

统计能量分析原理 及其应用

姚德源 王其政 著



北京理工大学出版社

统计能量分析原理及其应用

姚德源 王其政 著

北京理工大学出版社

(京)新登字 149 号

内 容 简 介

本书是为理工科高等院校、有关科研院所工程类专业和应用力学专业研究生和高年级本科生撰写的教科书，也是从事振动和声学工程学科、或感兴趣使用统计和能量概念处理大系统动力学问题的科学技术人员的有益读物。本书的第一章主要介绍统计能量分析的发展背景、发展历史、适用范围及发展现况，目的在于引导读者以历史的、发展的眼光来看待统计能量分析。第二章讨论统计能量分析基本假设和原理，如“子系统”（振型群）概念、功率流平衡方程的普遍形式以及统计能量分析中的互易原理等。第三章讨论了典型子系统统计能量分析参数，包括模态密度、能量密度、输入功率、辐射功率、输入阻抗、内损耗因子等。第四章讨论结构振动与声耦合作用的一些基本动力学问题和关系式。第五、六、七、八章详细讨论统计能量分析参数的计算与试验测量技术，这就是：模态密度（第五章）；内损耗因子（第六章）；耦合损耗因子（第七章）和输入功率（第八章）。第九章讨论了系统动力响应估算方法。第十章介绍了统计能量分析的工程应用。为了方便读者对有关参数的计算和应用，附录中提供一些基本公式、换算公式、单位量纲等。最后列出了名词术语索引及参考文献。

统计能量分析原理及其应用

姚德源 王其政 著

*

北京理工大学出版社出版发行

各地新华书店经售

北京地质印刷厂印刷

*

787×1092 毫米 16 开本 12 印张 282 千字
1995 年 4 月第一版 1995 年 4 月第一次印刷

ISBN 7-81013-990-8/C·68

印数：1—1400 册 定价：10.50 元

前　　言

随着现代科学技术的发展,尤其是航空航天技术的迅速发展,人们越来越关心受宽带激励复杂工程结构的动力响应特性,例如航空和航天飞行器在高速湍流场和喷气噪声场激励下的动力响应,从而需要一种对密集模态进行分析的方法。密集模态不象疏松模态那样“清晰”,并且它的模态参数的不确定性给分析工作带来很大困难。从六十年代初,人们就开始探索解决这类问题的方法。统计能量分析(Statistical Energy Analysis,简记作 SEA)就是在这种工程需求背景下、并在热体电磁能辐射、室内声学和统计热力学的启发下发展起来的。“统计”的含义指被研究的系统对象是从用随机参数描述的总体中抽取出来的,即作为对研究对象的子系统的描述是具有统计意义的;“能量”的含义是用能量来描述各种动力学系统(包括声学的、机械的、地震的、电磁学的、统计热力学的……)的状态,因为能量是各种动力学系统都能用的独立变量,使用能量—功率流平衡方程描述耦合子系统间的相互作用关系,这样可统一处理固体结构和流体声场及各种子系统间的耦合动力学问题,从而沟通了对机械系统和声学系统或其它不同系统的描述;“分析”的含义是统计能量分析参数都是被研究系统的几何、材料和介质的函数,只有通过分析研究才能弄清除它们之间的关系。

统计能量分析适用于若干个机械的、声学的以及其它子系统耦合在一起形成的大型复杂系统的动力学问题,其中一个或几个子系统受到宽带随机激励,为确定某个子系统的动力响应,需建立系统(包括子系统间的功率流)的功率流平衡方程。由于激励和系统参数是概率分布的,即在一定频率带宽内的共振模态上平均的,这就要求在这个频率带宽内必须具有足够多的共振模态,以便构成有统计意义的模态总体。目前,统计能量分析已应用于运载火箭、导弹、卫星、飞船、航天飞机、直升机、舰船、汽车、核反应堆、建筑等多种工程系统,统计能量分析除可预示上述复杂工程系统的动力响应外,还可对这些复杂工程系统的噪声、振动控制进行优化设计及故障诊断等,可望统计能量分析还会有更广泛的应用领域。

若从 1962 年“统计能量分析”概念初步形成算起,经过十三年的发展,于 1975 年出版了 R. H. Lyon 撰写的《Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems: Theory and Applications》(《动力学系统的统计能量分析:理论与应用》,没有中文译本)一书,随后统计能量分析又经过了十八年的发展,尤其在非保守耦合系统的振动能量传输理论及其在统计能量分析中应用的探讨、有关统计能量分析参数测试技术、以及统计能量分析在各个工程领域中的推广应用都发生了很大变化,至今我们还没有发现国外有关统计能量分析新著作的出版。目前国内虽已有不少关于机械振动或声学方面的著作出版,但也未见有关统计能量分析方面的著作出版。近十几年来,作者在统计能量分析理论基础和工程应用方面作了一些研究工作,他们分别编写和出版过《振动系统的统计能量分析方法》(姚德源,北京工业学院出版社,1986 年)和《结构耦合动力学的统计能量分析与应用》(王其政,航天部七零二所,1990 年)研究生教材。为了能充分反映出统计能量分析这一新领域的科研、工程应用和教学成就,并获得更好的社会效果,他们通力合作,以《统计能量分析原理及其应用》新书奉献给读者。

本书力图对统计能量分析的原理、假定、基本动力学方程、有关统计能量分析参数计算与试验确定方法、系统动力响应计算、声振环境预示以及工程应用作一系统的阐述。作者希望通过本书能使更多的科技人员系统地了解和掌握统计能量分析的理论和应用，并对他们从事的工作有所帮助。

本书是为理工科高等院校、有关科研院所工程类专业和应用力学专业研究生和高年级本科生撰写的教科书，也是从事振动和声学工程学科、或感兴趣用统计和能量概念处理大系统动力学问题的科学技术人员的有益读物。学习本课程的先行课程是结构振动、概率数理统计和有关声振实验技术。

本书在撰写过程中除引用了作者的科研、工程应用和教学成果外，还引用了国内、外有关统计能量分析原理和应用的文献资料，作者在此对书后所列参考文献的作者、以及未被列入的文献作者表示感谢。

作者感谢清华大学工程力学系郑兆昌教授在百忙中审阅了全部书稿，提出了许多宝贵意见。作者还要感谢北京理工大学教材建设委员会和北京理工大学出版社对出版本书所给予的支持和帮助，使本书能尽快与读者见面。

由于作者水平的限制，书中难免存在不妥之处、甚至错误，作者诚恳希望读者批评指正。

作 者
一九九四年三月

符 号 表

A: 表面积;

$A(\omega)$: 加速度 $a(t)$ 的富里叶变换。

B: 导纳的虚部。

C: 速度; 阻尼系数;

C_l : 纵波速; C_B : 弯曲波速; C_t : 扭转波速; C_s : 群速度; C_{sl} : 能量速度; C_a : 声速; C_c : 置信系数。

D: 板的弯曲刚度;

DR : 衰减率。

E: 能量; 弹性模量。

F: 激振力的最大幅值; 带宽因子; 作用力;

$F(\omega)$: 作用力 $f(t)$ 的富里叶变换。

G: 导纳实部; 剪切模量;

$G(\omega)$: 单边功率谱密度。

H: Hankel 函数; 结构高度;

$H(\omega)$: 复频率响应函数。

I: 截面惯性矩; 声强; 阻抗虚部;

I_{rad} : 辐射抗; I_m : 复数的虚部。

J: 极惯性矩;

J_m : 振型与压力场的联合导纳函数; J_0 : 零阶 Bessel 函数。

K: 波数; 刚度; Boltzman 常数;

K_l : 纵波数; K_B : 弯曲波数; KE : 动能。

L: 在矩阵 $[L]$ 中表示总损耗因子;

L_I : 声强级; L_p : 声压级; L_P : 声功率级; L_E : 能量级; L_σ : 应力级。

M: 质量; 模态重叠数。

N: 模态(振型)数;

NR : 噪声降低; NF : 噪声降低因子。

P: 功率(流);

P_{rad} : 辐射功率; P_{in} : 输入功率; P'_{ij} : 从子系统 i 流向子系统 j 的功率; P_d : 损耗功率;

\bar{P} : 等效输入功率; P : 纯功率流; PE : 势能。

Q: 品质因子; 剪力。

R: 阻抗实部; 横截面回转半径; 截锥壳上、下底半径; 电阻;

Re : 复数的实部; Rs : 响应集中因子。

S: 横截面积;

$S(\omega)$: 功率谱密度。

T : 绝对温度; 周期;

T_R : 混响时间; TL : 传递损耗(隔声量); Tx, Ty : 平面力。

V : 最大速度响应幅值; 体积;

$V(\omega)$: 速度 $v(t)$ 的富里叶变换。

W : 宽度。

X : 最大位移响应幅值。

Y : 导纳; 杨氏模量(在讨论应变与能量的关系时, 为避免与能量符号 E 混淆, 故用 Y 表示杨氏模量)。

Z : 阻抗;

Z_a : 声阻抗; Z_{rad} : 辐射阻抗。

a : 圆筒半径。

d : 位移响应。

e : 能量密度; 自然对数的底。

f : 频率;

f_r : 环频率; f_c : 临界频率; $f(t)$: 激振力。

h : 厚度。

i : 电流; 虚数; 序列整数。

j : 序列整数。

l : 长度;

$l(t)$: 作用力或反作用力。

m : 均值。

n : $n(\omega)$: 以圆频率 ω 表示的模态密度; $n(f)$: 以赫兹频率 f 表示的模态密度; $n(K)$: 以波数 K 表示的模态密度; $n(\nu)$: 以无量纲频率 ν 表示的模态密度。

p : 压力。

r : 半径; 球坐标。

t : 时间。

u : x 坐标方向的位移。

v : y 坐标方向的位移; 电压;

$v(t)$: 速度。

w : z 坐标方向的位移。

x : 坐标。

y : 坐标。

z : 坐标。

Δ : 半功率点带宽;

Δf : 频率带宽。

Λ : 系统刚度系数

H: 传播函数。

- α : 吸声系数; 耦合功率流公式中的比例系数。
- β : 阻尼材料剪切损耗因子; 耦合功率流公式中的比例系数。
- γ : 结构系数; 气体动粘性系数; 耦合功率流公式中的比例系数。
- δ : Dirac Delta 函数; 对数衰减量;
- $\delta\omega$: 固有频率平均间隔; δ^* : 湍流边界层厚度。
- ϵ : 模态能量。
- ζ : 阻尼比; 模态功率(在讨论应变与能量的关系时,为避免与模态能量符号 ϵ 混淆,用 ζ 表示应变)。
- η : 单注脚表示内损耗因子(如 η_i 表示 i 子系统内损耗因子); 双注脚表示耦合损耗因子(如 η_{ij} 表示 i, j 子系统间耦合损耗因子); η_s : 结构阻尼损耗因子; η_r : 结构声辐射损耗因子; η_b : 边界连接阻尼损耗因子。
- θ : 角度; 球坐标。
- λ : 波长;
- λ_B : 弯曲波长; λ_C : 临界波长。
- μ : 泊松比。
- ν : 无量纲频率。
- π : 圆周率。
- ρ : 密度。
- σ : 应力; 方差;
- σ_{rad} : 辐射比。
- τ : 传输系数。
- φ : 相角; 振型函数; 预曲板常数。
- ψ : 球坐标; 锥壳半顶角;
- $\psi(\theta)$: 概率密度函数。
- ω : 圆频率。

目 录

第一章 概 论	(1)
§ 1.1 统计能量分析(SEA)的发展背景	(1)
§ 1.2 发展简史	(2)
§ 1.3 统计能量分析的适用范围及发展近况	(6)
§ 1.4 本书内容简介	(7)
第二章 统计能量分析基本原理	(9)
§ 2.1 引 言	(9)
§ 2.2 子系统的确定	(10)
§ 2.3 子系统间纯功率流	(11)
§ 2.4 两个受档子系统间纯功率流基本关系	(13)
§ 2.5 子系统间功率流平衡方程的普遍形式	(13)
§ 2.6 互易原理	(14)
第三章 典型子系统统计能量分析参数	(17)
§ 3.1 引 言	(17)
§ 3.2 单自由度振子系统	(17)
1 无阻尼自由振动	(17)
2 有阻尼自由振动	(18)
3 单频强迫振动	(19)
4 随机强迫振动	(20)
§ 3.3 一维杆纵向和扭转振动系统	(22)
1 一维杆纵向振动的模态密度	(22)
2 一维杆纵向振动能量密度、模态能量和功率	(25)
3 一维杆纵向振动的输入阻抗	(25)
§ 3.4 一维梁横向振动系统	(26)
1 弯曲波速和群速度	(27)
2 梁横向振动的模态密度	(28)
3 梁横向振动点激励力的输入阻抗	(29)
§ 3.5 二维板壳振动系统	(29)
1 二维平板振动系统的模态密度	(29)
2 圆柱壳的模态密度	(31)
3 有限平板的平均输入导纳与输入功率	(33)
4 无限板的输入导纳	(35)
§ 3.6 三维声场波动系统	(36)
1 声场的有关统计能量分析参数	(37)
2 声场的模态密度	(38)
3 脉动刚性平板的辐射功率和辐射阻抗	(40)
4 脉动刚性球辐射功率、辐射比和辐射阻	(40)

第四章 结构振动与声的耦合作用	(43)
§ 4.1 引言	(43)
§ 4.2 机械激励无限板的振动与声的耦合作用	(44)
1 机械激励无限板振动的声辐射特性	(44)
2 机械激励无限板振动的辐射功率和辐射比	(46)
§ 4.3 机械激励有限板的振动与声的耦合作用	(46)
1 声快(AF)振动	(46)
2 声慢(AS)振动	(47)
3 受机械激励有限结构的辐射比	(47)
§ 4.4 非共振振型与声激励板的强迫响应	(49)
§ 4.5 声激励有限板振动与声的耦合作用	(51)
§ 4.6 声激励无限板振动与声的耦合作用	(53)
§ 4.7 隔板的声传递损耗特性	(54)
第五章 模态密度	(57)
§ 5.1 引言	(57)
§ 5.2 复杂结构的模态密度	(57)
1 平板的声快和声慢子系统的模态密度	(57)
2 圆柱薄壳的声快和声慢子系统的模态密度	(58)
3 双曲率壳(球)的模态密度	(59)
4 锥壳的模态密度	(60)
5 蜂窝(夹层)板壳结构的模态密度	(61)
6 正交各向异性板的模态密度	(62)
7 预曲板的模态密度	(62)
8 受平面力作用板的模态密度	(62)
9 弹性基础上硬壳的模态密度	(63)
10 带开孔蜂窝夹层截锥壳的模态密度	(63)
§ 5.3 模态密度测量方法	(63)
1 模态计数法	(64)
2 导纳法	(64)
第六章 内损耗因子	(68)
§ 6.1 引言	(68)
§ 6.2 典型子系统的内损耗因子	(69)
1 结构损耗因子	(69)
2 子结构间连接边界损耗因子	(72)
3 子结构的声辐射损耗因子	(73)
4 子结构的内损耗因子	(73)
§ 6.3 统计能量分析中子系统的总损耗因子	(74)
1 稳态总损耗因子	(74)
2 瞬态总损耗因子	(75)
§ 6.4 内损耗因子测量方法	(76)
1 模态内损耗因子测量方法	(76)
2 频带平均内损耗因子测量方法	(77)
第七章 耦合损耗因子	(80)

§ 7.1 引言	(80)
§ 7.2 两个共振子间的耦合损耗因子	(81)
1 对振子的输入功率	(82)
2 共振子间的传递功率	(82)
3 受挡共振子间的功率流	(85)
4 耦合共振子间的功率流	(85)
5 频率平均的共振子间功率流	(87)
§ 7.3 二振型群间的耦合损耗因子	(88)
1 子系统的振型群	(88)
2 二振型群间的相互耦合作用	(89)
3 二振型群间的耦合损耗因子	(91)
§ 7.4 声场与结构间的耦合损耗因子	(91)
1 有限平板的辐射比	(92)
2 圆柱壳结构的辐射比	(94)
3 说明	(94)
4 简例	(94)
§ 7.5 声场间的耦合损耗因子	(95)
§ 7.6 结构间的耦合损耗因子	(96)
1 点连接两子结构间的受挡耦合损耗因子	(97)
2 点连接两子结构间的耦合损耗因子	(99)
3 梁板点连接的耦合损耗因子	(100)
4 梁—梁点连接的耦合损耗因子	(101)
5 线连接两子结构间的耦合损耗因子	(102)
§ 7.7 非保守耦合共振子间的相互耦合作用	(104)
§ 7.8 耦合损耗因子的测量方法	(106)
1 声场间耦合损耗因子的测试方法	(107)
2 结构间耦合损耗因子现场稳态测试方法	(107)
3 两结构间耦合损耗因子瞬态测试方法	(110)
4 忽略连接边界耦合阻尼的耦合损耗因子测试方法	(110)
5 测试结构间耦合损耗因子的增大阻尼法	(111)
6 耦合损耗因子现场测试修正方法	(111)
第八章 输入功率	(114)
§ 8.1 引言	(114)
§ 8.2 点源的输入功率	(114)
1 一般点源的输入功率	(114)
2 有限接受系统的输入功率	(116)
§ 8.3 线源的输入功率	(117)
§ 8.4 面源的输入功率	(117)
1 一般面源的输入功率	(117)
2 板壳振动对声场的输入功率	(118)
3 声场对板壳元件的输入功率	(119)
4 湍流边界层脉动压力对板壳的输入功率	(119)
§ 8.5 输入功率的测量方法	(120)

第九章 系统动力响应估计	(121)
§ 9.1 引言	(121)
§ 9.2 系统的平均动力响应	(121)
1 单模态均方响应与能量的关系	(121)
2 多模态均方响应与能量的关系	(122)
3 系统应变(应力)与能量的关系	(123)
4 动力响应估计	(125)
§ 9.3 均方响应的方差	(127)
1 方差来源	(127)
2 单个系统均方响应的方差	(128)
3 耦合系统均方响应的方差	(128)
4 耦合系统单个模态均方响应的方差	(129)
5 耦合系统多模态均方响应的方差	(131)
§ 9.4 安全因子与置信区间	(132)
1 置信系数的计算	(132)
2 置信上限与安全因子	(133)
3 置信区间	(133)
4 实例应用说明	(134)
§ 9.5 响应(应力)集中因子与相关效应	(136)
1 单个共振子系统对窄带激励的响应	(136)
2 单个模态应力集中	(137)
3 双共振子系统对窄带激励的响应	(138)
4 多模态系统对窄带激励的响应——相关效应	(138)
5 响应集中因子	(139)
第十章 统计能量分析工程应用	(141)
§ 10.1 引言	(141)
§ 10.2 划分子系统	(141)
1 识别外界激励源	(142)
2 划分出待求动力响应的独立子系统	(142)
3 根据模态相似原则划分子系统	(142)
4 确定模态群间的耦合性质及功率传递路线	(142)
§ 10.3 分析带宽与统计能量分析模型系列	(143)
1 频率带宽的选取	(143)
2 统计能量分析模型系列	(143)
§ 10.4 系统能量计算及简化近似方法	(144)
1 两个子系统的能量计算	(145)
2 三个子系统的能量计算	(145)
3 四个子系统的能量计算及简化近似方法	(145)
§ 10.5 噪声降低	(148)
1 隔板的噪声降低	(148)
2 含有多个子结构系统的系统噪声降低	(149)
§ 10.6 飞行器圆柱壳仪器舱段声振环境预示与试验结果比较	(151)
1 声与机械路线联合传递试验与统计能量分析预示	(153)

2 声路线传递试验与统计能量分析预示	(153)
3 机械路线传递试验与统计能量分析预示	(153)
§ 10.7 导弹头部圆锥壳舱段的声振环境预示与试验结果比较	(154)
1 输入功率	(154)
2 各子系统的模态密度	(155)
3 SEA 模型 I(只考虑 $f \leq 1000\text{Hz}$)的耦合损耗因子	(155)
4 SEA 模型 II(只考虑 $f \geq 2000\text{Hz}$)的耦合损耗因子与内损耗因子	(157)
5 SEA 模型 III	(158)
6 结果比较	(159)
§ 10.8 再入飞行器椭圆锥壳舱段声振环境预示与试验结果比较	(160)
附录	(164)
附表 1 梁、板点阻抗公式表	(164)
附表 2 基本单位、辅助单位和导出单位及其量纲表	(165)
附表 3 常用工程材料介质的主要物理参数表	(166)
附表 4 与统计能量分析有关的参数和基本关系式	(168)
名词术语索引	(170)
主要参考文献	(173)

第一章 概 论

§ 1.1 统计能量分析(SEA)的发展背景

航空航天技术的迅速发展对大型复杂轻巧飞行器提出更高的可靠性要求,推动了统计能量分析的发展。在 20 世纪 50 年代末及 60 年代初,由于火箭技术的迅速发展,尤其是大推力发动机及先进仪器设备的采用,运载能力不断提高,但相应成本也大为增加。为此需要提高结构的利用率(即结构的使用系数,它被定义作有效载荷质量与运载器质量之比)。然而在火箭起飞大推力发动机系统工作时产生的喷气噪声及其振动,火箭运载器上升主动段跨音速和承受最大动压飞行、以及导弹再入大气层超高速飞行时产生的气动噪声都是宽频带随机振源(频率范围为 $20\text{Hz} \sim 10\text{KHz}$,声压级通常超过 160dB),这就对具有高结构系数(结构的面积与其质量之比)的结构(如蒙皮、壁板等)产生高达 50g 的均方响应加速度,并使舱内产生高声压级的恶劣力学环境,从而大大降低了整个系统的可靠性。

高速飞行器在飞行中受到的振动主要是由发动机推进系统及其喷气噪声和气动噪声引起的,人们习惯于把这类振动称为“声振”(vibroacoustic)。声振可引起飞行器系统中的设备元件的振动,甚至发生共振,导致疲劳破坏及在电路中产生电噪声。其中典型故障模式有:波道管、调速管、晶体管、磁控管、固体电路及微电子元件的引线、管脚和导线的磨损折断;紧固件的松动、结构件及印刷电路板的变形、破裂及失效;声振可使光学元件失效;联结器、继电器、传感器、活门及开关的瞬间断开;电子插件的性能下降;导引头特性及引信装置的电器功能下降;粘层、键合点断开、电路瞬间短路、断路;加速度表输出脉冲数超过预定要求;陀螺漂移增大、精度降低、甚至发生故障;高低温和低压环境还将产生强化声振的影响,特别是塑料和聚合物要比金属更容易受这种综合环境的影响;声振与砂尘的组合作用将增大砂尘的磨损作用;声振与温度、声振与盐雾的组合作用还将增大某些有机材料的分解速度。

目前美国“环境试验方法与工程指南”最新军标中仍在引用 70 年代美国对飞行器电子设备全年故障剖析的重要结果:所有各种环境因素引起的系统故障率在 50% 以上(非环境因素引起的故障率占 47.3%);在所有各种环境因素造成的故障中,声振、温度和湿度三大项占环境因素引起故障率的 80% 以上。因此在考虑航空航天飞行器系统可靠性设计时,必须引起我们对飞行器的声振、温度和湿度环境的极大注意。

如果制定的声振环境条件过低,就会导致欠试验(undertest),使飞行器系统得不到充分的考验,有些设计和制造工艺上的缺陷、材料和元件上的缺陷不能充分暴露出来,就会使飞行器带着隐患上天,而在实际恶劣的声振环境下破坏或失效,以致造成整个飞行任务的失败。反之,若提供的声振环境条件过高,使飞行器通不过人为制定的声振环境试验条件,必须反复修改设计,这就会导致飞行器研制周期加长,同时使产品重量和成本增加。

如果能给出符合实际要求的、较为准确的声振环境预示数据,既提高了系统的可靠性,又带来了巨大的社会效益和经济效益。例如美国经过多年的研究,把 70 年代的振动环境合理地

降低了一个数量级,从而避免了大量地过设计(overdesign)和过实验(overtest),取得了巨大的经济效益。

对航空航天飞行器系统产品高可靠性的要求与重要性是众所周知的,为保证系统安全可靠地工作,就必须进行各项环境可靠性试验,并确定相应的环境试验条件,其依据就是新型飞行器研制计划初期提供的相应有关环境预示数据。这就要求声振环境预示技术必须有一个突破性发展,以适应航空航天高新技术高速发展的需要,统计能量分析就是在这种背景下逐渐形成并得以发展起来的。

60年代初期,声振环境预示的试验研究一方面是不断增加实际飞行试验测量的数量、提高测试质量,另一方面是大力发展地面声振模拟试验。

声振环境的预示研究主要有三个方法:一是相似结构外推法(包括频率响应法和比例法等);二是传统的模态方法(含有限元方法);三是统计能量分析(SEA)方法。

相似结构外推法的优点是能快速提供预示数据,但对相似参数和质量载荷影响的处理都很粗略,造成较大误差。传统模态法(含有限元法)可应用于低频振动环境预示。由于大推力发动机的喷气噪声和高速飞行器的气动噪声在空间上是分布的,时间上是随机的,宽带高频分量($20\text{Hz} \sim 10\text{KHz}$)是丰富的,传统模态方法是确定性分析方法,虽然在理论上可以在任何频率范围内预示复杂结构的声振环境,但由于以下原因,实际上在飞行器研制计划初期和后期都难于使用传统模态方法:

1. 由于在新型飞行器研制计划初期就得提供较准确的声振环境预示数据,但此时期原始数据比较粗略,系统的结构形式、尺寸、连接方式与材料特性存在着很大的不确定性;
2. 生产工艺和载荷也存在着很大的不确定性;
3. 复杂系统(包括结构、声空间等子系统)的高阶模态参数对上述不确定性原始参数的变化非常敏感,所以高阶模态参数存在着很大的不确定性;
4. 复杂结构系统高频区的模态十分密集,两相邻模态固有频率间隔 δf 常小于它们对应模态频响曲线的带宽,这样在高频区的激励带宽内将激出大量模态,使目前的试验模态参数识别技术成为不可能。

因此在新型飞行器研制计划初期的短时间内就得提供精确的声振环境预示数据,这是一个极为困难的任务。但由于声振环境预示的重要性以及对其需求的迫切性,有困难也要进行研究,所以声振环境预示技术研究仍是目前国际上新型飞行器研制中的一个关键技术。

在上述背景下,自20世纪60年代初发展起来的统计能量分析(Statistical Energy Analysis,简记作SEA)方法可以克服传统模态分析方法所遇到的这些困难,为解决复杂系统宽带高频动力学问题提供了一个有力工具。

§ 1.2 发展简史

虽然“统计能量分析”(SEA)的名字被公众接受和使用只不过有一二十年的历史,但统计能量分析的思想和概念已存在有很长一段时间了。L. Rayleigh对振动理论分析作出了很大贡献,为模态分析奠定了理论基础,他与 Jeans(他们建立了物理学中著名的 Rayleigh-Jeans 辐射理论)也曾考虑了统计能量分析思想,那时研究的是热体的电磁能量辐射问题。在 L. Rayleigh 之后,H. Nyquist 使用类似方法阐述了电路中的热噪声问题。

为说明统计能量分析中的功率流与电路中的热噪声的比拟关系,我们来看图 1-1 所示受分布横向随机激励一维梁(记为子系统 1)的振动能量传递问题。记梁长为 l_1 , 梁的两端分别与类似的两个梁(记为子系统 2)相连接。梁本身有很多弯曲振型,每个振型都可以分解为二个行波:一个向左,一个向右。在每一个方向上都存在有很多由不同幅值和相位振动波形成的振动场。根据对称性,左右行波的能量是相等的,记右行波的能量为 E_1 ,能量密度(单位长度上的能量)为 $e_1 = E_1/l_1$, 那末入射在梁右端连接处的功率 P_{in} 等于能量密度 e_1 和能量速度 C_{g1} 乘积的一半:

$$P_{in} = \frac{1}{2}e_1C_{g1} = \frac{E_1C_{g1}}{2l_1} \quad (1.2-1)$$

在连接处,入射功率的一部分被反射回来,其余部分传递到连接结构(子系统 2)上。通过连接处传递到子系统 2 的功率记为 P'_{12} ,此传递功率(P'_{12})与输入功率(P_{in})之比称为传输系数,记为 τ_{12} :

$$\tau_{12} = \frac{P'_{12}}{P_{in}} \quad (1.2-2)$$

根据结构阻抗分析(见本书第三、七章),传输系数 τ_{12} 可用连接处的输入阻抗 Z_1 和 Z_2 来表示:

$$\tau_{12} = \frac{4R_1R_2}{|Z_1 + Z_2|^2} \quad (1.2-3)$$

式中 $Z_i, R_i (i=1,2)$ 分别为子系统 1, 2 在连接处的输入阻抗和它们的实部($R_i = \text{Re}[Z_i]$ 称作输入阻)。由前二式可知传输功率为:

$$P'_{12} = \tau_{12}E_1\left(\frac{C_{g1}}{2l_1}\right) \quad (1.2-4)$$

式中 $2l_1/C_{g1} = n_1(f)$ 为梁的模态密度,即单位频率带宽内的模态数目,记作 $n_1(f)$, 是统计能量分析中一个非常重要的参数(f 是以 Hz 为单位的频率,其推导过程见第三章)。若分析频率带宽为 Δf , 则梁在频率带宽 Δf 内的模态数为 $N_1 = n_1(f)\Delta f$, 所以在带宽内的模态能量 ϵ_1 为:

$$\epsilon_1 = \frac{E_1}{N_1} = \frac{E_1}{n_1(f)\Delta f} \quad (1.2-5)$$

将上式代入(1.2-4)式有:

$$P'_{12} = \tau_{12}\epsilon_1\Delta f \quad (1.2-6)$$

上式中使用了(3.4-9)式和(3.4-17)式的结果。由上式可以看到,从子系统 1 传递到子系统 2 的功率 P'_{12} 正比于模态能量 ϵ_1 、传递系数 τ_{12} 和带宽 Δf 。再回到 Nyquist 阐述的电路中的热噪声问题,此时可把梁拟为电路,连接结构拟为有着电阻为 R_2 (相当于连接结构中阻抗 Z_2)的电阻器。根据统计力学的能量均分理论,电路中每个“振型”的能量在统计意义上是相同的,此时可设置模态能量等于 KT , K 为 Boltzman 常数, T 为绝对温度。在无任何外热源的情况下,在达到热平衡条件时,传递到电阻器 R_2 上的功率等于热噪声引起的在电阻器 R_2 上产生的功率,此辐射功率 P_{rad} 等于传输功率 P'_{12} , 并且有:

$$P_{rad} = P'_{12} = \tau_{12}KT\Delta f \quad (1.2-7)$$

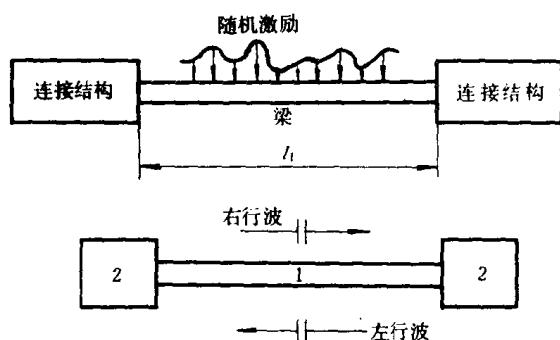


图 1-1 梁的振动能量传递

对应的时间均方电流 $\langle i^2 \rangle$ 为：

$$\langle i^2 \rangle = \frac{P_{rad}}{R_1} \quad (1.2-8)$$

产生此均方电流所需要的均方电压 $\langle v^2 \rangle$ 为：

$$\langle v^2 \rangle = \langle i^2 \rangle |Z_1 + Z_2|^2 \quad (1.2-9)$$

组合以上各式有：

$$\langle v^2 \rangle = 4R_2KT\Delta f \quad (1.2-10)$$

上式即为用源电压表示的电阻器的热噪声关系式，这是 1928 年 Nyquist 导出的公式，至今仍为电路设计者所使用。注意上述推导是在热平衡状态假定下进行的，因此传递过去的功率等于返回来的功率。对声振系统，当存在非保守耦合时，即有耦合损耗的情况下，就不是这种情况了。在保守弱耦合情况下，推广上述结果，子系统间纯功率流 P_{12} 可用子系统间的模态能量之差表示作：

$$P_{12} = \tau_{12}\Delta f(\epsilon_1 - \epsilon_2) \quad (1.2-11)$$

上式就是统计能量分析(SEA)的基本结果。

声振子系统间振动能量的传递关系(1.2-11)

式，也类似于热力学中热能的传递关系，即振动能量类似于热能量，热是从其高温载体流向低温载体，并且其热能流正比于二物体的温度差，此比例常数就是热传导系数。例如有两个物体 1 和 2(见图 1-2)，图中只对物体 1 输入热量。声振系统的模态密度类似于热力学中的热容量；声振系统的平均模态能量类似于热力学中的温度；声振系统的能量损耗(阻尼)类似于热力学中的热辐射损耗；声振子系统间的耦合损耗因子(也是统计能量分析中的一个重要参

数，它是用来描述耦合系统耦合强度的一个无量纲物理量，将在第七章详细讨论这个参数)类似于热力学中的热传导系数。

1958 年 A. Powell 和 E. Skudrzyk 几乎同时率先用统计的观点研究了有限板与无限板关系的动力学问题，A. Powell 证明了如果有限板受到声场激励，并且分析带宽能包括有限板的很多振型，那么有限板在带宽上的平均响应谱级近似等于无限板的响应谱级；E. Skudrzyk 证明：如果在分析带宽上对阻抗进行平均，那么有限板的点阻抗等于无限板的点阻抗，还指出模态密度起着有限系统和无限系统之间的“桥梁”作用。

较早在 1960 年前后开展统计能量分析研究的是美国麻省理工学院的 R. H. Lyon、G. Maidanik 和英国的 P. W. Smith Jr. 等学者，他们可能受到上述思想的影响和室内声学及统计热力学的启发，认为使用统计能量分析方法可以有效解决声振系统高频动力学问题。

此后 M. Heckl, V. V. Bolotin 及 E. E. Ungar 等学者对声振耦合特性研究作出了重要贡献，对统计能量分析理论的形成起到推动作用。

统计能量分析的含义有三个方面(见图 1-3)，统计能量分析中“统计”的含义是把研究对象划分成子系统后，假定每个子系统的模态参数(频率、振型、阻尼等)的统计分布为已知的统计母体，这个统计母体是由一系列名义上相同或近似的子系统组成。这些近似子系统的模态参

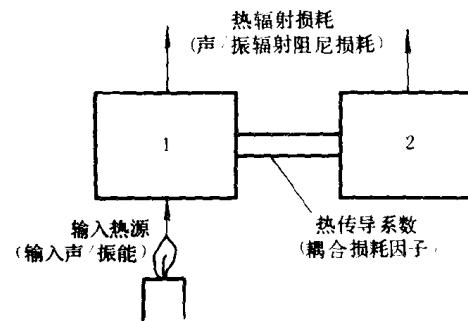


图 1-2 声振和热的比拟