目　录

第一章　绪　　论

在近代，自动控制在各个领域都起着十分重要的作用。应用自动控制，使空间技术、现代武器、人工智能、自动驾驶等得以飞快发展和顺利实现；使交通运输、工农业生产的机器设备和管理机构得以高速高效运行，从而提高质量，降低成本；并使人们从繁重的体力劳动、手工操作和高温、高压、有害、有毒的工作条件下解放出来。

所谓自动控制，就是在没有人直接参加的情况下，利用控制装置使被控制的对象（如机器、设备或生产过程等）自动地按照预定的规律运行或变化。例如，化工生产中反应塔的温度和压力能够自动维持恒定不变；跟踪雷达和指挥仪组成的防空系统能使火炮自动地瞄准目标；无人驾驶列车能够按预定时间、速度自动运行和停站；人造地球卫星能够发射到预定轨道并能准确回收，这些都是应用自动控制技术的结果。自动控制理论就是研究自动控制共同规律的理论。它的发展初期，是以反馈理论为基础的自动调节原理，随着工业生产和科学技术的发展，现已发展成为一门独立的学科——控制论。控制论包括工程控制论，生物控制论和经济控制论。工程控制论主要研究自动控制系统中的信息变换和传送的一般理论及其在工程设计中的应用。而自动控制原理仅仅是工程控制论的一个分支，它只研究控制系统分析和设计的一般理论。

在国外，第二次世界大战以后，由于生产和军事上的需要，自动控制理论与技术开始迅速地发展起来。到五十年代末期，自动控制理论已经形成比较完整的理论体系，并在工程实践中得到成功的应用。一般把这个时期以前发展起来的自动控制理论称为经典控制理论。五十年代末，由于宇航技术的发展，要求组成高性能、高精度的复杂控制系统，经典控制理论已不能完全满足要求；而另一方面，电子计算机的高速发展，又在客观上提供了必要的技术手段，使得自动控制理论又发展到一个新的阶段——现代控制理论。目前，现代控制理论已成功地应用在航空、航天、航海以及工业生产中。

§1—1　自动控制系统的类型

我们通常把控制装置（控制器）和被控对象的总合称为控制系统，两者组合在一起，共同完成一定任务。图1—1表示了两者之间的关系。系统的输入，是指外部作用于系统的激励信号，根据它们对系统的不同影响分为控制（或参考、或指令）输入和扰动输入。前者使系统具有预定性能或预定输出，而后者则会干扰或破坏系统具有的预定性能或预定输出。系统的输出，就是被控制的量，它表征受控对象或过程的状态和性能。

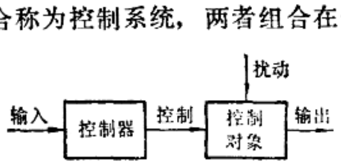

图1—1　控制系统

一、按系统组成元件分

按照系统组成元件的不同型式，可以将控制系统分为机械、电气、气动、液动、生物学系统等多种类型。

二、按参考输入的特征来分

1. 自动调节系统　在这种系统中，参考输入为常值，或者随时间缓慢地变化。系统的基本任务是保证在任何扰动作用下，使输出保持在恒定的希望数值上。所以有时称这种系统为恒值控制系统。恒温、恒压力、恒定水位、恒速度、恒定电压、恒定电流、恒定频率等自动控制系统都属于这一类。

2. 随动系统　在这种系统中，输出量是机械位移、速度或者加速度。因此，随动系统这个术语，与位置（或速度、或加速度）控制系统是同义语。这种系统的参考输入不是时间的解析函数，而是预先不知道并随时间任意变化的。这种控制系统是在各种情况下保证系统的输出以一定的精度跟随着参考输入的变化而变化。所以有时称它为跟踪系统。运动目标的自动跟踪、瞄准和拦截系统，以及自动测量仪器系统等都属于这一类。

3. 过程控制系统　过程控制系统的特点是参考输入不是一个固定不变的常数，而是一个已知的时间函数，或者是某个变量的给定函数。例如加热炉及热处理炉的温度控制，要求炉内的温度按一定的时间程序和变化规律（自动升温、保温及降温）变化。所以有时称它为程序控制系统。很多机械加工工业、化学工业和食品工业的过程控制中，广泛应用着程序控制系统。应当指出，大多数程序控制系统都包含有随动系统，作为系统的整体部件。

有时为了便于研究自动控制系统的基本实质，确定正确的研究方法和所使用的数学工具，自动控制系统又可按以下几种方法来分类：

一、线性系统与非线性系统

1. 线性系统　自动控制系统是一个动态系统，它的工作状态和性能一般可用微分方程或差分方程来描述。当系统的各个元件的输入／输出特性是线性特性，系统的状态和性能可以用线性微分（或差分）方程来描述时，则称为线性控制系统。

线性系统的特点是可以应用叠加原理。这就是说，一个系统有几个输入时，系统的输出等于各个输入时系统的输出之和；当系统输入增大或缩小多少倍时，系统输出也增大或缩小多少倍。

微分方程或差分方程的系数为常数、不随时间变化的系统，称为线性定常系统，它的响应只与输入信号的大小有关，而与什么时刻加入输入信号无关；或者说，系统的响应曲线形状与时间坐标轴的起点无关。

若微分方程或差分方程的系数是时间的函数，不同时刻为不同值，这种方程称为线性变系数方程，由这种变系数方程描述的系统，称为线性时变系统。它的响应不但与输入信号的大小有关，而且与输入信号的加入时间有关。运动着的物体（如运载工具、发射的火箭、带钢的卷筒）由于燃料消耗、被卷物的增减，它的质量和惯性随时间变化，控制这些物体运动的系统就是时变系统。

变系数微分方程比常系数微分方程复杂，所以，若系统中参数随时间变化不大，可以用常值来对待时，就常常视为定常系统。

2. 非线性系统　当系统中只要有一个非线性特性元件时，系统就由非线性微分方程来描述，方程的系数将随变量大小而变化。用非线性微分方程描述的系统称为非线性系统。叠加原理对非线性系统是无效的。

严格地讲，实际上是不存在线性系统的，各种物理系统总是不同程度地具有非线性。例如系统中应用的放大器和铁磁元件有饱和特性，运动部件有间隙、摩擦和死区，弹簧有非线性特性等等。但是，当系统的信号或变量变化范围不大，或者非线性不严重，甚至为了研究方便，人为地将它简化成线性系统。由于线性系统是用线性微分方程来描述，数学求解简单方便，并且已有相当成熟的线性理论；而非线性系统是用非线性方程来描述，数学上较难处理，目前尚无统一的方法来研究不同型式的非线性问题。

二、连续系统与离散系统

1. 连续系统　当系统的各个元件的输入和输出信号都是时间 t 的连续函数时，这种系统称为连续系统。连续系统的状态和性能一般是用微分方程来描述的，信号的时间函数允许有间断点（不连续点），或者在某一时间范围内为连续函数。图 1 — 2 所示的例子，在 $t=0$ 和 $t=t_1$ 为间断点，而函数在 $0<t<t_1$ 范围内为连续函数。

图 1 — 2　有间断点的连续函数

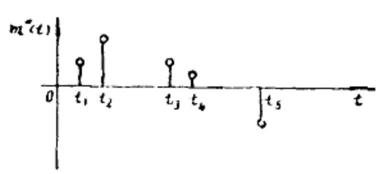

图 1 — 3　离散时间函数

2. 离散系统　当系统中只要有一个地方的信号是脉冲序列或数码时，这种系统称为离散控制系统。它的特点是：信号在特定的离散的瞬时 t_1、t_2…、t_n是时间的函数，两个瞬时点之间，信号是没有确定的（见图 1 — 3）。

离散时间信号可由连续信号通过采样开关获得，如图 1 — 4 所示。采样开关 T 每隔一定时间短暂闭合一次，就可以从连续时间函数 $m(t)$ 得到离散时间信号脉冲序列 $m^*(t)$。具有采样的离散控制系统，叫作采样控制系统。

离散控制系统的状态和性能，可用差分方程来描述。若差分方程是线性的，则系统为线性离散控制系统。

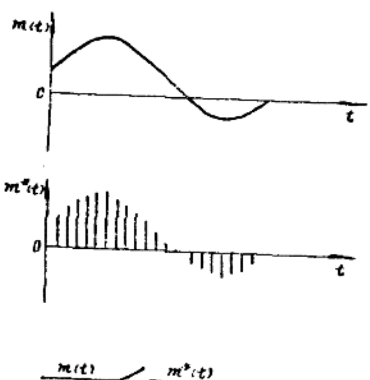

图 1 — 4　连续时间信号的采样

三、确定性系统与非确定性系统

1. 确定性系统　系统的结构和参数是确定的、已知的，作用于系统的输入信号（包括扰动）也是确定的，系统并可用分析式或图表来确切表示，这种系统称为确定性系统。

假若系统本身和输入信号基本上是确定的，虽然有些变化或偏差，但只要它不影响对系

统的分析研究，仍可认为是确定性系统。例如输入信号有噪声，但不严重，则可不考虑噪声的影响。

2. 非确定性系统　当系统本身或作用于该系统的信号难以确定或者模糊时，则这种系统就是非确定性系统。例如，系统的输入信号是随机的或者混有随机噪声时，即便是最简单的一种情况，它们也不能事先用一定的时间函数来描述。若它们具有统计特性时，则可应用概率理论加以研究。

四、单输入单输出系统与多输入多输出系统

根据系统的输入和输出信号的数量来分，则有单输入单输出系统和多输入多输出系统。对于前者，输入和输出信号各为一个，系统比较简单，系统中的主反馈（从系统输出至系统输入的反馈）只有一个。有时为了改善系统质量，尚可加局部反馈，所以单输入单输出反馈控制系统可以是单回路的，也可以是多回路的，如图1－5所示。

多输入多输出系统，输入输出信号多，回路也多，如图1－6所示。而且相互之间常有耦合，所以相当复杂。分析研究这种系统，工作量很大，往往要求用电子计算机辅助分析和设计。

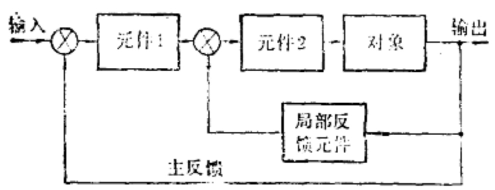

图1－5　多回路系统

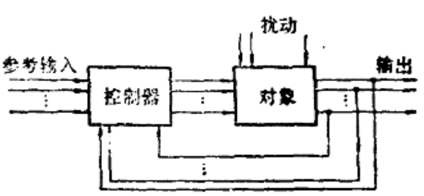

图1－6　多输入多输出系统

多输入多输出系统，由于变量多，所以也叫作多变量系统。飞行器的姿态控制、冶炼化学过程以及其它很多过程控制系统都是多输入多输出的。

五、集中参数系统与分布参数系统

按系统参数特征来划分，可分为集中参数系统与分布参数系统。在一个集中参数系统中，系统的能量被不同的分立元件（电阻、电容、电感、质量、弹簧等）所存贮或消耗。系统中元件的尺寸远远小于被传递信号的波长。

分布参数系统，如传输线、波导、天线和机械轴，这些系统不能以集中参数来描述。一根传输线，其中电阻、电感和电容是沿线的全长连续分布的，不可能像集中参数元件那样有效地隔开。在沿线的每一点都存在着三种作用。对于分布参数系统来说，作用于一点的干扰传播到另一点是有确定时间的。因而不仅有独立的时间变量t，而且有空间变量s。所以，描述分布参数系统采用偏微分方程式。

事实上，所有的系统都是分布参数系统。但是，如果系统元件的尺寸远小于输入信号的波长时，我们将它近似看作集中参数系统是合理的。

自动控制系统虽有各种各样的具体形式，且如上所述可以有各种分类方法，但总可以把它们归纳为两种，即开环控制系统与闭环控制系统。下节将专门讨论它们。

§1—2　开环控制系统与闭环控制系统

开环控制系统　开环控制是指控制装置与被控对象之间只有顺向作用，而没有反向联系的控制过程。因此，开环控制系统的输出量不对系统的控制作用产生影响。在开环系统中，既不需要对系统的输出量进行测量，也不需要将输出量反馈到系统的输入端与输入量进行比较。图1—1表示了这类系统的输入量与输出量之间的关系。目前用于各部门的一些自动化装置，如自动售货机、自动洗涤机、自动生产线、自动机床等，一般都是开环控制系统。

图1—7为一台直流电动机转速的开环控制系统，电动机带动机械设备以一定转速旋转。改变电位器的位置，即改变功率放大器的输入电压，经放大后，改变电动机的电枢电压，从而改变电动机的转速；不同的电位器位置，就有相应的电动机转速，以满足机械加工或其它工作的需要。在正常情况下，电位器的位置是按照转速的希望值来确定的。然而，如果工作条件变化，例如元件参数或负载力矩变化，则实际转速将不再等于希望值而出现偏差。这种使被控制量（例如转速）偏离希望值的因素称为对系统的扰动（或干扰）作用。由于开环控制的特点是控制装置只按照给定的输入信号对被控制对象进行单向控制，而不对被控制量进行量测并反向影响控制作用，因此当转速偏离希望值时，这种开环控制系统不具有修正由于扰动而引起的使被控制量偏离希望值的能力。

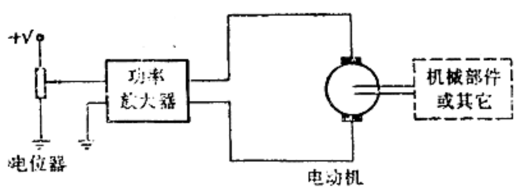

图1—7　直流电动机转速的开环控制

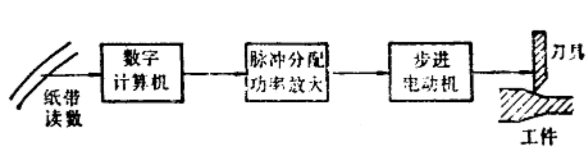

图1—8　步进电动机开环控制

假若扰动可以预计或测量，则根据扰动的大小对系统的输入进行相应的修正或补偿，可以使系统的输出有较准确的数据。有时，为了提高开环控制的精度，常应用较精密的元件，如数字计算机控制步进电动机便是一例（图1—8）。由于采用数字脉冲控制元件，动作相当准确，避免或降低了外界扰动的影响，从而使系统具有很高的精度，但是投资较大。

开环控制精度不高的重要原因是：没有根据实际输出来修正输入，以使输出能保持希望值。也即输出对输入没有影响。

闭环控制系统　为了改善开环控制的精度，在人工控制方式中，就由人对输入作相应的修正。例如在图1—7所示的直流电动机转速控制系统中，可在输出轴上装一个转速表，人一边监视转速表（检测元件），一边在头脑里与他的希望转速进行比较，当发现电动机转速高于希望值时，立即操纵电位器使电枢电压减小，降低转速；当发现电动机转速低于希望值时，则使电枢电压增大，提高电动机转速。这样就形成了人工的闭环控制系统。在这种控制系统中，输出量与输入量进行了比较，再根据输出量与输入量的差别实行控制，从而使输出量有较准确的值。输出信号通过人反过来影响控制信号，这就构成了反馈。所以闭环控制系统是反馈控制系统。

人工控制在复杂、快速、精确的系统中是不能满足要求的，也不利于减轻劳动强度，故在自动控制系统中，应该用自动控制器来全部代替人工操作。若用电位器的输出电压作为系统的输入（即希望值），用测速发电机作检测转速元件，再将测速发电机电压（代表实际转

速）送至输入端与电位器电压进行比较，用其差值控制放大器，从而控制电动机转速，这就形成了电动机转速自动闭环控制系统（图1—9）。电位器位置一定，电动机转速就有一定值。无论是电源电压变化或负载力矩变化等扰动引起的实际转速变化，都将通过对实际转速进行检测并与希望值（电位器给定值）比较，这样才能对实际转速的偏差进行修正补偿，从而可以自动保证转速不受或少受这些扰动的影响，提高了控制精度。

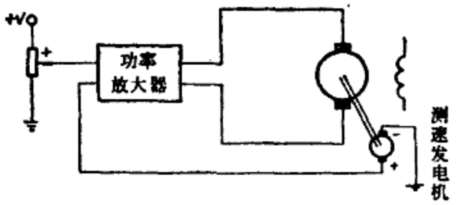

图1—9　直流电动机转速闭环自动控制

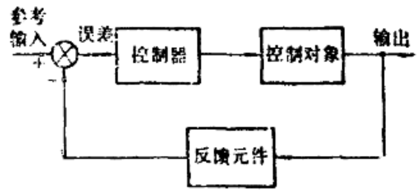

图1—10　按输出反馈的控制系统方框图

闭环控制系统的典型方框图如图1—10所示。图中“⊗”表示比较器（或比较环节），这是输入信号和反馈信号进行比较的器件，其差值输出信号即为误差信号，它是控制器的输入。可以明显看出，作用信号按闭环传递，系统的输出对控制作用有直接影响（即有负反馈），这些就是闭环控制系统的特征。

开环控制系统与闭环控制系统比较　开环控制结构简单、成本低廉、工作稳定。因此，在系统的输入量能预先知道并且不存在严重扰动时，使用开环控制有一定优越性。但是由于它不能自动修正被控制量的偏差，所以有时元件参数的变化以及外来未知扰动等对控制精度影响就较大。

闭环控制系统具有自动修正被控制量偏离的能力，因此可以修正由于元件参数变化以及外界扰动引起的误差；还可以大大降低非线性和噪声干扰的不利影响，这就有可能采用精度不很高且成本较低的元件构成精度较高的自动控制系统。闭环控制还可以使开环不稳定系统变成稳定系统。但是应当指出，用开环稳定系统构成闭环反馈控制系统后，可能使振荡倾向加剧，甚至无法工作。反馈改变了控制系统的动态性能，增加了问题的复杂性。对反馈控制系统的讨论和研究，是本书的主要内容。

自适应式控制系统　由于种种原因，大多数控制系统的动态特性不是恒定的，如系统中元件随着使用时间的增加而老化，参数和环境的变化（如在宇宙飞船控制系统中，质量和大气条件的变化）。虽然在反馈控制系统中系统的微小变化对动态特性的影响可以被减弱，但是当系统的参数和环境变化比较明显时，只有采用具有一定自适应能力的系统，才能满足要求。所谓自适应能力，就是系统本身能够随着环境条件或结构的不可预计的变化，自行调整或修改系统参数。这种本身具有自适应能力的控制系统，叫作自适应控制系统。

在自适应控制系统中，必须随时识别系统的动态特性，以便调整控制器参数，从而获得最佳性能。这一目标对系统设计人员有很大的吸引力，因为自适应控制系统除了能适应环境变化外，还能够适应通常的工程设计误差或参数变化，并且对小的系统元件的损坏，也能进行补偿，因而增加了整个系统的可靠性。

学习控制系统　在一个熟练的操作人员与前述的自适应控制器之间的显著差别是：操作人员认识已熟悉的输入，而且能够运用过去学习到的经验，以便按最佳的姿态来反应。而一个自适应式控制系统能够在系统的环境变化时改变控制信号，以使性能常常是最佳的。

一个系统，如果它能认识一些熟悉的特点与情况的图形，而且能运用过去学习到的经验

以最佳方式进行动作，那么这种系统叫作学习系统。

学习系统是比自适应式系统水平高一级的系统。基布森（Gibson）把所有控制系统的领域分为四个基本体系水平：

1．开环；

2．闭环；

3．自适应环；

4．学习环。

为了对付熟悉的情况，一个学习系统将不要求系统的识别。这样的系统设计的方法是去“教会”系统如何对每种情况进行最好的选择。一旦系统学习适合于每一种可能情况下的最佳控制规律之后，不论环境条件如何变化，它就能在最佳情况下工作。

一个学习系统，当它碰到一个新的情况时，它能学会用适应方法而行动。如果系统经历了以前曾经学习过的同样情况，它将认识这个情况，并通过同样的适应方法按最佳状态行动。

§1—3　对自动控制系统的要求

一、对系统的要求

从前面的简单讨论可以看出，各种控制系统为了完成一定的任务，必须具备一定的性能，这种性能可以归结为：系统的被控制量（或输出）必须迅速而准确地按控制输入量（指令）的变化而变化，或者两者之间应保持所要求的函数关系，并要求这种函数关系尽量不受参数变化和任何扰动的影响。

例如，在 $t=0$ 时参考输入突然增加一个常值，$t>0$ 时仍保持不变，那末同样要求在相应的输出瞬时也准确地跟着突增一个常值，两者之间保持正比关系；当输入不变，要求输出也不变，如图1—11(a)所示。这是一种最简单的理想情况，当然，在实际系统中，这种要求是无法实现的。这是由于实际系统具有质量、惯性、延迟，或者特性参数不够准确的原因，一旦参考输入变化，或有扰动输入，系统的输出（响应）将由它的瞬态响应和稳态响应决定，系统到达稳态前不但有段瞬变过程，而且到达稳态时（$t\to\infty$），其稳态值也不一定是理想的，见图1—11(b)和(c)。

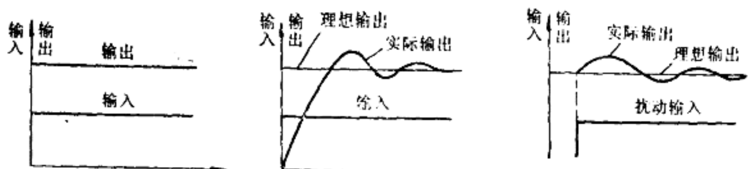

图1—11　系统的输入与输出关系

(a) 正比关系；(b) 对参考输入的实际响应；(c) 对扰动输入的实际响应。

实际性能与理想性能会有偏差，但这个偏差不能很大，根据系统的应用场合和条件，对偏差的要求也不同。所以对系统的实际性能的要求，就是对上述偏差的要求，也就是对系统的实际瞬态响应和稳态响应特性的要求。当然，只有当系统能稳定工作，也就是瞬变过程收

敛时，这些要求才有意义。不稳定的系统，其输出越来越大，或者振荡越来越厉害，显然是不能正常工作的。所以系统的稳定性是首要条件。

总结以上所述，对自动控制系统的主要要求是：

1. 稳定，并具有一定的稳定裕量；
2. 符合要求的瞬态（动态）响应特性；
3. 满足要求的稳态响应（静态精度）。

当然，除上述要求外，尚应有与运行条件有关的要求和经济方面的要求。

二、典型输入信号

系统的响应是与输入信号的型式有关。输入信号不同，系统的响应也不同。自动控制系统实际输入信号具有随机性质，无法用确定的数学式表达，这对规定响应特性要求，以及分析研究和设计带来相当困难。但是对大多数系统的工作条件来说，在所有可能的输入信号中，可以选取最典型最不利的信号作为系统的输入信号，可以在此类信号作用下，用来分析和试验系统的性能是否满足要求，从而可以估计系统在比较复杂的实际输入信号作用下的性能。这样处理，在很多场合是可行的，对设计自动控制系统，比选不同方案，也带来很大方便。对于系统的性能要求，也就归结为系统在典型信号作用下应具有什么样的响应。

常用的典型信号有以下几种：

1. 阶跃函数　它的数学表达式为

$$x(t)=\begin{cases}0; & t<0\\ R; & t>0\end{cases}$$

式中，R为常值。当$R=1$，为单位阶跃函数，记作$u(t)$。

突然改变参考输入值，突然加重或卸掉电动机负荷等，都属于这类信号。

2. 斜坡函数　它的数学表达式为

$$x(t)=\begin{cases}0; & t<0\\ Rt; & t\geqslant 0;\end{cases}$$

式中，R为常值。当$R=1$时，为单位斜坡函数。

斜坡函数也叫等速度函数，它等于阶跃函数对时间的积分，而它对时间的导数就是阶跃函数。

3. 抛物线函数　它的数学表达式为

$$x(t)=\begin{cases}0; & t<0\\ \frac{1}{2}Rt^2; & t\geqslant 0\end{cases}$$

式中，R为常值。当$R=1$时，为单物抛物线函数。抛物线函数也叫等加速度函数。

斜坡和抛物线函数是随动系统中常见的输入信号。

4. 脉冲函数　它的数学表达式为

$$x(t)=\begin{cases}\lim\limits_{t_0\to 0}\dfrac{A}{t_0}; & 0<t<t_0\\ 0; & t<0,\ t>t_0\end{cases}$$

因为这个脉冲函数的高度是A/t_0，持续时间是t_0，这个脉冲下的面积等于A，当持续时间t_0趋

近于零时，高度 A/t_0 就趋近于无穷大，但在那个脉冲下的面积仍然等于 A。一个脉冲信号的大小用它的面积度量。

面积等于1的脉冲函数叫做单位脉冲函数$\delta(t)$。在$t=t_0$处的单位脉冲函数通常用 $\delta(t-t_0)$ 来表示，$\delta(t-t_0)$满足下列条件

$$\delta(t-t_0)=0 \qquad t\neq t_0$$

$$\delta(t-t_0)=\infty \qquad t=t_0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t-t_0)dt=1$$

δ函数纯属数学上的假设，而不会在物理系统中发生。然而，如果对一个系统的脉动输入量非常大，而它的持续时间与系统的时间常数相比又非常短的话，那么我们就可以近似地用一个脉冲函数去代替那个脉动函数。例如，假若在极短的持续时间 $0<t<t_0$ 内有一个力或者力矩输入量 $f(t)$ 加到一个系统上，$f(t)$ 的值大到足以使积分$\int_0^{t_0}f(t)dt$ 的值成为不可忽略，那么这个输入可以认为是一个脉冲输入。

脉冲函数的概念在微分不连续函数时是非常有用的。单位阶跃函数在间断点的导数就是单位脉冲函数。

5．正弦函数　其数学表达式为

$$x(t)=A\sin(\omega t+\varphi)$$

式中　A——正弦函数的幅值；

ω——角频率；

φ——初相角。

正弦函数作为典型输入信号，在设计反馈放大器时就已应用，在线性自动控制系统分析与设计中也使用这个信号。系统对不同频率的正弦输入信号的稳态响应称为频率响应，从频率响应可以获得关于系统性能的全部信息。

在分析系统时，究竟采用那一种典型信号，取决于系统在正常工作条件下最常见的最不利的输入信号形式。例如系统的输入是突变的，则利用阶跃函数作典型信号；如果系统的输入是随时间缓慢变化的，则可取斜坡函数作典型信号。

但是，有些系统在实际工作条件下，输入信号变化无常具有随机的性质，在这种情况下，不能用上述典型的确定信号代替实际输入信号，而应按不确定性随机系统处理（本书将不讨论这部分内容）。

三、系统的性能指标

性能指标是指衡量系统性能的一些数据。对系统稳态响应和瞬态响应的性能指标，常用系统在一定的典型信号作用下的具体性能指标来表达。

性能指标有很多形式，它随研究方法而异，而且各有其优缺点，比较直观和常用的是时域性能指标。

对单输入单输出系统来说，在时域中的稳态响应性能指标为稳态误差，它是系统在典型信号作用下，当 $t\to\infty$时，稳态输出与参考输入整定的希望输出间的偏差。

对单位反馈系统，在不同参考输入信号作用下，系统的稳态误差是：

$$e_{ss}=\lim_{t\to\infty}e(t)=e(\infty)=\lim_{t\to\infty}[r(t)-y(t)]$$

式中　$r(t)$——参考输入信号；

　　$y(t)$——实际输出信号。

稳态误差是对系统精度的一种衡量，它表达了系统实际输出值与希望值间的最终偏差，其中包括系统在任何扰动下所引起的偏差。对系统在典型信号作用下的稳态误差的要求，是最基本的要求：稳态误差超过规定值，系统就不能准确地完成规定的任务。

一个系统在特定的典型信号作用下，其稳态误差能满足要求，而在另外一种典型信号作用下稳态误差可能很大，甚至不能正常工作。例如在阶跃输入时（包括扰动）能维持恒值的自动调节系统，而在等（加）速度参考输入信号作用下就不一定能正常工作。所以规定稳态误差要求时，要指明输入信号型式。

在系统能稳定工作的条件下，系统的瞬态性能通常以系统对单位阶跃输入信号的响应特性来衡量，如图1—12所示。这时，衡量系统瞬态响应的性能指标有：

1．　最大超调量σ　瞬态响应曲线$C(t)$与稳态值$C(\infty)$的最大偏差值，常以百分比表示，即

$$\sigma\% = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100\%$$

最大超调量说明系统的相对稳定性。

2．　延迟时间t_d　阶跃响应到达稳态值的50％所需要的时间。

3．　上升时间t_r　有三种定义：

（1）响应曲线从稳态值的10％～90％；

（2）从稳态值的5％～95％；

（3）从零上升到第一次到达稳态值所需的时间。对无振荡的系统，常用定义（1）；对有振荡的系统，常用定义（3）。

4．　峰值时间t_p　响应曲线到达第一个峰值所需的时间。

5．　调整时间t_s　响应曲线衰减到与稳态值之差不超过±5％（或2％）所需要的时间。

有时还规定振荡次数、衰减比σ/σ'等（σ'为最大反向超调值）作为瞬态响应的性能指标。

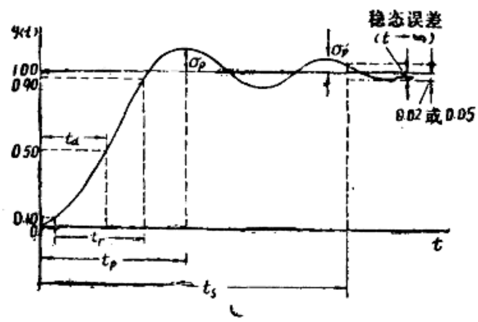

图1—12　单位阶跃响应

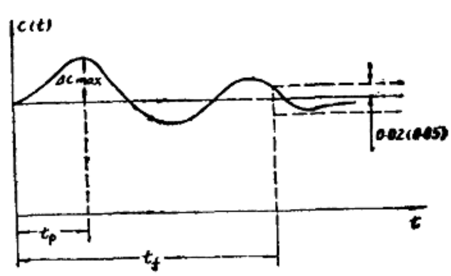

图1—13　单位阶跃扰动响应

由于大部分系统以时间t为独立变量，因而衡量系统时域响应的性能指标就显得更重要了。在对具体系统提出性能要求时，上述指标并不需要全部采用，而应根据使用条件和实际情况，只对其中几个性能指标提出要求。

对于主要任务是维持恒值输出的自动调节系统，扰动输入是主要的输入，所以常以系统对单位阶跃扰动输入信号的响应特性来衡量瞬态性能。这时参考输入恒定，输出的希望值不

变，在扰动作用下，响应曲线将围绕原来工作状态上下波动，如图1—13所示。相应的性能指标为最大动态速度降落ΔC_{max}、峰值时间t_p、恢复时间t_f及振荡次数等。

至于频域中性能指标和现代控制理论中所使用的性能指标，将在以后有关章节讨论。

§1—4　本课程的基本任务

自动控制应用范围很广，发展也很快。最初的系统，主要是恒值调节系统，对它的要求是静态精度和稳定。以后由于各方面的需要，特别是国防上跟踪运动目标、自动驾驶、自动投弹等需要，随动系统得到了发展，系统的瞬态性能成为衡量系统质量的主要内容。

研究这些系统的理论，是以频率法和根轨迹法为基础的经典控制理论。到本世纪五十年代，它已发展到相当成熟的地步。在工程上，也比较成功地解决了诸如伺服系统自动控制的实践问题。但是经典理论有较大的局限性，即只限于线性定常单输入单输出系统；设计或综合系统时要用试探法，不能一次得出满意的结果。

为了解决复杂系统的自动控制问题，满足越来越严格的要求，到五十年代末六十年代初，在经典控制理论的基础上，形成了所谓“现代控制理论”。现代控制理论主要以状态空间法为基础，它为研究多输入、多输出、变参数、非线性、高精度、高效能的控制系统提供了强有力的理论基础和工具。最优控制、最佳滤波、系统识别、自适应控制等理论都是这一领域研究的主要课题。特别是近年来由于电子计算机的普及和小型化，在工业部门应用现代控制理论与技术，也引起了很大的兴趣与重视。

当前，现代控制理论正在向前发展，同时经典控制理论仍被广泛采用着。因为经典控制理论本身比较成熟，简单易于推广，对于工程实际中的大部分控制系统（线性定常的单输入单输出系统），经典控制理论和方法仍是一种很实用的有效方法。

本书的内容是属于经典控制理论的范畴。就系统类型来说，以连续、确定性的线性系统为重点，非线性系统和采样离散系统占其次，本书将不涉及不确定性的随机系统。

自动控制理论应为实际系统的分析和设计提供理论依据。

控制系统设计的任务是按照给定的技术要求，设计合适的控制装置并组成一个能实现给定任务的系统。而控制系统分析的任务则是对已存在的控制系统特性进行分析，以检验其性能是否满足预定的性能指标要求。

控制系统的分析与设计，应从建立描述元件和系统特性的数学模型开始。通常，数学模型即是根据元件或系统所具有的物理或化学特性而建立起来的运动方程式。有了系统的数学模型就可以进行稳态和动态分析。稳态分析是研究系统的稳态准确度即稳态误差；动态分析则是研究系统过渡过程的性能指标。

控制系统的性能不能满足技术要求时，可在系统中附加一些装置，以局部修改系统的数学模型，达到改善系统性能的目的。这些附加装置称为校正装置，而设计校正装置是系统设计中的重要内容。

用经典控制理论设计系统的方法，基本上是一种试探法，应遵循实践、认识、再实践、再认识多次反复的过程进行，大体可以分以下几步：

初步设计　首先分析研究给定的设计任务，建立被控制对象的数学模型。然后，根据技术要求及现实生产和技术水平，确定系统的初步方案，选择控制装置元部件，拟定原理线路图及结构方案。在此基础上，建立控制系统的数学模型并进行稳态和动态分析，设计校正装置。

在初步设计中，应借助于电子计算机对系统进行数学模拟研究，以便合理选择系统结构及参数。一般需经过多次反复，才能得到比较满意的系统初步模型。

原理实验 根据原理线路图，建造实验模型，进行原理实验以调整系统参数并修改初步模型。原理实验是设计过程中很重要的工作。

样机生产 在原理实验的基础上，考虑工艺结构、安装、使用等条件，进行样机生产并对样机反复进行实验调整和修改，直到样机完全满足给定的性能要求。

本课程的基本任务，是使学生获得自动控制系统的基本理论，掌握系统的基本分析方法，并为设计自动控制系统打下一定基础。控制理论范围很广，通过本课程的学习，也为进一步深入学习和研究控制理论创造一定条件。

本书将不涉及具体工程数学模型的建立、分析与设计，在需要时可参阅其它有关书籍。

习 题 一

1—1 试举几个开环与闭环自动控制系统的例子，画出它们的方框图，并说明它们的工作原理。

1—2 如何理解闭环自动控制系统的基础是反馈？比较开环与闭环系统的优缺点。

1—3 判定下列方程式描述的系统是线性系统还是定常系统：

（1） $y(t)=3m(t)+6\dfrac{\mathrm{d}m(t)}{\mathrm{d}t}+5\int_{-\infty}^{t}m(\lambda)\mathrm{d}\lambda$

（2） $y(t)=[m(t)]^2$

（3） $y(t)=5+m(t)\cos\omega t$

（4） $\dfrac{\mathrm{d}^3y(t)}{\mathrm{d}t^3}+3\dfrac{\mathrm{d}^2y(t)}{\mathrm{d}t^2}+6\dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+8y(t)=m(t)$

（5） $t\dfrac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t}+y(t)=m(t)+3\dfrac{\mathrm{d}m(t)}{\mathrm{d}t}$

1—4 两个线性定常系统串接或并接后，是否仍是线性定常系统？

1—5 一个系统由许多元件组成，其中只有一个元件是非线性放大元件，其它全是线性元件，这个系统是线性系统吗？

1—6 图1—14是仓库大门自动控制系统原理示意图。试说明自动控制大门开关的工作原理，并画出系统方框图。

1—7 试说明图1—9所示的电动机转速控制系统中，若测速发电机发生故障无电压输出时，对系统产生什么影响？系统能否继续工作？

1—8 为什么要规定典型输入信号？根据什么原则规定典型输入信号？有那几种典型输入信号，说明它们的运用场合。

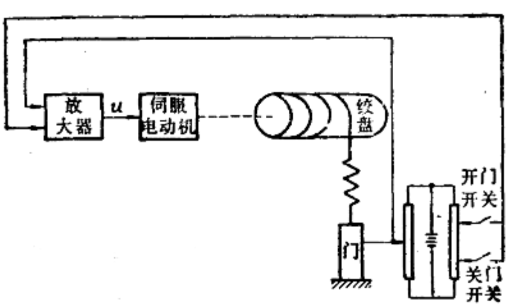

图1—14 大门自动开闭控制系统

第二章　控制系统的数学模型

§2—1　引　　言

数学模型　控制系统的数学模型，是描述系统内部各物理量（或变量）之间关系的数学表达式。在稳态条件下（即变量的各阶导数为零），描述各变量之间的数学方程，称为静态模型；而动态过程中各变量间的关系一般用微分方程描述，称为动态模型。

在自动控制系统的分析设计中，建立合理的系统数学模型是一项极为重要的工作。它直接关系到系统分析设计工作量、精确度和系统的经济技术指标。有时由于所选用的系统数学模型不合理，使设计出的控制系统不能实现给定的任务。本章主要研究控制系统的动态数学模型，简称数学模型。

系统的数学模型可以用分析法或实验法建立。分析法是根据元件或系统所遵循的物理或化学规律建立数学模型。实验法是对实际系统加入一定形式的输入信号，通过对系统输出进行分析计算而得到数学模型。

合理的数学模型应是既简单而又能正确地代表所描述系统的动特性。通常，在一定的条件下，可以忽略对特性影响较小的一些物理因素，从而得到一个简化的数学模型。例如，系统中存在分布参数、变参数及非线性特性，在一定的条件下它们的影响很小时，则忽略它们之后所得到系统简化模型仍有一定的准确性；反之，在另外的工作条件下，它们的影响较大时，仍用简化的数学模型分析计算，往往会与实际系统的实验结果相差很大，此时简化的数学模型便不能正确地描述该系统的特性了。因此，在推导数学模型过程中，我们必须在模型的简化性和分析结果的准确性之间作出折衷的考虑。

简化的数学模型通常是一个线性微分方程式，能用线性微分方程式描述的控制系统称为线性系统。当微分方程式的各项系数是常数时，相应的控制系统称为线性定常系统；当微分方程式的系数是时间的函数时，该系统便称为线性时变系统。若系统中存在非线性特性，则需要用非线性微分方程式来描述，这种系统称为非线性系统。如果控制系统中含有分布参数，那么描述系统的数学模型应是偏微分方程式。离散控制系统的特性用差分方程数学模型描述。

线性系统的主要特点是具有均匀性和叠加性，这为线性系统的分析计算创造了有利条件。描述线性系统的线性微分方程式的求解，一般都有标准解法，因此常常将非线性控制系统，在一定的限制条件下将其线性化，以便在线性模型的基础上对非线性系统进行求解。

§2—2　富里叶变换与拉普拉斯变换

富里叶变换（以下简称富氏变换）和拉普拉斯变换（以下简称拉氏变换），是工程设计中用来求解线性常微分方程的简便工具，同时也是在复数域和频率域内建立系统数学模型——传递函数和频率特性——的数学基础。

富氏变换与拉氏变换有着内在的联系。但一般来说，把一个函数进行富氏变换，要求它满足的条件较高，因此有些函数不能进行富氏变换，而拉氏变换就比富氏变换容易实现，所以拉氏变换的应用更为广泛。

一、富里叶级数

任何周期函数都可以由正弦和余弦项组成的富氏级数表示。

周期为T的任一周期函数$f(t)$，若满足下列狄里赫莱条件：

1. 在一个周期内只有有限个不连续点；
2. 在一个周期内只有有限个极大和极小值；
3. 积分$\int_{-T/2}^{T/2}|f(t)|\,dt$存在；则$f(t)$可展开为如下的富氏级数：

$$f(t)=\frac{1}{2}a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\omega t+b_n\sin n\omega t) \qquad (2-1)$$

式中系数a_n和b_n由下式给出：

$$a_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\cos n\omega t\,dt \qquad (n=0,1,2\cdots,\ \infty) \qquad (2-2)$$

$$b_n=\frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)\sin n\omega t\,dt \qquad (n=0,1,2,\cdots,\ \infty) \qquad (2-3)$$

其中　$\omega=2\pi/T$称为角频率。

还可以把周期函数$f(t)$的富氏级数写成复数形式（即指数形式）：

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}a_n e^{jn\omega t} \qquad (2-4)$$

式中

$$a_n=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}f(t)e^{-jn\omega t}\,dt \qquad (2-5)$$

如果周期函数$f(t)$具有某种对称性质，如为偶函数、奇函数、或只有奇次或偶次谐波，则富氏级数中某些项为零，简化的系数公式见表2—1。

周期函数f(t)的对称性质　　表2—1

周期函数	对　称　性	富氏级数特点	a_n	b_n
$f_1(t)$	偶函数 $f_1(t)=f_1(-t)$	只有余弦项	$\frac{4}{T}\int_0^{T/2}f_1(t)\sin n\omega t\,dt$	0
$f_2(t)$	奇函数 $f_2(t)=-f_2(-t)$	只有正弦项	0	$\frac{4}{T}\int_0^{T/2}f_2(t)\sin n\omega t\,dt$
$f_3(t)$	只有偶次谐波 $f_3\left(t\pm\frac{T}{2}\right)=f_3(t)$	只有偶数n	$\frac{4}{T}\int_0^{T/2}f_3(t)\cos n\omega t\,dt$	$\frac{4}{T}\int_0^{T/2}f_3(t)\sin n\omega t\,dt$
$f_4(t)$	只有奇次谐波 $f_4\left(t\pm\frac{T}{2}\right)=-f_4(t)$	只有奇数n	$\frac{4}{T}\int_0^{T/2}f_4(t)\cos n\omega t\,dt$	$\frac{4}{T}\int_0^{T/2}f_4(t)\sin n\omega t\,dt$

【例2—1】 求周期方波（图2—1）的富氏级数展开式。

【解】 首先写出方波在一个周期内的数学表达式

$$f(t)=\begin{cases}0 & -\frac{T}{2}<t<-\frac{T}{4}\\ A & -\frac{T}{4}<t<\frac{T}{4}\\ 0 & \frac{T}{4}<t<\frac{T}{2}\end{cases}$$

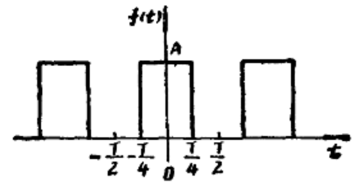

图 2—1 周期方波

因为 $f(t)=f(-t)$，故为偶函数，这时只需计算系数a_n，

$$a_n=\frac{4}{T}\int_0^{T/4}f(t)\cos n\omega t\ \mathrm{d}t=\frac{4}{T}\int_0^{T/4}A\cos n\omega t\,\mathrm{d}t$$

$$=\frac{2A}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)\ (n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ \infty)$$

从上式可以看出：

若 $n=2,4,6\cdots$； $a_n=0$，

若 $n=1,5,9,\cdots$； $a_n=\frac{2A}{n\pi}$，

若 $n=3,7,11,\cdots$； $a_n=-\frac{2A}{n\pi}$，

若$n=0$，应用罗比得法则，可以得到$a_0=\frac{A}{2}$，于是我们得

$$f(t)=\frac{A}{2}+\frac{2A}{\pi}\left(\cos\omega t-\frac{1}{3}\cos 3\omega t+\frac{1}{5}\cos 5\omega t+\cdots\right)$$

$$=\frac{A}{2}+\frac{2A}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}\frac{1}{(2k-1)}\cos(2k-1)\omega t。$$

上式表明，周期方波可以分解为直流分量和仅含奇次频率的各次谐波。

二、富氏积分和富氏变换

满足狄里赫莱条件的任一周期函数，皆可展开为富氏级数。但是实际工程中常常遇到一些非周期函数，可以认为其周期T趋于无穷大的周期函数，这就不能直接用富氏级数分解，而应对富氏级数公式做某些修改，这样就导出了富氏积分式。

若$f(t)$为非周期函数，则可视它为周期T趋于无穷大，基频角频率$\omega_0=2\pi/T$趋于零的周期函数。这时，在富氏级数展开式（2—1）～（2—5）中，各个相邻的谐波频率之差$\Delta\omega=(n+1)\omega_0-n\omega_0=\omega_0$便很小，谐波频率$n\omega_0$须用一个连续变量$\omega$代替（此处$\omega$不同于式（2—1）中的角频率）。这样，式（2—4）和（2—5）可改写为

$$f(t)=\sum_{\omega=-\infty}^{\infty}a_\omega e^{j\omega t} \tag{2—6}$$

$$a_\omega=\frac{\Delta\omega}{2\pi}\int_{\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)e^{-j\omega t}\ \mathrm{d}t \tag{2—7}$$

将式（2—7）代入（2—6）得

$$f(t)=\sum_{\omega=-\infty}^{\infty}\left[\frac{\Delta\omega}{2\pi}\int_{\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}f(t)e^{-j\omega t}\ \mathrm{d}t\right]e^{j\omega t}$$