

期权定价 理论及其应用

陈舜 著

QIQUAN DINGJIA LILUN JIYONG

QIQUAN DINGJIA LILUN JIYONG

中国金融出版社



中财 B0104355

期权定价理论及其应用

陈 舜 著

15202/10

中央财经大学图书馆藏书章

登录号

468106

分类号

F830.7/402

中国金融出版社

责任编辑：李 岩
责任校对：孙 蕊
责任印制：裴 刚

图书在版编目 (CIP) 数据

期权定价理论及其应用/陈舜著. - 北京:
中国金融出版社, 1998.8
ISBN 7-5049-2028-2

I. 期…
II. 陈…
III. 金融-经济理论
IV. F830

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 23403 号

出版 **中国金融出版社**
发行
社址 北京广安门外小红庙南里 3 号
邮编 100055
经销 新华书店
印刷 固安印刷厂
开本 850 毫米×1168 毫米 1/32
印张 6
字数 157 千
版次 1998 年 11 月第 1 版
印次 1998 年 11 月第 1 次印刷
印数 1—2000 册
定价: 18.00 元

序

陈舜教授送来“期权定价理论及其应用”，希望我提些修改意见。因为手头事多，断断续续用了一个多月才看完。

二十多年来，研究衍生产品定价理论的文献层出不穷，但对有关理论进行的系统总结却不多。我想，这是不是有两方面的原因：一是这片新天地富饶而多产，研究者忙于开拓，无暇回顾；二是怕吃力不讨好，因为衍生产品定价理论的论文都是借助于较复杂的数学工具完成的，要对这些文献的主要内容进行综合是一件十分艰苦的工作。一旦总结出来以后，又要承担一定的风险，因为这一工作的价值正如期权合约一样，决定于有多少人关心衍生产品问题。本书作者找到了一个较好的处理办法。

第一，以微分方程为基础，简明而又系统地描述了期权定价理论。介绍衍生产品定价理论涉及到微分方程、随机过程和数值计算等，数学太简单，对理论解释不清楚，看后让人知其然而不知其所以然，以致于很难在实践中应用，很多研究生的投资理论教材就遇到这种情况，如 R.A. 哈根的《现代投资学》；数学太难，即便是金融专业的学者也不易接受，如很多学术刊物上的一些关于新型期权定价的文章。这本书以基本的微分方程为基础，系统地总结和介绍了期权定价理论，只要掌握了第一章中的基础知识，就可以顺利地阅读下去，从而了解到衍生产品定价理论的全貌。

第二，以布莱克—斯科尔斯（Black-Scholes）公式为核心，由浅入深地总结了衍生产品定价理论。目前评介衍生产品定价理

论的书，大多将微分方程定价法、数值方法及各种近似方法交叉进行介绍，如具有广泛影响的 J.C. 赫尔的《期权、期货和衍生证券》，这使对衍生产品定价不熟悉的人难以获得系统的知识。本书以标准期权为起点，先系统介绍了 Black-Scholes 定价理论，再集中研究数值计算问题，最后研究新型期权和利率衍生产品，一步步地将读者从起点带人衍生产品定价理论的前沿。

第三，以定价技术为主要内容，尽可能少地介绍和讨论金融经济理论。大家都知道，为研究生撰写现代金融经济理论的学者们总是不厌其烦地在前言中强调，该书用了尽可能简单的数学。这种过度远离数学的处理方法，反而拉远了理论和实际之间的距离。事实上，使用数学是了解衍生产品理论的必不可少的同时又是最为直接的方法，而对于绝大多数衍生产品，即使是场外交易的产品，其边界也是定义得十分清楚的，对其定价并不一定需要太多的经济理论知识。本书以金融产品的定价技术为主要内容，对较深的金融经济理论的介绍相对较少，这就使具有一定数学基础的非金融专业的人士，能在很短的时间内了解“金融火箭专家”是如何工作的，从而学会对市场上的衍生产品进行合理地定价。掌握了书中的知识后，只要能构造出新的变量模型，如利率模型、汇率模型、波动方程及基础资产价格，就可以分析出新的衍生产品定价理论。

陈舜教授先后学习过物理学和数理统计，又是中一加联合培养的第一届经济学博士，在攻读学位和做博上后研究期间，曾在国内外著名学者的指导下系统学习过现代金融理论，能在这样少的篇幅内对衍生产品定价理论做一系统的总结，适得其所。我在看稿子期间，东南亚金融危机一波未平，一波又起。衍生产品这一控制个体风险的金融工具正在给世界带来巨大的风险，给数以亿计的人带来了巨大的损失和恐慌，这一切离我们也不遥远。刚看完稿子的时候，听说 Scholes 和 Merton 因那久负盛名的期权

定价公式获得了 1997 年度诺贝尔奖（Black 已不幸去世）。事实上，他们在完成这一工作之时，这群“恶魔”还未正式登场呢。他们的思想，这一永远无法“交割”的“衍生产品”，其价值也正随着金融衍生产品总量的快速增加和世界经济的“波幅”增加而变得越来越大。

洗国明
1997 年 12 月

目 录

第一章 导论	1
第一节 期权基础概念	1
第二节 随机过程基础	7
第三节 Itô定理的应用	17
第四节 期权组合策略	21
第五节 布莱克—斯科尔斯公式	29
第二章 布莱克—斯科尔斯方程的求解	34
第一节 偏微分方程及其边界条件	34
第二节 布莱克—斯科尔斯公式	40
第三节 各变量对价格的影响程度	50
第三章 布莱克—斯科尔斯公式的应用	55
第一节 布莱克—斯科尔斯模型的扩展	55
第二节 美式期权及自由边界问题	68
第三节 衍生证券定价的一般方法	82
第四章 有限差分方法	88
第一节 有限差分方法基础	88
第二节 美式期权的数值解	103
第三节 二项式方法原理	109
第五章 新型期权和路径依赖期权	117
第一节 基本类型	117
第二节 障碍期权	119
第三节 路径依赖期权	123
第四节 亚式期权定价	128
第五节 回望期权	135
第六节 交易成本的影响	143
第六章 随机利率模型与期权定价	148

第一节 债券定价	148
第二节 可转债定价	162
第三节 分布偏差的修正	166
主要参考文献	173
后记	182

第一章 导 论

第一节 期权基础概念

1.1 期权合约

金融期权 (Financial Option) 是一种合约, 其持有者有权在将来某一时间或某一时期内以合约中确定的价格买卖某种资产。认购期权 (Call Option) 的持有者有权买入某种资产; 认沽期权 (Put Option) 的持有者有权卖出某种资产。欧式期权 (European Option) 的持有者拥有在未来某一确定的时间买卖某种金融资产的权利; 美式期权 (American Option) 的持有者拥有在未来一定时期内买卖金融资产的权利。例如最简单的欧式认购期权合约, 其持有者可以在未来某一确定的到期日 (Expiry Date) 以确定的价格即执行价 (Exercise Price) 或敲定价 (Strike Price), 购买某种确定的资产——标的资产 (Underlying Asset); 而美式认沽期权合约, 其持有者则可以在未来某一段时间范围内以确定的价格卖出标的资产。之所以说可以购买或卖出, 是合约持有者有购买或出售资产的权利, 但却没有必须购买或卖出的义务。即合约持有者有决定合约是否生效的权力, 但却没有必须执行合约的义务。合约的出售方则承担着潜在的义务, 因为当合约的持有者选择买入或卖出标的资产时, 出售方必须卖出或买入资产。

以股票期权为例, 买卖双方的权利和义务可如图 1-1 所示。

为了持有合约而拥有买卖资产的权利, 期权持有者必须支付一定的费用。与此相对应, 合约的出售方承担着潜在义务, 则是

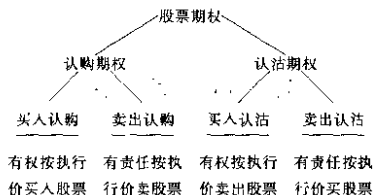


图 1-1 期权买卖双方的权利与责任

以收取一定的费用作为补偿。这个费用，就是买卖合约的双方确定的关于合约的价格，即是期权价（Premium）。本书所讨论的就是如何确定期权价格，或者说，如何确定公平的期权价格。例如，股票 FZ 现在的股价是 25 元，现有一认购期权合约，其投资者可以在半年后以 25 元的价格购买一股 FZ 股票，则这一合约的价格是多少？这里先忽略其他因素的作用，只考虑基础资产价格变化的影响。如果半年后，该股票的价格变为 27 元，该期权合约的持有者选择执行该合约，盈利 2 元；如果半年后，该股票的价格下降为 23 元，合约无利可图，持有者不会执行该合约。假定股价变化只有两种可能，上升为 27 元的概率和下降为 23 元的概率相同，都是 0.5，则该合约的价格应为：

$$0.5 \times 2 + 0.5 \times 0 = 1(\text{元})$$

投资者以 1 元购买这一认购期权与直接购买 FZ 股票有什么不同呢？如果投资者以 1 元购买了该合约，半年后可能盈利 1 元（股价上升为 27 元，盈利 2 元，减去期权价 1 元，余 1 元），可能损失 1 元（股价下降为 23 元），盈利和损失的比例都是初始投资的 100%。但如果投资者现在就以 25 元购买股票，盈利或损失的比例都只有 8%（2/25）。这是衍生产品交易的最大特征。

1.2 影响期权价格的因素

一般来说，影响期权定价的因素有基础资产价格、执行价

格、到期期限、基础资产价格波动率、无风险利率和拟派发红利的大小。这些因素对不同种类期权的影响有所不同。

基础资产价格是影响期权价格的最重要的因素。例如对于认购期权，执行价与基础资产价之差，通常称为期权的内在价值 (Intrinsic Value)。基础资产价格越低，期权内在价值就相应增加。通常情况下，执行价是不变的，期权价值主要决定于基础资产价格。例如，某股票认购期权在到期日，股票价格是 25，执行价格是 20，则期权内在价值为 5。实际中的期权价值可能高于 5，也可能低于 5，这是因为还有其他因素影响期权价格。但所有其他因素，全称为外在因素。

在其他因素不变的情况下，离到期日时间的长度与期权价值呈负相关关系。越接近到期日，期权价值便会下降；越接近到期日，期权价值下降速度越快。因此，期权一般被视为损耗性资产。

股息因素一般只适用于股票期权，但在分析外汇资产时，外汇利率可以当股息处理。在其他因素不变的情况下，派发现金股息将使股价在除权日随着股息现值下跌。股息越高，预期股价的跌幅会越大，从而影响期权价格的程度也越大。就认购期权而言，基础资产价格下降会引起期权价值减少，因而导致期权价格下跌。因此，认购期权持有者通常会在股票除权前行使期权，而不会让期权价格下降。

股票期权与其他期权不同，利率上升可能导致认购期权的价格上升，但却会降低认沽期权的价格。但利率通常是对股票期权影响最小的外在因素。

在任何时候，以上四个因素都可以得知或以极小的偏差计算出，并对所有投资者都是一样的。但即便以上四个因素完全相同，两种期权系列却可能有不同甚至显著不同的价格，这就是风险因素的作用。风险程度用基础资产价格的预期波动来表示，波动幅度越大，期权持有者获取较大收益的机会就会较多，期权价

格也应随之上升。

各因素的作用，可总结如下表（表 1-1）。

表 1-1 单一因素变化对期权价格的影响

变 量	欧式认购期权	欧式认沽期权	美式认购期权	美式认沽期权
股票价格	+	-	+	-
执行价格	-	+	-	+
到期期限	?	?	+	+
波动率	+	+	+	+
无风险利率	+	-	+	-
红利	-	+	-	+

注：+、- 和 ? 分别表示呈正相关、负相关和不确定关系。

这里给出了相关关系的方向，具体的关系形式需要在许多假定条件下作具体的讨论，后面几章将逐步展开。期权价格随到期日和执行价等因素的变化，从交易所公布的期权价就可以看出来。

1.3 期权报价

表 1-2 是 X 和 Y 两公司的期权报价。

表 1-2 期权报价单上 X 和 Y 公司的期权价格

期权	执行价	认购			认沽		
		三月	六月	九月	三月	六月	九月
X	1400	69	108	135	47	78	100
(1426)	1450	40	82	113	78	103	122
Y	130	11	15	19	9	14	17
(134)	140	6	11	16	16	20	23

表 1-2 是伦敦《金融时报》登载的期权列价方式。X 下面括号内的数字 1426 是 X 股票前一天的收盘价；第二列是执行价，表中列出了两个数，实际上可能有很多；第三、四、五列是

在不同到期日的认购期权的价格，第六、七、八列是在不同到期日的认沽期权的价格。从表中可以看到，执行价格越低，认购期权的价格越高，因为到期时可以获得更多的股票，当然要支付更大的成本；认沽期权则相反，因为执行价格越高，到期时可以卖更多的钱，当然要收取更多的成本。期权价格随其他变量变化的形式，以后章节中逐步深入解释。

1.4 期权的作用

期权的基本作用可以总结为投机和保值。先看投机，某人认为某只股票会上涨，可以先行购买该股票，如果该股票果然上涨，他可以从获利，如果股价下跌，他遭受损失，这是一种投机行为。但如果他在认为股价会上涨时，是以低得多的价格买的该股票的认购期权，处于多头位置，如果股价果然上涨，他获取的利益要大得多，即使股价下跌，他的损失最多是期权费，并不大。相反，如果认为股价会下跌时，可以购买认沽期权，即所谓的做空，也可以达到投机的目的。买卖期权比买卖基础资产获取收益的比例要大得多，承受的风险也大得多。如果某人持有 YX 股票作为投资工具，但又担心股价突然下跌，或者认为现在股价较高，但又不放弃股价继续走高以获取更多利益的机会，就可以在自己可以接受的价格上，出售认沽期权，既达到了保值的目的，又保留了投资的机会。当某人认为某种资产的价格将上升时，他就会买入认购期权，如果资产价格果然上升，购买者不一定真会买入资产再出售，从中赚取收益。因为只需出售期权，就可以获取收入。如果股价变化方向相反，他就得承受损失。同样，当认为某种资产的价格将下降时，他就会买入认沽期权。

但期权的更重要的作用是保值。所谓保值，就是让某人的资产不受价格（或其他什么变量）变化的影响。理论上很容易说明。当某种股票价格下降时，如果某人持有的全是股票，他的损失随着下降幅度成正比例增大，但如果他持有的全是认沽期权，

他的收益随下降幅度成正比例上升。如果他将所拥有的财富分作两部分，一部分用来购买股票，一部分用来购买认沽期权，在某价格范围内，一定存在某一个比例，使他的财富不受股价波动的影响。也就是说，让自己的财富处于无风险状态。通过基础资产和期权的组合以减少风险的活动，通常可称为对冲（Hedge），也就是保值。如果一个人能够以比期权实际价值大的价格卖出期权，而又能在期权的剩余时间里，通过保值将风险转移出去，他就能获取有保证的无风险利率。

1.5 期权定价理论的一般性

期权定价理论不仅仅可以用来为期权定价，原则上，只要一种资产的价格随另一种资产变化，期权定价理论都可以用来为该衍生产品定价。例如，某人拥有一个煤矿，是否值得开采决定于煤炭价格的变化。在未来的时间里，煤价可能上升到对开采有益，可能下降到关闭煤矿为好，这个煤矿的价值为多少呢？你有一块菜地，其价值随着蔬菜价格的变化而变化，现有人提出要买此地，什么价格才是公平的价格？衍生产品的定价理论不仅适用于金融衍生品，更不仅仅适用于期权。只是期权已成为最为广泛的金融产品之一，并有广泛的代表性，我们以其为代表进行讨论。

期权有许多种，前面提到的只是最简单的情况。从近年的发展来看，未在交易所交易的各种新型期权，以及基本期权的各种各样的变种，正随着投资者的不同需要而被不断设计出来。有的期权价值不仅仅决定于执行价，而与基础资产在一定时期内的价格有关，称为路径依赖期权（Path Dependent Option）。例如，一个投资者为了为其在一个月连续销售的商品保值，就可以购买一个认购期权，用销售收入按期权到期日前一个月的平均价格购买基础资产。同样，有的期权价值决定于一定时期内的几何平均价，有的决定于该时间内的最大价格或最小价格。在现代金融

市场上，几乎可以设计出满足投资者各种不同需要的衍生产品。例如，栏式期权（Barrier Option），一旦在到期日前基础资产的价格达到某一预先确定的价格，期权要么被执行，要么变得没有价值；亚式期权（Asian Option），其价格决定于某种形式的平均值；回望期权（Look-back Option），其价格决定于基础资产在有效期内达到的最大值和最小值。

1.6 利率的作用

绝大多数标准化金融期权的最长时期不超过9个月。一般来说，在这样的时间范围内利率变化不会太大，对期权价值的影响也并不十分显著，在分析时，可以先假定无风险利率为常数，到建立起模型以后，如果有必要，再放松这一假设，考虑利率变化的影响。假定在 T 时刻，为了得到数量为 E 的货币，在 T 之前的 t 时刻，应投入多少货币 $M(t)$ 呢？设银行利率为 r ，因为：

$$\frac{dM}{M} = r dt$$

有：

$$M = ce^{rt}$$

其中， c 为积分常数。在 $t = T$ 时，有 $M = E$ ，所以，在 t 时刻应付出的数量为：

$$M = Ee^{-r(T-t)}$$

如果 r 是时间的函数，则有：

$$M = Ee^{-\int_t^T r(s) ds}$$

这一简单的贴现公式以后会常用到。

第二节 随机过程基础

2.1 价格变动的构成

第一节已表明，期权价值的大小与基础资产的价格有关。事

实上，基础资产价格是影响期权价值的关键变量。因此，确定基础资产的价格，就成为决定期权价值的关键。在与证券价格有关的各种资料上，通常能看到如图 1-2 所示的图形，表示在一段时间内，股票价格的变化过程。

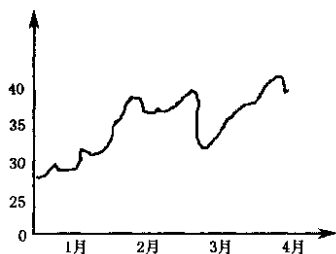


图 1-2 股价变化过程

从描绘股价历史的图上，很难看出股价的变动有什么规律。人们总想通过各种各样的分析，从股价变动的历史中寻找有用的信息，以确定未来的价格变化大小。这种分析是否真有价值，至今没有定论。尽管有许多关于如何预测股价的理论和技術，但在大多数关于衍生产品定价的论文文献里，一般假设股价是不能预测的，都认为在一个成熟的市场上，人们并不能通过研究历史价格来发现其下一时间的走势。即在股票价格变动的历史中，并不包含决定其价格在下—时间内如何变化的信息。换句话说，所有影响股票变化的信息，都及时地反映在当期的股价之中。研究某只股票今天的价格并不能知道它明天的价格将会是多少，通常把这种事先不能确定的变动过程称为随机过程。

金融资产价格变化不可预测的特征，通常总结为有效市场假说，主要指所有信息在市场上都能有效（均匀、同时地）传播。

这一假说有几种不同的表达形式，但主要是作出两点陈述：其一，现在的价格是过去所有信息的完全反映，没有任何信息的作用会持续到以后；其二，对于某种资产的任何新信息，市场会立即作出反映。经过对市场的这一简化描述后，对资产价格的分析就变成分析新信息的到来是如何影响价格的。在这两条假设下，不可预测的股价的变化过程遵循马尔科夫过程（Markov Process）。马尔科夫过程是一种特殊类型的随机过程。在这种过程中，变量未来的值只与当前值有关，变量未来的状态与过去的历史和变量从过去演变到现在的方式无关。

股价的马尔科夫性质与弱型市场有效性（the Weak Form of Market Efficiency）相一致。在弱型市场有效假设下，一种股票的价格已经包含了所有以前的信息。要简单地说明弱型市场假说成立并不难，因为如果弱型市场假说不成立，单单通过技术分析，就可以获得高于股市平均收益率的收益，但至今没有找到确定的证据可以证明这一点。证券市场投资者多，信息传播快，有效的竞争保证了弱型市场有效性的成立。只要一个市场具有这一特征，就可以用马尔科夫过程来描述其价格变化。

一般来说，考虑资产价格变化的绝对值意义并不大，因为同一数值对不同价格的资产而言其意义不同。投资者考虑的是收益率，也就是价格变化的绝对值与基础资产价格的比例。假定在 t 时刻资产价格为 S ，经过一个小的时间间隔 dt 后，资产价格变为 $S + dS$ ，投资者真正关心的是 dS/S 的变化。

由于资产是某种所有权的表征，与金融资产相对应的物质资产其实正在生产过程中发挥着作用，创造着价值。随着时间的增长，基础资产的价值肯定会相应增长。资产价值的这部分变化是可以预见的，是确定的。平均来说，其增长的速度应是社会平均劳动生产率。在简单情形下，可以用无风险利率代替，写为： μdt ， μ 代表资产价值的平均增长率，一般可称为漂移率，表示