$

（2）$N=10$，$M=11$

$$B(I,J)=\begin{bmatrix} 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&1&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&1&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&0&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&1&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1 \end{bmatrix}$$

（3）$N=10$，$M=11$

$$B(I,J)=\begin{vmatrix} 1&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 1&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&1&1&1&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&1&1&1&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0&0&0&1&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1\\ 0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0 \end{vmatrix}$$

2）计算程序

```
      INTEGER B(20,30),Q(20)
      WRITE(7,1)
      READ(5,*)N
      WRITE(7,2)
      READ(5,*)M
1     FORMAT(1X,'N=')
2     FORMAT(1X,'M=')
      CALL LEIN(N,M,B,Q)
      STOP
      END
C
      SUBROUTINE LEIN(N,M,B,Q)
      INTEGER B(N,M),Q(N),S
      WRITE(7,1)
      DO 2 I=1, N
2     READ(5,6) (B(I,J), J=1,M)
6     FORMAT(30I1)
      WRITE(6,1)
```

```
1     FORMAT(1X,'B(I,J)=')
      DO 7 I=1, N
7     WRITE(6,8) (B(I,J),J=1,M)
8     FORMAT(1X,30I3)
      CALL LEING(N,M,B,Q,S)
      WRITE(6,3)S
3     FORMAT(1X,'S=',I3)
      WRITE(6,4) (I,I=1,N)
4     FORMAT(1X,'I=  ',20I3)
      WRITE(6,5) (Q(I),I=1,N)
5     FORMAT(1X,'Q(I)=',20I3)
      RETURN
      END
```

3）计算结果

（1）

```
S=4
I=      1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Q(I) =1 2 2 3 4 1 2 3 3 4
```

（2）

```
S=2
I=      1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Q(I) =1 1 1 1 2 2 2 2 2 2
```

（3）

```
S=2
I=      1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
Q(I) =1 1 1 2 2 1 2 1 1 2
```

1.2 求无向图基本回路矩阵的算法

1.2.1 功　能

如果无向连通图$G(V,E)$上存在回路，本段的程序可以求出该图对应于一个生成树的基本回路矩阵。利用本程序的计算结果，可以通过求环和的运算来得到图G的完全回路矩阵。

寻找图的基本回路矩阵的求解方法，对于电路分析等方面是一种有用的方法。

1.2.2 方 法 概 述

已知一无向连通图$G(V,E)$由N个顶点、M条无向弧构成，则基本回路的数目$MC=M-N+1$。对于某一连通图，确定它的一棵生成支撑树是容易的。然而，对于该生成树又可以求出它在图G中的余树。余树由MC条弧组成。生成树与余树的每一条弧形成一条回路，最终得到的MC条回路就是图G的一组基本回路。

求基本回路的计算方法，我们用流程图1.2来表示。

1.2.3 子程序参数说明

子程序名称 CCM(N,M,A,C,MC)

N：图的顶点数目，整型变量。

M：图上所含弧的数目，整型变量。

A(N，M)：图的关联矩阵，输入数据，整型数组。

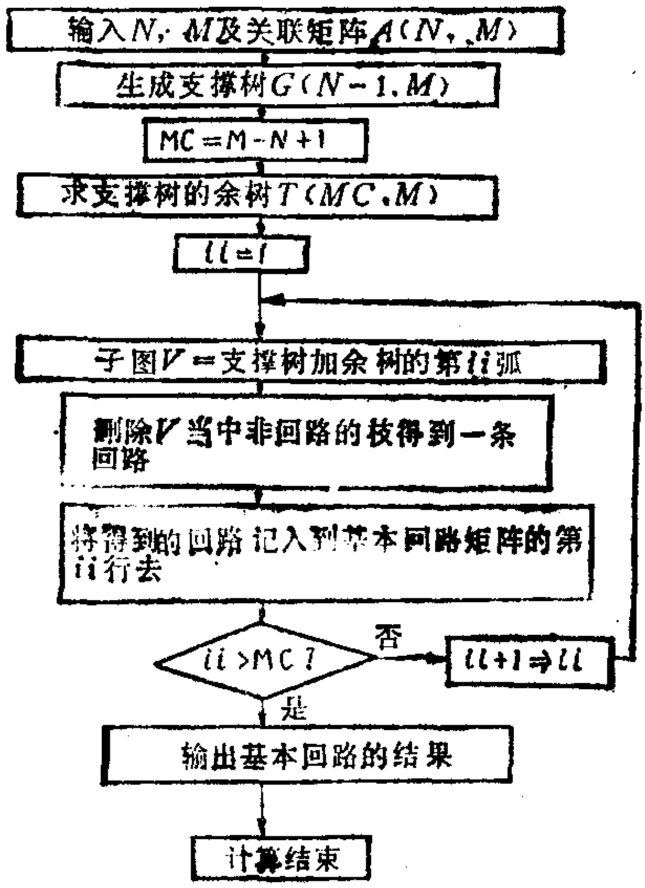

图 1.2

其中：

$$A(i,\ j)=\begin{cases}1, & \text{当第 } j \text{ 弧与第 } i \text{ 顶点关联；}\\ 0, & \text{当第 } j \text{ 弧与第 } i \text{ 顶点不关联。}\end{cases}$$

$i=1,2,\cdots,N$；$j=1,2,\cdots,M$。

C(30, M)：图的基本回路矩阵，输出结果，整型数组。其中：

$$C(i,\ j)=\begin{cases}1, & \text{当第 } i \text{ 回路包含第 } j \text{ 弧时；}\\ 0, & \text{当第 } i \text{ 回路不包含第 } j \text{ 弧，或者当 } i> MC \text{ 时。}\end{cases}$$

$i=1,2,\cdots,30$；$j=1,2,\cdots,M$。

MC：图的基本回路数目，整型变量。

1.2.4 子程序

```
      SUBROUTINE CCM(N,M,A,C,MC)
      INTEGER A(N,M), C(30,M), P(50,2),
   #  T(50, 2), V(50,2), G(50,2), S(50)
      N1=N-1
      DO 1 I=1, 50
      DO 1 J=1, 2
      P(I,J)=0
      G(I,J)=0
      T(I,J)=0
1     V(I,J)=0
      DO 3 I=1, M
      K=0
      DO 2 J=1, N
      IF(A(J,I).EQ.0) GOTO 2
      K=K+1
      P(I,K)=J
      T(I,K)=J
      V(I,K)=J
      IF(K.EQ.2) GOTO 3
2     CONTINUE
3     CONTINUE
      J=0
30    DO 4 I=1, M
      IF(V(I,1)*V(I,2).EQ.1.OR.V(I,1),NE.
   #  1.AND.V(I,2).NE.1) GOTO 4
      J=J+1
      G(J,1)=T(I,1)
```