

气动弹性力学现代教程

[美] E·H·道尔 H·C·小柯蒂斯 R·H·斯坎伦 F·西斯托 著

陈文俊 尹传家 译

崔尔杰 审校



宇航出版社

3 0 6 9 8 9 0 3

V215.3

03

气动弹性力学现代教程

E.H.道尔 (主笔)

H.C.小柯蒂斯 著

[美]

R.H.斯坎伦

F.西斯托

陈文俊 尹传家 译

崔尔杰 审校



C0005009

宇航出版社

内 容 简 介

本书系统地介绍了航空、航天器的气动弹性问题,如发颤、操纵面效率、颤振和阵风响应等;从流体动力学基本方程出发,对非定常空气动力理论和数值方法作了广泛评述,介绍了亚音速和超音速的著名结果以及跨音速的进展;对失速颤振的基本情况,作了专题讨论;用三章篇幅分别阐述了土木工程结构、旋翼机和涡轮机的气动弹性问题(发散、疲劳脱落、颤振、抖振、失速颤振、螺旋颤振和阻塞颤振等)。书末附有“结构对随机压力脉动的响应的初步分析”和例题。

本书可供航空、航天、土木工程和机械工业等部门的结构设计人员参考,亦可作为高等院校有关专业的教科书。

A MODERN COURSE IN AEROELASTICITY

Earl H. Dowell, editor,

Howard C. Curtiss, Jr.,

Robert H. Scanlan

and

Fernando Sisto

SIJTHOFF & NOORDHOFF International Publisher 1978

Alphen aan den Rijn, The Netherlands

气动弹性力学现代教程

E.H. 道尔(主笔)

(英) H.C. 小阿蒂斯 译

R.H. 坎伦 译

F. 西斯比

陈文俊 尹传家 译

崔尔杰 审校

责任编辑: 陈学兰

*

宇航出版社出版

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经销

一二〇一工厂印刷

*

开本: 787×1092 1/16 印张: 18.5 字数: 474千字

1991年3月第1版第1次印刷 印数: 1—1000册

ISBN 7-80034-324-3/O·008 定价: 15元

457193
译 序

从“气动弹性力学”这一名称可知,气动弹性力学的研究对象应包括有气动力作用的一切弹性体。但是,由于历史的原因,上述研究的对象过去主要集中在飞机、导弹和人造卫星等飞行器上。60年代以来,在国际上,高层建筑、桥梁、管道、输电线、旋转机械和舰船等非航空航天结构,由于在越来越苛刻的使用条件下要求减小质量等原因,气动弹性问题日益严重,而迅速成为气动弹性专家的研究对象。从而,气动弹性研究工作在深度和广度上都有很大发展。例如,在美国,道尔教授在颤振理论和非定常(特别是跨音速)气动力的研究中,斯坎伦教授的土木工程气动弹性力学研究,西斯托教授对失速颤振和涡轮机械所做的气动弹性工作以及柯蒂斯教授的旋翼机气动弹性研究,都取得了丰硕成果。

本书是由上述几位气动弹性力学权威编著的,它具有时代的特征。首先,它吸收了非定常气动力的新成果,反映了跨音速研究的新进展;其次,它以很大的篇幅,按几个专题,讨论了十分广泛的非航空航天结构的许多气动弹性问题(在这方面,它超过了以前的任何一本气动弹性力学专著);示例模型简明扼要,概念清晰,由浅入深,循序渐进,是本书的第三个特点。的确,本书至今仍为名符其实的气动弹性力学现代教程。

随着“四化”建设的发展,气动弹性力学在我国一定会有更广泛的应用,必将为我国的国计民生作出更大的贡献。这就是我们翻译本书的动力。

我们删去了原书中的“简短书目”,正文从该书目中引用的三篇参考文献已改列为本译稿第一章中的参考文献。

译者对原书中的明显笔误作了更正。

全部计量单位均按原书译出,其中凡与我国法定计量单位不符者,在附录Ⅲ中,给出了二者的换算关系。

尹传家同志翻译了本书第三章和附录Ⅰ,其余部分均由陈文俊同志所译。

我国气动弹性力学专家崔尔杰教授,在本书的翻译和出版过程中,始终给予了热忱关怀和积极支持,他在百忙中担任了全部译稿的审校工作。此外,北京航空航天大学孙茂教授校对了部分译稿,宇航出版社副总编邱光纯副教授也提出了一些宝贵意见。在此,译者一并向他们表示深切的谢意。

由于译者水平所限,缺点和错误在所难免,敬请读者和专家批评指正。

译 者

1986.7. 于北京

目 录

前 言	(1)
第一章 绪 论	(2)
参考文献	(3)
第二章 气动弹性静力学	(4)
§2.1 机翼的典型剖面模型	(4)
§2.2 机翼的一维气动弹性模型	(11)
§2.3 直机翼的滚转	(16)
§2.4 升力面的二维气动弹性模型	(26)
§2.5 非翼型物理问题	(28)
参考文献	(31)
第三章 气动弹性动力学	(32)
§3.1 哈密顿原理	(32)
§3.2 拉格朗日方程	(36)
§3.3 典型翼剖面模型的动力学	(39)
§3.4 机翼的气动力——引论和摘要	(54)
§3.5 气动弹性运动方程的解法	(61)
§3.6 典型结果和计算需要考虑的问题	(64)
§3.7 复杂结构的广义运动方程	(78)
§3.8 非翼型的物理问题	(97)
参考文献	(103)
第四章 升力面和非升力面的非定常空气动力学	(105)
§4.1 流体动力学基本方程	(105)
§4.2 超音速流	(114)
§4.3 亚音速流	(127)
§4.4 典型数值结果	(150)
§4.5 跨音速流	(154)
参考文献	(172)
第五章 失速颤振	(175)
§5.1 背 景	(175)
§5.2 解析表示	(175)
§5.3 稳定性与功流	(177)
§5.4 弯曲失速颤振	(177)
§5.5 非线性力学的描述	(179)
§5.6 扭转失速颤振	(179)

§5.7	结束语	(181)
	参考文献	(183)
第六章	土木工程结构的气动弹性问题	(184)
§6.1	发 散	(184)
§6.2	驰 振	(186)
§6.3	旋涡脱落	(192)
§6.4	颤 振	(195)
§6.5	线状(一维)结构的抖振理论	(201)
§6.6	桥梁抖振响应的实用公式	(206)
	参考文献	(208)
第七章	旋翼机的气动弹性问题	(212)
§7.1	桨叶动力学	(213)
§7.2	失速颤振	(226)
§7.3	桨叶/机身运动耦合	(228)
	参考文献	(241)
第八章	涡轮机的气动弹性力学	(244)
§8.1	涡轮机的气动弹性环境	(244)
§8.2	压缩机的特性图	(245)
§8.3	叶片模态和结构材料	(247)
§8.4	叶栅中的非正常位流	(248)
§8.5	可压缩流	(251)
§8.6	涡轮机中的周期性失速流	(253)✓
§8.7	涡轮机的失速颤振	(255)
§8.8	阻塞颤振	(256)
§8.9	超音速扭转颤振	(257)
§8.10	超音速弯曲颤振	(257)
§8.11	结束语	(258)
	参考文献	(258)
附录 I	结构对随机压力脉动的响应的初步分析	(259)
	参考文献	(263)
附录 II	例题	(264)
附录 III	本书中某些计量单位与我国法定计量单位的换算关系	(290)

前 言

对于广大读者,只要掌握了本教材的内容,就能看懂气动弹性力学方面的大部分文献。但对某些特殊问题除外,诸如板壳气动弹性力学或利用电反馈控制系统改善气动弹性特性等。

本书第一部分研究了航空器的发散、操纵面效率、颤振和阵风响应等基本物理现象,还从非航空文献中选取了一些典型实例,用以表明气动弹性力学日益扩大的范围。为了便于初学者学习,对每种现象,都从引入一个简单的物理模型开始,然后利用更高深的数学和更复杂的模型再作系统的研究。

除绪论部分之外,本书具有教科书的若干特点,其一是非常空气动力学的处理方法。气动弹性力学的这一关键部分,对学生及有经验的专业人员而言,都是非常困难的。非常空气动力学的研究是从基础流体力学开始的,并对构成升力面数值分析之基础的基本理论作了广泛的评论。书中不仅包含了亚音速和超音速流的已知结果,还介绍了跨音速流的某些最新进展。

西斯托(Sisto)教授所写的“失速颤振”一章是这一重要课题的权威性论述。失速颤振是一种困难的而且至今尚未完全了解的现象,作者就其基本情况及其使用价值对这种现象作了讨论。读者将会发现,这一章作为该课题的入门读物,是特别有用的。

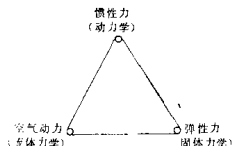
另一个特点是,接连几章论述气动弹性力学原理在三个领域中的新用途。其中第六章是斯坎伦(Scanlan)教授写的关于土木工程结构的气动弹性问题的讨论;第七章是柯蒂斯(Curtiss)教授写的,它讨论了直升飞机和垂直短距离起落飞机的气动弹性力学问题;最后一章研究涡轮机械中的气动弹性力学问题,由西斯托教授编写。

本书的重点放在基本原理方面,因为不可能期望在这样一本书中包含广泛的应用方面的内容。然而,上述三章会使读者了解理论与实践间的关系。气动弹性力学的众多魅力之一乃是原理与应用间的密切的相互关系。若要成功地处理应用问题,则需有牢固的理论基础。

对于低年级学生,气动弹性力学的初级课程可以只取第一至第三章,以及从第四章中选取部分内容。其余部分可供高年级学生或研究人员进一步学习。

第一章 绪 论

若干年前, 科勒(Collar)就提出过, 可以把气动弹性力学视为由几种不同学科构成的三角形。



气动弹性力学所涉及的物理现象, 包含惯性力、弹性力和空气动力间的显著的相互作用。使上述三角形的顶点成对结合, 便可划分出许多不同的专业范围, 例如:

稳定性和操纵性(飞行力学) = 动力学 + 空气动力学

结构振动 = 动力学 + 固体力学

气动弹性静力学 = 流体力学 + 固体力学

从概念上说, 上述每个专业均可视为气动弹性力学的一个特殊方面。但由于历史原因, 通常, 只有最后一个课题, 即气动弹性静力学, 人们才是这样看待的。然而, 近年来, 气动弹性力学的影响, 例如对稳定性和操纵性(飞行力学)的影响, 已经明显地增加了。

对于现代的航天飞机, 情况更加复杂。例如, 高温环境引起的应力, 对于气动弹性问题可能是重要的, 因此, 出现了“气动热弹性力学”这一名词, 此外, 制导和控制系统的动态特性可以大大地影响气动弹性问题, 反之亦然, 于是, 又有“气动伺服弹性力学”之称。

至于气动弹性力学及其对航空航天器设计影响的历史论述, 请参阅参考文献[1]的第一章以及航空研究与发展顾问组的会议报告集第46号 (AGARD C.P. No. 46), 即《从飞行力学观点看气动弹性效应》。

我们将首先致力于气动弹性力学的动力学和固体力学方面的研究, 而把空气动力视为已给定的。然后, 从基本原理出发, 研究气动弹性力学的空气动力方面。虽然, 在可以增进对理论及其限制的认识这种情况下, 往往要使理论与实验方法及其结果相结合, 但我们还是强调理论方法。为简单起见, 我们将从气动弹性静力学这个特殊情况开始。

虽然, 气动弹性力学的重点过去主要针对航空工程, 但是现在我们看到, 气动弹性力学在上木工程(例如, 气流绕桥梁和高层建筑的流动)、机械工程(例如, 弹性管中的流体流动和绕涡轮机叶片的流动)和核工程(例如, 绕释热元件及热交换器叶片的流动)中的应用正在日益增长。我们可以预言, 当上述领域中的技术要求结构在更苛刻的流动条件下减少质量时, 无论就绝对数量还是相对数量而言, 上述应用都完全可能增加。大部分基本理论的和实验的研究结果都可以用到上述诸领域中去。虽然我们的重点是在航空问题上, 但为了促进上述愿望, 在后面几章中, 我们将相当详细地讨论若干非翼型的实例。关于气动弹性力学用于土木、涡轮机械及直升飞机(旋翼系统)的单独几章, 将会把这些领域中的有趣现象介绍给读者。

因为大多数气动弹性现象是有害的(它会导致设计失效, 有时甚至造成象机翼颤振或塔

科马(Tacoma)海峡大桥的灾难那样惊人的结构破坏),通常人们并不希望出现气动弹性效应。掌握本书要讨论的材料,将会更好地了解并较好地处理这些效应。

参 考 文 献^①

- [1] Bisplinghoff, R. L. and Ashley, H., Principles of Aeroelasticity, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1962.
- [2] AGARD C.P. No. 46.
- [3] Bisplinghoff, R. L., Ashley, H. and Halfman, R. L., Aeroelasticity, Addison-Wesley Publishing Company, Cambridge, Mass., 1955.

① 原文第一章并无参考文献。这个参考文献系译者为了本章及以后几章引用方便起见所加的——译者注。

第二章 气动弹性静力学

§2.1 机翼的典型剖面模型

为了便于介绍几个气动弹性问题,我们将选择一个设想的简单的物理系统。这就是所谓的“典型剖面”,它是常用的教学模型^①。这个简化了的气动弹性系统由一连接在风洞壁上的扭转弹簧以及支承在该弹簧上的一刚性平板翼型组成,见图2.1。气流从左向右流过翼型。

气动弹性学家对这一模型的主要兴趣在于平板的旋转角(即弹簧转角) α 随气流速度的变化情况。如果弹簧很刚硬或者气流速度很低,转角就相当小;但是,对于柔性弹簧或者高速气流,板的旋转就可以使弹簧扭转超出其极限强度,致使结构破坏。在图2.2中,给出了

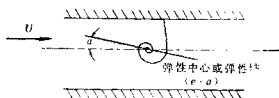


图2.1 典型剖面翼型的几何形状

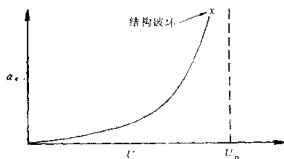


图2.2 弹性转角随气流速度的变化

弹性转角 α_e 与气流速度 U 的典型曲线。在某个气流速度下,弹性转角会迅速地增大到使结构破坏的程度,该气流速度就称为“发散气流速度” U_D 。任何理论模型均以精确计算 U_D 为其要旨。应该强调,上述曲线不仅足以代表典型剖面模型的特征,也足以代表真实机翼的特征。的确,模型和真实机翼之间的主要差别,不在于发散的基本物理现象,而在于精确估算机翼发散(U_D)的理论分析要比上述模型的更复杂。

以下,我们介绍用理论方法确定 U_D 。静平衡方程式表示:绕翼型上任一点的(气动力矩与弹性力矩之和)等于零。按照惯例,我们把用于力矩和的那个点取作弹簧连接点,即通常所说的翼型的“弹性中心”或“弹性轴”。

我们把气动力总攻角 α 视为某一初始攻角 α_0 (对应于弹簧的无扭转状态)与另一个因弹簧的弹性扭转而产生的攻角增量 α_e 之和,即

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_e \quad (2.1.1)$$

此外,我们还要在翼型上定义一个称为“气动力中心”^②的点,即翼型上这样的点:绕着它的气动力矩与攻角 α 无关。于是,我们可把绕弹性轴的力矩写为:

① 见第一章参考文献[1]的第六章,尤其是第189~200页。

② 对于二维不可压流动,该中心在翼型的1/4弦长处;对于三维流动,它后移至1/2弦长处。见参考文献[1]。参考文献附于每章书末。

$$M_y = M_{AC} + L e \quad (2.1.2)$$

式中 M_y ——绕弹性轴或弹性中心的力矩，前缘向上为正；

M_{AC} ——绕气动力中心的力矩，前缘向上为正；

L ——升力，即净垂直力，向上为正；

e ——从气动力中心至弹性轴的距离，气动力中心位于弹性轴之前时为正。

从气动力理论⁽¹⁾(或者实验与量纲分析)，可知：

$$L = C_L q S \quad (2.1.3a)$$

$$M_{AC} = C_{MAC} q S c$$

$$\text{式中 } C_L = C_{L0} + (\partial C_L / \partial \alpha) \alpha \text{ ——升力系数；} \quad (2.1.3b)$$

$C_{MAC} = C_{MAC0}$ ——气动力中心的力矩系数(常数)；

$q = \rho U^2 / 2$ ——动压；

ρ ——空气密度；

U ——气流速度；

c ——翼型弦长；

$S = c \times l$ ——单位展长翼段面积。

式(2.1.3a)定义了 C_L 和 C_{MAC} 。式(2.1.3b)为 C_L 在小攻角 α 时的台劳级数展开式。 C_{L0} 为 $\alpha \equiv 0$ 时的升力系数。由式(2.1.2)、(2.1.3a)和(2.1.3b)，我们看到，力矩也可展成为 α 的台劳级数。上述公式是空气动力文献中惯用的公式，但未必为非空气动力学家所选用。

值得指出， C_{L0} 、 $\partial C_L / \partial \alpha$ 和 C_{MAC0} 均为翼型形状、平面形状和马赫数的无量纲函数。对于二维不可压流中的平板⁽¹⁾，

$$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = 2\pi, \quad C_{MAC0} = 0 = C_{L0}$$

以下，为方便起见，取 $C_{L0} \equiv 0$ ，这对结果不会产生任何实质性影响。

由式(2.1.2)、(2.1.3a)和(2.1.3b)，知：

$$M_y = e q S \left[\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} (\alpha_0 + \alpha_e) \right] + q S c C_{MAC0} \quad (2.1.4)$$

现在，我们来研究弹性力矩。若弹簧具有线性的力矩-扭角特性，则弹性力矩(前缘向上为正)等于 $-K_\alpha \alpha_e$ ，其中 K_α 是弹性弹簧常数，等于单位扭角的力矩。因此，将上述力矩相加，即得：

$$e q S \left[\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} (\alpha_0 + \alpha_e) \right] + q S c C_{MAC0} - K_\alpha \alpha_e = 0 \quad (2.1.5)$$

这就是“典型剖面”翼型的静平衡方程式。

解此方程式，求得弹性扭角(为简单起见，假设 $C_{MAC0} = 0$)：

$$\alpha_e = \frac{q S}{K_\alpha} \cdot \frac{e \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \alpha_0}{1 - q \frac{S c}{\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}}} \quad (2.1.6)$$

该解具有几个重要的性质。其中最重要的是，在某个特定动压下，弹性扭角变为无限大。当式(2.1.6)右边的分母为零时，即

$$1 - q \frac{S e}{K_a} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = 0 \quad (2.1.7)$$

时, 则 $\alpha_e \rightarrow \infty$ 。

式(2.1.7)给出了所谓“发散条件”, 由式(2.1.7)求得的相应动压

$$q_D = \frac{K_a}{S e (\partial C_L / \partial \alpha)} \quad (2.1.8)$$

称为“发散动压”。因为只有正的动压才有物理意义, 故应注意, 仅当 $e > 0$ 时, 即气动力中心位于弹性轴之前时, 方能产生发散。利用式(2.1.8), 可把式(2.1.6)写成更简洁的形式:

$$\alpha_e = \frac{(q/q_D) \alpha_0}{1 - q/q_D} \quad (2.1.9)$$

当然, 对于任何真实机翼, 弹性扭角都不会变成无限大。因为, 这需要有无限大的气动弯矩; 而且, 在弹性扭角变成无限大之前, 弹性扭角与气动力矩之间的线性关系早就不成立了。但是, 弹性扭角可以大到足以引起结构破坏的程度。于是, 一切飞机的设计都要确保其所有翼型或机翼、安定面、操纵面等升力面的发散范围均高于实际飞行范围。

为了对所讨论的问题有更多的了解, 现在, 我们来研究式(2.1.5)和(2.1.9)。为了简单起见, 再次假设 $C_{MAC0} = 0$ 。考察下面两个特殊情况是有益处的。首先, 我们研究 $\alpha_0 = 0$ 的情况。此时, 式(2.1.5)可写为:

$$\alpha_e [q S (\partial C_L / \partial \alpha) e - K_a] = 0 \quad (2.1.5a)$$

不计平凡解 $\alpha_e = 0$, 由式(2.1.5a), 则得:

$$q S \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} e - K_a = 0 \quad (2.1.7a)$$

它就是“发散条件”。发散问题被认为是一个特征值问题, 式(2.1.5a)中的 α_e 的系数为零是未知数 α_e 有非平凡解的条件^①。因此, “发散”只需考虑弹性变形。

其次, 我们考察另一个特殊情况, 它与前一情况略有不同, 即 $\alpha_0 \neq 0$ 但 $\alpha_e \ll \alpha_0$ 。此时, 式(2.1.5)可以近似地写为:

$$e q S \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \alpha_0 - K_a \alpha_e = 0 \quad (2.1.10)$$

由此式求得 α_e 如下:

$$\alpha_e = [q S e (\partial C_L / \partial \alpha) \alpha_0] / K_a \quad (2.1.11)$$

值得指出, 若式(2.1.6)的分母近似为:

$$1 - q \frac{S e}{K_a} \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = 1 - \frac{q}{q_D} \approx 1$$

则式(2.1.11)与式(2.1.6)一致。上述近似值相当于假设动压远小于其发散值。还要注意, 式(2.1.5)中被略去的项乃是弹性扭角引起的气动力矩。不计这一项, 式(2.1.11)所示的解仅当 $q/q_D \ll 1$ 时才是有效的, 但不能用它来计算发散特性。读者可把该项视为“气动弹性反馈”, 这种看法是有益的。式(2.1.5)的反馈图示于图2.3中。当前向回路增益系数大于1, 即 $q e S (\partial C_L / \partial \alpha) / K_a > 1$ ^② 时, 由式(2.1.8)可知, 系统是静不稳定的。因此, 也可把气动弹性力学

① 在气动弹性静力学中, q 相当于特征值; 在气动弹性动力学中, q 是一个参数, (复数) 频率才是特征值。这是某些学生初学这门课时产生混淆的一个原因。

② 原文误为(2.1.5a)——译者注。

③ 原文误为 $q e S (\partial C_L / \partial \alpha) K_a > 1$ ——译者注。

看作是气动力-弹性反馈系统的一门学科。人们也许注意到上述发散问题与普通的结构“屈曲”⁽³⁾之间的相似性。待我们对典型剖面的问题作了详细讨论以后，便迅速地转到某些稍微更复杂但其物理内容相同的问题上去。

带操纵面的典型剖面

在图2-1的典型剖面上附加一操纵面，如图2-4所示。为了简单起见，我们令 $\alpha_0 = C_{MAC} = 0$ 。于是， $\alpha = \alpha_e$ 。气动升力为：

$$L = qSC_L = qS \left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial C_L}{\partial \delta} \delta \right), \text{ 向上为正} \quad (2.1.12)$$

力矩为：

$$M_{AC} = qSc C_{MAC} = qSc \frac{\partial C_{MAC}}{\partial \delta} \delta, \text{ 前缘向上为正} \quad (2.1.13)$$

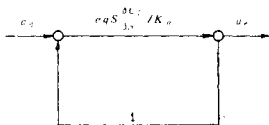


图2-3 气动弹性发散反馈图

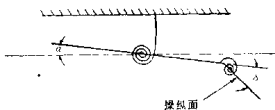


图2-4 带操纵面的典型剖面

绕操纵面铰链线的力矩则为：

$$H = qS_H c_H C_H = qS_H c_H \left(\frac{\partial C_H}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial C_H}{\partial \delta} \delta \right), \text{ 后缘向下为正} \quad (2.1.14)$$

式中， S_H 为操纵面面积， c_H 为操纵面弦长，而 C_H 则是（无量纲）气动力铰链力矩系数。 $\partial C_L / \partial \alpha$ 、 $\partial C_L / \partial \delta$ 、 $\partial C_{MAC} / \partial \delta$ 、 $\partial C_H / \partial \alpha$ 和 $\partial C_H / \partial \delta$ 为随马赫数和翼型几何形状而变化的气动力常数。应注意， $\partial C_H / \partial \delta$ 通常为负值。

操纵面的基本用途是改变主升力面上的升力（或力矩）。研究气动弹性对这一功能的影响是很有意义的。

为了写出平衡方程式，我们需要绕主升力面弹性轴以及绕操纵面铰链线的弹性力矩。它们是 $-K_\alpha \alpha$ （前缘向上为正）和 $-K_\beta (\delta - \delta_0)$ （后缘向下为正）。令 $\delta_e \equiv \delta - \delta_0$ ，其中 δ_e 为操纵面的弹性扭角， δ_0 为零气动力操纵偏角与操纵面弹簧无扭转时的初始角之差。

两个静力矩平衡方程式是：

$$eqS \left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial C_L}{\partial \delta} \delta \right) + qSc \frac{\partial C_{MAC}}{\partial \delta} \delta - K_\alpha \alpha = 0 \quad (2.1.15)$$

$$qS_H c_H \left(\frac{\partial C_H}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial C_H}{\partial \delta} \delta \right) - K_\beta (\delta - \delta_0) = 0 \quad (2.1.16)$$

上述方程式是两个未知数 α 和 δ 的两个代数方程式，可用标准方法求解。例如，由卡拉梅（Cramer）法则，求得：

$$\alpha = \frac{\begin{vmatrix} 0 & eqS(\frac{\partial C_L}{\partial \delta}) + qSc(\frac{\partial C_{MAC}}{\partial \delta}) \\ -K_\beta \delta_0 & qS_H c_H(\frac{\partial C_H}{\partial \delta}) - K_\beta \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} eqS(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}) - K_\alpha & eqS(\frac{\partial C_L}{\partial \delta}) + qSc(\frac{\partial C_{MAC}}{\partial \delta}) \\ qS_H c_H(\frac{\partial C_H}{\partial \alpha}) & qS_H c_H(\frac{\partial C_H}{\partial \delta}) - K_\beta \end{vmatrix}} \quad (2.1.17)$$

和一个表示 δ 的类似方程式。为了研究发散，我们仍然令上式中的分母为零。从而得到一个动压 q 的二次方程式。因此，有两个发散动压值，但只是其中较小的正值有物理意义。

对于带操纵面的翼型，除了发散条件公式更复杂外，还有一个与操纵面有关、称为“操纵面反效”的新的物理现象。如果这两个弹簧是刚硬的，即 $K_\alpha \rightarrow \infty$ 和 $K_\delta \rightarrow \infty$ ，则 $\alpha = 0$ ， $\delta = \delta_0$ ，且

$$L_r = qS \frac{\partial C_{L_r}}{\partial \delta} \delta_0 \quad (2.1.18)$$

对于柔性弹簧，

$$\tilde{L} = qS \left(-\frac{\partial C_l}{\partial \alpha} \alpha + \frac{\partial C_{L_r}}{\partial \delta} \delta \right) \quad (2.1.19)$$

式中的 α 和 δ 可由平衡方程式(2.1.15)和(2.1.16)求出。通常，柔性弹簧的升力值小于刚性弹簧的升力值。由于气动弹性效应，升力的确可以变成零，甚至为负值，这种现象就称为“操纵面反效”。为了简化问题并揭示操纵面反效的本质，假设 $K_\delta \rightarrow \infty$ 。因此，由平衡方程式(2.1.16)知， $\delta \rightarrow \delta_0$ 。求解平衡方程式(2.1.15)，则得：

$$\alpha = \delta_0 \frac{\frac{\partial C_{L_r}}{\partial \delta} + \frac{c}{e} \frac{\partial C_{MAC}}{\partial \delta}}{\frac{K_\alpha}{qS e} - \frac{\partial C_l}{\partial \alpha}} \quad (2.1.20)$$

但是，

$$\begin{aligned} L &= qS \left(\frac{\partial C_{L_r}}{\partial \delta} \delta_0 + \frac{\partial C_{L_r}}{\partial \alpha} \alpha \right) \\ &= qS \left(\frac{\partial C_{L_r}}{\partial \delta} + \frac{\partial C_{L_r}}{\partial \alpha} \frac{\alpha}{\delta_0} \right) \delta_0 \end{aligned} \quad (2.1.21)$$

因此，把式(2.1.20)代入式(2.1.21)中，并用 L_r 使之正则化，则得：

$$\frac{L}{L_r} = \frac{1 + q \frac{S e}{K_\alpha} \frac{\partial C_{MAC}}{\partial \delta} \left(\frac{\partial C_{L_r}}{\partial \alpha} / \frac{\partial C_{L_r}}{\partial \delta} \right)}{1 - q \frac{S e}{K_\alpha} \frac{\partial C_{L_r}}{\partial \alpha}} \quad (2.1.22)$$

当 $L/L_r = 0$ ，即

$$1 + q_R \frac{S e}{K_\alpha} \frac{\partial C_{MAC}}{\partial \delta} \left(\frac{\partial C_{L_r}}{\partial \alpha} / \frac{\partial C_{L_r}}{\partial \delta} \right) = 0 \quad (2.1.23)$$

时，便会发生操纵面反效，式中 q_R 为反效时的动压，或者

$$q_R = - \frac{\frac{K_\alpha}{S e} \left(\frac{\partial C_{L_r}}{\partial \delta} / \frac{\partial C_{L_r}}{\partial \alpha} \right)}{\frac{\partial C_{MAC}}{\partial \delta}} \quad (2.1.24)$$

通常， $\partial C_{MAC} / \partial \delta$ 为负值，即操纵面的正偏角产生的气动力矩使前缘向下。最后，式(2.1.22)可写为，

$$\frac{L}{L_r} = \frac{1 - q/q_R}{1 - q/q_D} \quad (2.1.25)$$

① 原文为 $(1 - q/q_R) / (1 - q/q_D)$ ，译者注。

式中, q_R 由式(2·1·24)①给定, 而 q_D 则由式(2·1·8)确定。值得指出, 当 K_S 有限时, 反效动压仍由式(2·1·24)给定。然而, 此时的 q_D 为式(2·1·17)分母的最小根。你能从物理上阐述其理由吗? (见第一章参考文献[1]的第197~200页)

图2·5示出了式(2·1·25)的曲线图。图中, 对于 $q_D > q_R$ 和 $q_D < q_R$ 这两种情况, 分别画出了曲线。在前一情况下, L/L_r 随着 q 的增大而减小; 在后一情况下, 则相反。虽然我们也画出了 q_D 左侧区域内的曲线, 但由于我们未考虑非线性效应, 当动压超过其发散值时, 我们的分析便无效了。

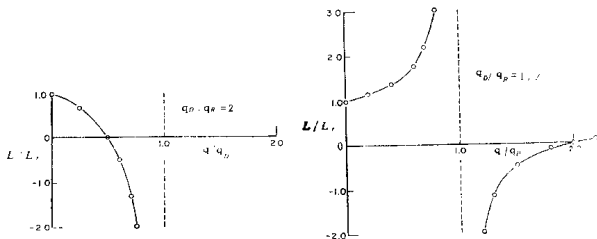


图2·5 升力随动压的变化

典型剖面——非线性效应

当扭角足够大时, 弹性力矩和(或)气动力矩与扭角成正比假设便不能成立。一般说来, 扭角较大时, 弹性弹簧也就更刚硬, 例如, 弹性力矩和扭转的关系式可以是:

$$M_t = -K_\alpha \alpha - K_{\alpha^3} \alpha^3$$

式中, $K_\alpha > 0$, $K_{\alpha^3} > 0$ 。升力与攻角的关系式可以是:

$$L = qS[(\partial C_L / \partial \alpha) \alpha - (\partial C_L / \partial \alpha)_3 \alpha^3]$$

式中, $\partial C_L / \partial \alpha$ 和 $(\partial C_L / \partial \alpha)_3$ 均为正数。注意, 在大攻角 α 时, 由于气流与翼型分离, 升力将会减小。将上述两式合并为一个力矩平衡方程式, 且为简单起见, 假设 $\alpha_0 = C_{M0} = 0$, 则得(比较式(2·1·5)):

$$eqS[(\partial C_L / \partial \alpha) \alpha - (\partial C_L / \partial \alpha)_3 \alpha^3] - [K_\alpha \alpha + K_{\alpha^3} \alpha^3] = 0$$

重新整理上式, 得到:

$$\alpha_r [eqS(\partial C_L / \partial \alpha) - K_\alpha] - \alpha^3 [eqS(\partial C_L / \partial \alpha)_3 + K_{\alpha^3}] = 0$$

解此方程, 我们得到平凡解 $\alpha = 0$ 以及

$$\alpha^2 = \frac{\left[eqS \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} - K_\alpha \right]}{\left[eqS \left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \right)_3 + K_{\alpha^3} \right]}$$

α_r 要有物理意义, 它必须是一个实数。因此, 要有非平凡解, 即 $\alpha_r \neq 0$, 上述方程右侧必

① 原文误为(2·1·22)——译者注。

② 原文为 $eqS(\partial C_L / \partial \alpha)$ ——译者注。

须是一个正数。

为简单起见, 我们首先假设 $e > 0$ 。于是, 我们知道, 仅当 $q > q_D$ [即 $e q S (\partial C_L / \partial \alpha) > K_{\alpha}$] 时, 才有非平凡解, 见图 2·6a。当 $q < q_D$ 时, 由于令 $\alpha_0 \equiv C_{MAC} \equiv 0$, 则 $\alpha_s \equiv 0$ 。显然, 当 $q < q_D$ 时, 其中

$$q_D \equiv \frac{K_{\alpha}}{e S \partial C_L / \partial \alpha}$$

对于 $e > 0$ 的情况, $\alpha_s \equiv 0$ 。注意, 当 $q > q_D$ 时, 存在两个(对称的)平衡解。究竟选择哪个平衡位置取决于阵风如何分布在翼型上, 或许还与弹簧的缺陷或翼型几何有关。 α_0 可视为机

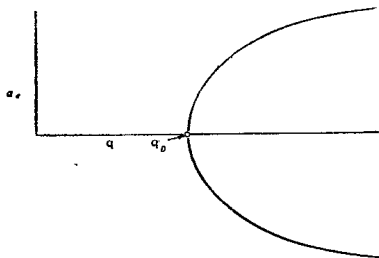


图2·6a $e > 0$ 时弹性扭转的(非线性)平衡

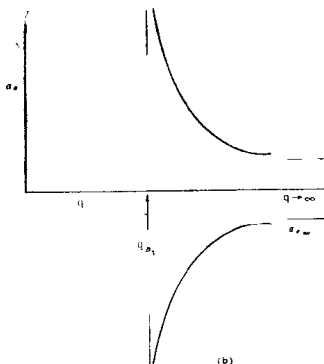


图2·6b $e < 0$ 时弹性扭转的(非线性)平衡

械误差造成的初始角，其符号就可确定这两个平衡位置中的哪一个将会出现。注意，就非线性模型而言，对任一有限的 q 值， α_s 都是有限的。

对于 $q < 0$ 的情况，平衡图形如图2·6b①所示。图中，

$$q_{D3} = -K_{\alpha_3} / eS (\partial C_L / \partial \alpha)_3$$

以及

$$\alpha_s^2 = \partial C_L / \partial \alpha / (\partial C_L / \partial \alpha)_3$$

就作者目前所知，在实验中从未观察到图2·6b中所示的情况。当 $q > q_{D3}$ 时，即使 α_s 为有限值，大概结构也会破坏。设法由实验实现上述平衡图该是最有意思的事情。

上述讨论尚未涉及典型剖面模型的各种可能的非线性效应。实际上，最重要的非线性效应之一可能与操纵面弹簧以及操纵面与上升力面连接的弹性约束有关^②。

§2·2 机翼的一维气动弹性模型

大展弦比机翼的梁-杆模型③

现在，我们转向一个更复杂但更真实的梁-杆模型，它所包含的基本物理内容与上述典型剖面的相同。这里，所谓梁-杆模型就是有刚性弦向剖面且展长 l 远大于弦长 e 的一平板，见图2·7。气流朝 x 方向流动。梁-杆模型的静态力矩平衡方程为：

$$\frac{d}{dy} \left(GJ \frac{d\alpha_s}{dy} \right) + My = 0 \quad (2 \cdot 2 \cdot 1)$$

式中 $\alpha_s(y)$ ——在 y 站绕弹性轴 $e, a.$ 的抬头转角；

My ——每单位展 (y) 向长度翼段绕弹性轴 $e, a.$ 的抬头气动力矩；

G ——剪切模数；

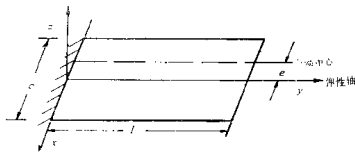


图2·7 机翼的梁-杆模型

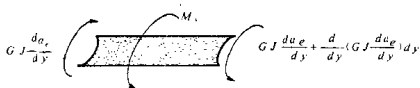


图2·8 梁-杆模型的微元

① 原文为图2·6——注者注；

② 见第一章参考文献[1]的第七章第280~295页，特别是第288~295页。