

模糊数学方法及其应用

张 跃 邹寿平 宿 芬 编著

煤炭工业出版社

模糊数学方法及其应用

张 跃 邹寿平 宿 芬 编著

煤炭工业出版社

(京)新登字042号

内 容 提 要

本书深入浅出地介绍了模糊集论的新思想、新技术、新的数学模型及应用方法。主要内容有：模糊数学的基本知识；常用的模糊数学应用方法，其中包括模糊模式识别、模糊综合评判、模糊决策、模糊聚类分析、模糊推理、模糊概率分析及模糊规划方法等。此外，书中还介绍了诸方法应用于煤炭工业的数十个实例。

本书可供大中专院校的师生、科研工作者、工程技术人员、企业经营管理人员学习使用。

责任编辑：王秀兰

模糊数学方法及其应用

张跃 邹寿平 宿芬 编著

煤炭工业出版社 出版

(北京安定门外和平里北街21号)

煤炭工业出版社印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

开本 787×1092mm^{1/32} 印张16^{3/4} 插页2

字数 362千字 印数1—3,320

1992年4月第1版 1992年4月第1次印刷

ISBN 7-5020-0574-9/TD·529

书号 3349

定价 6.90元

序

煤炭工业生产是由地质勘探、矿井设计、新井建设、煤炭开采和加工洗选等环节构成的一个十分复杂的系统。在这个复杂的系统中，存在着大量的随机性和模糊性信息。过去，由于人们在数学上难以对模糊信息进行定量描述，只好靠自己的经验和直觉对它们进行处理。随着信息革命的不断深入，这种状况急需改变。必须学会运用模糊数学这一新的数学工具，分析处理煤炭工业生产的各个环节中所遇到的各种模糊性信息，对它们进行科学的、定量的解释，以促使煤炭工业生产达到“长期、稳定、安全、高产”的目的。为了促进模糊数学在煤炭工业中的应用，张跃、邹寿平、宿芬等同志将自己多年从事模糊数学的研究成果编写了《模糊数学方法及其应用》一书。

本书通俗地介绍了模糊集论的多种模型与方法——模糊模式识别、综合评判、模糊决策、模糊聚类分析、模糊推理、模糊概率分析以及模糊规划等。此外，还有机地穿插了煤炭工业生产中的应用实例，并编写了六种常用方法的PC-1500袖珍计算机的BASIC语言源程序。

这本书的出版将会引起煤炭工业系统的广大科研人员、工程技术人员、管理人员及大、中专院校师生的关注，对煤炭工业的发展将起到一定的推动作用。

汪培庄

前 言

模糊数学是最近20年才发展起来的一门崭新的数学分支。它的出现不仅扩充了经典数学的内容,而且被广泛地应用于天气预报、地震预测、自动控制、遥感遥测、人工智能、系统分析、知识工程、企业经济管理、工业、农业、矿业、医学诊断、语言加工、图象识别、信息复制、生物工程、环境保护、心理学、哲学以及教育等科学技术领域。

为了使煤炭工业系统的工程技术人员及管理干部尽快掌握模糊数学方法,并运用这一新的数学工具,去解决所遇到的各种生产技术及管理问题,我们在张跃同志编写的《模糊数学在矿业中的应用》讲义的基础上,经过补充、修改后编写成《模糊数学方法及其应用》一书。本书在选材上侧重于基础知识、基本方法和应用实例;在叙述方法上,力求通俗易懂和联系煤炭工业生产实际,以满足广大读者学习和应用的需要。

本书初稿曾经辛镜敏教授和俞书伟副教授审阅。并在编书过程中,王光远教授、汪培庄教授、贺仲雄教授、李斌副教授也给予我们热情的指导和帮助。同时,还得到河北煤炭公司、东蒙煤炭公司的大力支持,在此表示衷心地感谢。

本书第二、三章由宿芬执笔,第四、五章由邹寿平执笔,其余部分由张跃执笔。由于我们水平有限,书中的错误及不妥之处在所难免,尚祈读者批评指正。

作 者

一九九一年三月

于邯郸河北煤炭建筑工程学院

目 录

| | |
|---------------------------------------|-----|
| 第一章 模糊数学基本知识 | 1 |
| 第一节 普通集合及其运算 | 1 |
| 第二节 模糊集合及其运算 | 10 |
| 第三节 模糊集合与普通集合的互相转化 | 23 |
| 第四节 模糊性的度量 | 27 |
| 第五节 普通关系 | 38 |
| 第六节 模糊关系和模糊矩阵 | 43 |
| 第二章 隶属函数的确定方法 | 55 |
| 第一节 构造隶属函数应注意的几个问题 | 55 |
| 第二节 模糊统计方法 | 57 |
| 第三节 多相模糊统计方法 | 63 |
| 第四节 应用多元隶属函数对采煤工作面顶板进行分类 | 70 |
| 第五节 应用 m 分类法对矿山岩石的坚固性进行分级 | 76 |
| 第六节 常用的隶属函数图表 | 82 |
| 第七节 构造隶属函数的待定系数法 | 85 |
| 第八节 煤的隶属函数 | 91 |
| 第九节 应用待定系数法构造软土的隶属函数并对其进 行分类 | 95 |
| 第十节 多元隶属函数分类法的BASIC语言程序 | 100 |
| 第三章 模糊模式识别 | 114 |
| 第一节 模糊模式识别的直接方法 | 114 |
| 第二节 模糊模式识别的间接方法 | 123 |
| 第三节 煤层层位的模糊识别 | 131 |
| 第四节 应用模糊模式识别确定巷道围岩的类别 | 135 |

| | | |
|------------|----------------------------------|------------|
| 第五节 | 煤炭按成因分类的模糊识别 | 141 |
| 第四章 | 模糊综合评判 | 146 |
| 第一节 | 模糊综合评判的初始模型 | 146 |
| 第二节 | 多级综合评判 | 159 |
| 第三节 | 因素重要程度系数 α_i 的确定方法 | 166 |
| 第四节 | 应用综合评判预测煤矿回采工作面月进度和月 产量 | 180 |
| 第五节 | 对采煤区队综合效益的评判 | 187 |
| 第六节 | 矿井通风系统合理性的综合评判 | 191 |
| 第七节 | 锦纶厂动力用煤煤种选用的综合评判 | 199 |
| 第八节 | 模糊综合评判法的BASIC语言程序 | 205 |
| 第五章 | 模糊决策 | 213 |
| 第一节 | 多目标模糊决策法 | 213 |
| 第二节 | 层次权重决策分析法 | 218 |
| 第三节 | 模糊优先比相似选择法 | 227 |
| 第四节 | 意见集中排序法 | 230 |
| 第五节 | 应用多目标模糊决策法选择井筒的合理位置 | 236 |
| 第六节 | 层次权重决策分析法在煤矿企业资金安排中的 应用 | 243 |
| 第七节 | 应用模糊优先比相似选择法评价化学探矿异常 | 250 |
| 第八节 | 利用意见集中排序法优选边坡设计方案 | 258 |
| 第九节 | 多目标模糊决策法的BASIC语言程序 | 262 |
| 第六章 | 模糊聚类分析方法 | 273 |
| 第一节 | 模糊等价矩阵聚类分析方法 | 274 |
| 第二节 | 模糊ISODATA聚类分析方法 | 293 |
| 第三节 | 测井数据解释钻孔内岩性的模糊聚类分析 | 302 |
| 第四节 | 煤的地质时代的模糊聚类分析 | 309 |
| 第五节 | 煤层地质条件划分的模糊ISODATA聚类分析 | 324 |
| 第六节 | 模糊聚类传递闭包法的BASIC语言程序 | 328 |

| | | |
|------|---------------------------|-----|
| 第七节 | 模糊ISODATA聚类分析的BASIC语言程序 | 333 |
| 第七章 | 模糊推理 | 348 |
| 第一节 | 模糊命题 | 348 |
| 第二节 | 近似推理方法 | 351 |
| 第三节 | 矿井突水水量预测的模糊推理 | 367 |
| 第四节 | 煤矿工人尘肺X线诊断专家系统中的模糊推理 | 377 |
| 第五节 | 矿藏勘探咨询专家系统中的模糊推理方法 | 386 |
| 第八章 | 模糊概率分析方法 | 403 |
| 第一节 | 模糊事件的概率 | 403 |
| 第二节 | 应用模糊概率分析方法研究地下采煤引起的地面下沉问题 | 413 |
| 第三节 | 网络计划的模糊概率PERT方法 | 419 |
| 第四节 | 模糊概率PERT方法在综采工作面搬家倒面中的应用 | 434 |
| 第五节 | 模糊概率PERT方法在建井施工组织中的应用 | 442 |
| 第九章 | 模糊规划方法 | 452 |
| 第一节 | 模糊约束下的条件极值 | 452 |
| 第二节 | 模糊线性规划方法 | 463 |
| 第三节 | 单纯形法的BASIC语言程序 | 476 |
| 第四节 | 多目标线性规划的模糊最优解 | 481 |
| 第五节 | 煤矿原煤生产的模糊线性规划 | 487 |
| 第六节 | 煤矿原煤生产计划安排中的多目标模糊线性规划 | 492 |
| 第七节 | 煤炭企业生产经营的模糊最优对策 | 499 |
| 附录 | 正态分布表 | 508 |
| 参考文献 | | 512 |

第一章 模糊数学基本知识

本章简明介绍了模糊数学的基本知识，其基点放在基本概念和基本方法的介绍之上，并不强调内容的连贯性和理论的完整性，且略去了全部结论的证明。

第一节 普通集合及其运算

一、集合与元素

人们在研究具体问题时，总是对局限于一定范围内的事物进行讨论，所讨论的事物的全体称为论域，常用 U （或 X ）来表示。论域 U 中的每个事物 u 称为 U 的元素，具有共同特性的元素构成一个集合（简称集），显然论域 U 是一个集合。例如，设论域为所有的人，则某煤矿的全体工人是一个集合，一所煤炭院校的所有学生也是一个集合，论域中的每一个人就是该论域的一个元素，某煤矿的每一个工人即是该煤矿全体工人这一集合的元素；又如，一个机采工作面上的所有机械、一台机械上的所有零部件都可以看作是一个集合，而每台机械、每个零部件则又分别是机采工作面所有机械这一集合和机械上所有零部件这一集合的元素。

在论域 U 中任意给定一个元素 u ，并且任意给定一个集合 A ，如果 u 有集合 A 的特性，也就是说它是集合 A 的元素时，我们就用记号

$$u \in A$$

来表示，即说 u 属于 A ；如果 u 没有集合 A 的特性，即它不是

A 的元素时，我们用记号

$$u \notin A$$

来表示，即说 u 不属于 A 。

二、集合的表示法

习惯上，我们常用大写字母 A 、 B 、 Y 、 Z ……表示集合，而用小写字母 a 、 b 、 y 、 z ……表示元素。常用的集合表示法有3种：列举法、描述法和文字叙述法。

1. 列举法

把集合中的所有元素一一列举出来表示集合的方法，称为列举法。

〔例1〕以数0, 1, 2, 3为元素的集合可记为：

$$\{0, 1, 2, 3\}$$

也可记为：

$$\{1, 2, 3, 0\}$$

只要两个集合含有的元素完全相同，则不论元素的排列顺序如何，其表示的都是同一集合。

2. 描述法

通过描述集合元素的共同特征来表示集合的方法，称为描述法。如果给定一个性质 P ，存在一个集合 A ，当 A 的元素恰好是具有性质 P 的那样一些事物时，我们可用

$$A = \{x | P(x)\}$$

表示这个集合，其中 $P(x)$ 是“元素 x 具有性质 P ”的一个缩写。

〔例2〕若 $P(x)$ 表示“数 x 的平方等于4”这一性质，则满足这一条件的 x 所成之集合可表示为：

$$\{x | x^2 = 4\}$$

显然，它是由-2与2这两个数组成的集合，用列举法又可表

示为:

$$\{-2, 2\}$$

即 $\{x | x^2 = 4\} = \{-2, 2\}$

3. 文字叙述法

在不引起混淆的情况下,为了简便,可用文字来描述集合元素的特征,并以此来表示集合,这种方法叫文字叙述法。

[例3] 以 N 、 Z 、 Q 分别表示全体自然数、所有整数和一切有理数组成的集合,则它们可分别表示为:

$$N = \{\text{自然数}\}; Z = \{\text{整数}\}; Q = \{\text{有理数}\}$$

显然, $-2 \in Z$, 而 $-2 \notin N$; $\frac{1}{2} \in Q$, 而 $\frac{1}{2} \notin Z$ 。

三、空集、子集、幂集

1. 空集

不含任何元素的集合,称为空集,记为 ϕ 。

[例4] 设 $A = \{x | x \text{是实数且 } x^2 + 1 = 0\}$,则集 A 为空集,即 $A = \phi$ 。因为任意一个实数的平方不能为负数,所以方程 $x^2 + 1 = 0$ 无实数解,也就是说,在实数集内,该方程的解集是一个空集。

2. 子集

设 A 、 B 是两个集合,如果属于集 A 的元素都属于集 B ,则称集 A 为集 B 的一个子集,或者说集 B 包含集 A ,记为:

$$A \subseteq B$$

或

$$B \supseteq A$$

[例5] 设 $A = \{20 \text{周岁以下的人}\}$, $B = \{16 \text{周岁的女孩}\}$,则集合 B 实际上就是集合 A 的一部分,所以集 B 是集 A 的子集。

包含关系“ \subseteq ”是集合之间的一种关系,我们可用直

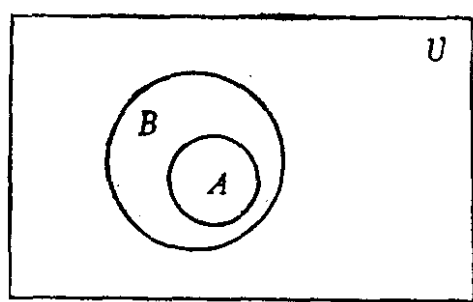


图 1-1 集合的包含关系图

观的图形来说明，如图 1-1 所示。

图中，方块表示论域 U ，大圆圈表示集合 B ，大圆圈中的点表示其元素，小圆圈表示集 A ，小圆圈中的点表示其元素。我们很容易看出，集合 A 中所有元素都在集 B 中，也就

是说，任意一个元素 u ，如果属于 A ，它一定也属于 B 。

如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ ，则称集 A 与集 B 相等，记为：

$$A = B$$

〔例6〕 设 $N = \{n | n \text{ 是自然数}\}$ ， $Z^+ = \{z | z \text{ 是正整数}\}$ ，则显然有 $N = Z^+$ 。

我们规定“空集”是任何集合的子集，因此任意一个集合 A 都介于空集 ϕ 与论域 U 之间，即

$$\phi \subseteq A \subseteq U \tag{1-1}$$

3. 幂集

论域 U 的一切子集构成的集合，称为 U 的幂集，记为：

$$P(U)$$

这样， U 的子集 A 既可记作

$$A \subseteq U \tag{1-2}$$

也可记作

$$A \in P(U) \tag{1-3}$$

〔例7〕 设 $U = \{1, 2, 3\}$ ，则有

$$P(U) = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, U\}$$

如果 U 中有 n 个元素，则 $P(U)$ 有 2^n 个元素。这是因为每次从 U 中取出一个元素而组成的单元素集共有 C_n^1 个，每次取

出两个元素组成的双元素集共有 C_n^2 个，每次从 U 中取出 k 个元素组成的 k 元素集共有 C_n^k 个 ($k \leq n$)，加上一个空集和集 U 本身，因此 $P(U)$ 的元素个数为：

$$1 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^k + \dots + C_n^n = (1+1)^n = 2^n$$

四、集合的基本运算

1. 并集

设 A 、 B 为论域 U 中的两个集合，则由集 A 与集 B 的所有元素组成的集合，称为集 A 与集 B 的并集，简称为并，记为：

$$A \cup B$$

由定义知，并集 $A \cup B$ 的元素或属于 A 或属于 B ，因此 $A \cup B$ 又可记为：

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\} \quad (1-4)$$

〔例8〕若论域 $U = \{26\text{个小写英文字母}\}$ ， U 中的两子集分别为：

$$A = \{a, b, c, d\};$$

$$B = \{c, d, e, f, g, h\};$$

则有

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$$

2. 交集

设 A 、 B 为论域 U 的两个集合，则由集 A 与集 B 所有公共元素组成的集，称为集 A 与集 B 的交集，简称为交，记为：

$$A \cap B$$

由定义知，交集 $A \cap B$ 中的元素是既属于 A 又属于 B ，因此 $A \cap B$ 又可记为：

$$A \cap B = \{u | u \in A \text{ 且 } u \in B\} \quad (1-5)$$

〔例9〕设 U 为某一特定人群， A 是由 U 中的中国人所组

成的集合， B 是由 U 中的男子所组成的集合，则：

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{u | u \in U, u \text{ 既是中国人, 又是男子}\} \\ &= \{u | u \in U, u \text{ 是中国男子}\} \end{aligned}$$

3. 补集

设 A 是论域 U 中的一个子集，则由论域 U 中不属于集 A 的所有元素构成的集，称为集 A 的补集，或称余集，简称补（或余），记为：

$$A^c$$

由定义知，补集 A^c 的元素不属于 A ，但属于 U ，因此 A^c 又可描述为：

$$A^c = \{u | u \notin A, \text{ 但 } u \in U\} \quad (1-6)$$

〔例10〕 设 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{2, 4, 6, 8\}$, 则有

$$A^c = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

〔例11〕 (1) 设 $U = \{\text{自然数}\}$, $A = \{\text{正奇数}\}$, 则

$$A^c = \{\text{正偶数}\}$$

(2) 设 $U = \{\text{实数}\}$, $Q = \{\text{有理数}\}$, 则

$$Q^c = \{\text{无理数}\}$$

4. 差集

设 A 、 B 是论域 U 中的两个集合，则由属于集 A 但不属于集 B 的所有元素组成的集合，称为集 A 与集 B 的差集，记为：

$$A - B$$

由定义知，差集 $A - B$ 的元素属于 A 但不属于 B ，因此 $A - B$ 又可描述为：

$$A - B = \{u | u \in A, u \notin B\} \quad (1-7)$$

同理， $B - A$ 可描述为：

$$B - A = \{u | u \in B, u \notin A\}$$

[例12] 设 $U = \{26\text{个小写英文字母}\}$, U 中的两个集分别为: $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, c, f, g, h\}$, 则

$$A - B = \{b, d\}$$

$$B - A = \{f, g, h\}$$

五、韦恩图

我们在讨论集合的运算与集合之间的关系时, 可以用一种直观的图形来表示, 如图 1-2 所示, 这种图称为韦恩 (Venn) 图。通常用方块表示论域 U , 圆圈表示集合 A, B , 圆中的点表示集合的元素, 图中阴影部分表示集合运算后的并集、交集、补集和差集。

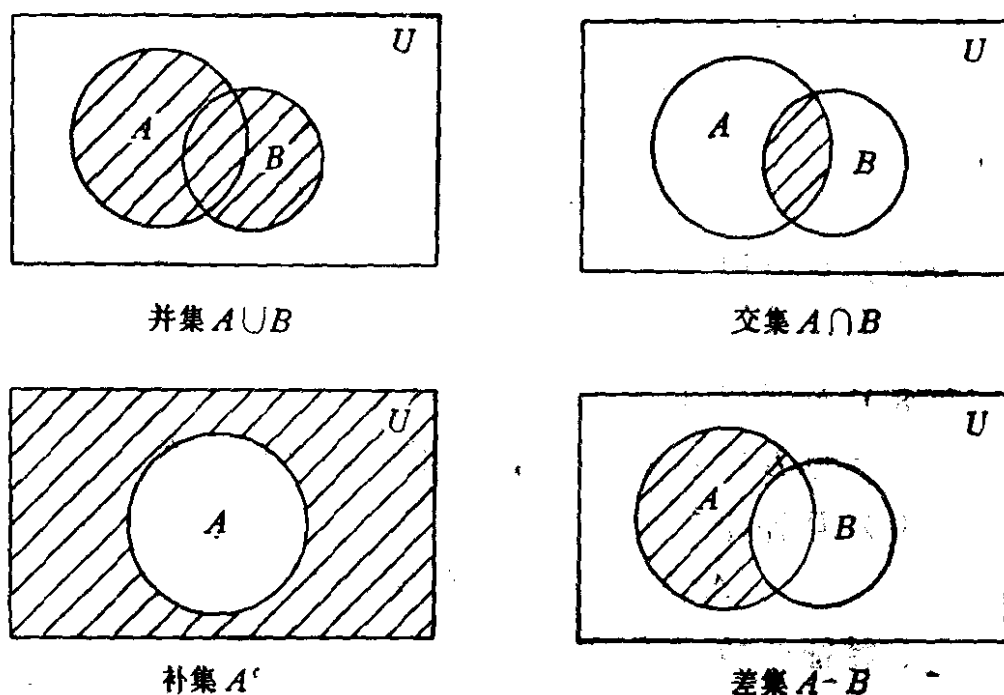


图 1-2 集合运算图

六、集合运算性质

现列出并、交、补这三种集合运算所具有的基本运算性质如下:

(1) 幂等律:

$$A \cup A = A; A \cap A = A$$

(2) 交换律:

$$A \cup B = B \cup A; A \cap B = B \cap A$$

(3) 结合律:

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

(4) 吸收律:

$$A \cap (A \cup B) = A; A \cup (A \cap B) = A$$

(5) 分配律:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

(6) 0-1律:

$$A \cup U = U, A \cap U = A$$

$$A \cup \phi = A, A \cap \phi = \phi$$

(7) 复原律:

$$(A^c)^c = A$$

(8) 对偶律 (De Morgan律):

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c; (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

(9) 互补律

$$A \cup A^c = U; A \cap A^c = \phi$$

七、特征函数

对于论域 U 中的任意一个元素 u 与一个集合 A 来说, 它们之间的关系只能有 $u \in A$ 或 $u \notin A$ 这两种情况, 二者必居且仅居其一。如用函数表示, 则有

$$x_A(u) = \begin{cases} 1, & \text{当 } u \in A \\ 0, & \text{当 } u \notin A \end{cases} \quad (1-8)$$

这里，函数 x_A 称为集合 A 的特征函数，它刻划了集合 A 的元素的隶属情况。特征函数 x_A 还可直观表示成如图1-3所示情况。

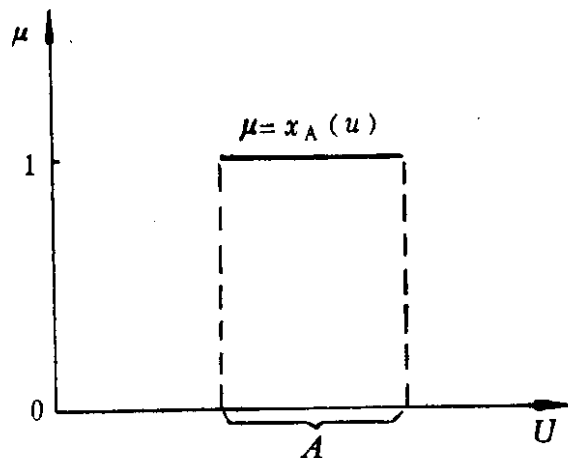


图 1-3 特征函数图

为了以后讨论叙述方便，我们也称 A 的特征函数 x_A 为 A 的隶属函数。 x_A 在 u 处的值 $x_A(u)$

称为 u 对 A 的隶属(程)度。当 u 属于 A 时， u 的隶属度 $x_A(u) = 1$ (或100%)，表示 u 绝对隶属于 A ；当 u 不属于 A 时， u 的隶属度 $x_A(u) = 0$ ，表示 u 绝对不隶属于 A 。

引入隶属函数的优点在于可以把集合转化为函数，使集合的包含、并、交、补、差运算转化为隶属函数的相应运算，这样的运算要简单得多，还会给下一节模糊集合的引入带来方便。

不难看出，隶属函数具有下列运算性质：

$$(1) A \subseteq B \iff x_A(u) \leq x_B(u)$$

即集 B 包含集 A 应等价于集 B 的每一个元素的隶属度均大于或等于集 A 的对应元素的隶属度。

$$(2) x_{A \cup B}(u) = \max(x_A(u), x_B(u))$$

即 $A \cup B$ 的隶属函数，等于对 A 、 B 两集合的隶属函数所取的最大值，其图形如图1-4(a)所示。

$$(3) x_{A \cap B}(u) = \min(x_A(u), x_B(u))$$

即 $A \cap B$ 的隶属函数，等于对 A 、 B 两集合的隶属函数所取的最小值，其图形如图1-4(b)所示。