

钢筋混凝土非线性 有限元法原理与应用

董哲仁 编著

江苏工业学院图书馆
藏书章

中国铁道出版社

1993年·北京

钢筋混凝土非线性 有限元法原理与应用

董哲仁 编著

中 国 铁 道 出 版 社

1993年·北京

(京) 新登字063号

内 容 简 介

本书系统地阐述了钢筋混凝土非线性有限元分析的基本原理及其工程应用,介绍了在该领域内国际上最新的研究进展。书中阐述了混凝土的本构关系和破坏理论,混凝土弹性-脆性开裂模型和混凝土弹塑性模型,详细论述了混凝土裂缝模型、钢筋和粘结模型以及混凝土徐变数值分析方法。书中还介绍了非线性有限元法在各类钢筋混凝土结构工程分析中的大量应用实例。

本书可供土建、铁道、交通、能源等部门结构设计和科研人员使用,也可供高等院校师生参考。

钢筋混凝土非线性有限元法原理与应用

董哲仁 编 著

中国铁道出版社出版、发行

(北京市东单三条14号)

责任编辑 安鸿逵 封面设计 赵景伟

各地新华书店经售

三河市付小印刷厂印

开本: 850×1168毫米1/32 印张: 14.5 字数: 374千

1993年12月 第1版 第1次印刷

印数: 1—1000册

ISBN7-113-01441-0/TU·310 定价: 13.45元

**NONLINEAR FINITE ELEMENT METHOD
OF REINFORCED CONCRETE:
THEORY AND APPLICATION**

Don Zhe-Ren

China Railway Publishing House
Beijing China 1993

About the book

This book presents readers with fundamentals and applications of nonlinear finite element analysis of reinforced concrete. The presentation provides a comprehensive exposition of most recent theory and mathematical models for reinforced concrete. The basic aspects of the subject such as test results of materials properties under multiaxial stress state, Constitutive equations and failure criteria of concrete are thoroughly explained. The mathematical modeling such as linear—elastic brittle—fracture models and elastic—hardening plastic—fracture models are formulated in greater detail. There is also a good discussion of reinforcement, Concrete cracking and representation of bond in reinforced concrete that describes various techniques for handling fracture and bond slip problems. This work addresses numerical structural analysis for concrete creep effects. The numerical examples of nonlinear analysis of reinforced concrete are illustrated with particular emphasis on applications in structural engineering.

The book is aimed at engineers, researchers and professionals in civil engineering and structural engineering.

序

钢筋混凝土结构分析和强度计算，传统的方法是采用建立在大量试验研究基础上的简化计算公式。对于常规设计来说，这种简便方法至今仍不失其实用价值，但毕竟只是近似和简化的作法。一些复杂因素，诸如混凝土的弹塑性性质、混凝土开裂及钢筋与混凝土的交互作用等在近似分析中只能被忽略或简化，对于一些近代大型复杂的钢筋混凝土结构，如核反应堆压力壳、海上采油平台、水电站钢衬钢筋混凝土压力管道、火电厂冷却塔和大型桥梁等，却都需要进行更为精确的分析。

近20年来，随着电子计算机技术的飞速发展，有限单元法在结构分析领域中得到广泛的应用。钢筋混凝土结构的有限元分析也就成为建筑结构分析研究中的重要方法。需要指出的是，钢筋混凝土结构的有限元分析是个非常复杂的课题，甚至可以说是对于计算结构力学的一个挑战。这是因为它既具有有限元方法的一般特点，又具有其特殊性。这种特殊性主要来源于混凝土材料的复杂特性。在建立有限元数学模型时，必然涉及到混凝土多维本构关系、混凝土破坏准则及开裂特性、混凝土徐变、钢筋与混凝土的粘结滑移等一系列复杂问题。正因为如此，钢筋混凝土结构的分析必须进行非线性有限元计算，才能取得较为符合实际的结果，而这显然是结构分析研究中的一个尖端课题。

有关钢筋混凝土非线性有限元分析的专著，国内外并不多见，因此，我很高兴向读者们推荐董哲仁教授级高级工程师这部新著。哲仁同志是水利水电科学研究院结构材料研究所所长，长期从事工程结构分析研究工作，特别在水工钢筋混凝土结构研究方面作出过很多贡献。他的这部著作系统地阐述了钢筋混凝土非线性有限元分析的原理和应用，从大量的材料试验研究入手，详

细论述了数学模型的建立，进而介绍在工程结构分析中的实际应用。这本书理论严谨、内容丰富，基本上反映了该领域的当代水平，是一本既有学术价值又有应用价值的书。本书的出版无疑对这一学科的发展将产生积极的推动作用，故乐为之作序。

潘家铮

1992年5月24日于北京

(潘家铮 中国科学院学部委员，能源部总工程师，固体力学和工程结构专家)

前 言

随着电子计算机技术的飞速发展,结构分析的有限单元法已经成了结构工程师手中十分有力的工具。过去在钢筋混凝土结构分析中一些难于处理的问题,诸如混凝土的弹塑性、多轴应力状态下的材料特征、混凝土开裂、混凝土与钢筋的交互作用、骨料咬合、混凝土徐变等,用经典方法处理时,或是忽略这些特征,或是高度简化。而现在采用有限单元法,这些特征都可以不同程度地在数学模型中得到反映。正因为如此,非线性有限元法在钢筋混凝土结构分析中得到了广泛的应用,它不仅应用于普通建筑结构构件,如梁、板、剪力墙等,也应用于大型特殊复杂结构,如海上钻井平台、双曲冷却水塔、大跨度钢筋混凝土桥梁、水电站巨型钢衬钢筋混凝土压力管道以及核电站反应堆压力壳等。另外,采用有限元方法不但可以考虑更多的材料特性因素,而且可以系统地改变一些参数进行重复性计算,这种计算结果可以省去相当数量的构件试验工作,为设计规范的修订或制订提供可靠的依据。采用非线性有限元分析方法,可以减少物理模型个数,特别是可以减少耗资巨大的大比尺钢筋混凝土结构模型的数量,从而节省大量的人力和物资消耗,无疑这是一种十分经济的方法。

把有限单元法应用于钢筋混凝土结构,始于1967年,Ngó和Scordolis首先用有限元法对钢筋混凝土简支梁进行了分析。混凝土和钢筋都采用二维三角形单元,混凝土单元和钢筋单元之间采用联结单元来反映二者的粘结。Ngó等人采用的仍然是线弹性理论,但是事先确定了开裂图样,开裂沿着各混凝土单元交界面发生,采用“双结点”方法定义可能的裂缝,其分析结果可提供包括混凝土、钢筋应力和粘结力等数据。他们用这种方法研究了梁内斜向张拉裂缝、箍筋作用、骨料咬合效应及支座处沿钢筋方

向的水平劈裂。

Nilson考虑了材料的非线性性质，粘结的非线性特征，并且应用了荷载增量技术来反映这些非线性关系。他采用的是矩形单元。在裂缝的处理方面，Nilson的程序中一旦混凝土开裂，便中止求解，需重新定义开裂结构并再次输入新的几何布局信息，然后重新加载。其程序分析了若干钢筋混凝土构件，并与试验结果进行了对照。Franklin于1970年发展的方法可以自动形成裂缝，裂缝形成以后应力重新分布，这样在整个加载过程中运算是可以连续进行的，也就是说运算过程将包括从初始荷载直到混凝土破坏。Franklin使用的单元形态包括四边形单元，单轴杆单元，二维粘结单元及联结单元，计算的结构为具有剪力墙的钢筋混凝土刚架。其他研究者的工作，诸如 Sandhu、Wilson (1967) 等人进行的大坝二维分析中，考虑了混凝土的徐变特性。Zienkiewicz等人的二维分析程序中考虑了混凝土的弹塑性性质并用初始应力法来表达。其后 Valliappan、Nath、Doolan 和 Colville 等人的工作是在上述基础上采用了不同的单元形态和不同的混凝土本构关系以及不同的混凝土破坏准则。

Scanlon 等人的工作是综合考虑了混凝土开裂、徐变和干缩等效应，用有限元法分析了钢筋混凝土板，他们发展了层状单元，裂缝的出现将是一层一层地出现的，并假定裂缝出现的方向是平行或垂直于正交配置的钢筋方向。Bell 和 Elms 用有限单元法分析了薄壳，为了能计算裂缝的开展，他们采取了减少单元抗弯刚度和膜刚度的方法，也就是根据不同的应力水平和特定荷载，确定刚度的减少量。Band 和 Pecknold 等采用层状单元模拟混凝土和钢筋并能模拟裂缝的延展，用以计算壳体。另外轴对称结构承受轴对称荷载，与平面问题是很相像的，也可以简化为二维问题。在这方面，Bashid 和 Wahl 等人早在1968年首先用有限元方法分析了预应力混凝土反应堆压力壳结构，按轴对称结构处理。在这种早期的研究中，已经包括了开裂、温度、徐变和加荷历史等因素。在反应堆结构方面的分析一直十分活跃，大量的论

文收集在1971、1973、1975和1977年第1~4次反应堆技术结构力学国际会议的论文集中。

钢筋混凝土结构非线性有限元分析中,对于短期荷载问题,需要模拟下述主要材料特性:(1)混凝土应力-应变之间的非线性本构关系;(2)多轴应变状态下材料破坏准则;(3)混凝土开裂后的表现;(4)混凝土与钢筋之间的交互作用。对于长期荷载,还要考虑材料的时效问题,主要是混凝土的徐变和收缩及温度特性。针对这些材料特性,从70年代以来不少研究者从不同的角度考虑了钢筋混凝土的非线性特征,在提出一些基本假设的基础上,把固体力学中的大部分理论,都试图应用到这种复合材料的非线性分析中,建立了名目繁多的各色各样的数学模型,其中有些模型对结构响应的预测结果,与物理模型试验结果符合较好,并应用于实际工程计算。其中主要的数学模型为以下几类:非线性弹性模型,它是用变模量的分段线弹性材料响应去模拟混凝土非线性变形响应。弹塑性模型,它是建立在理想弹塑性理论上结合混凝土材料特点的一种数学模型,稍后发展的应变硬化弹塑性模型比理想弹塑性模型更接近混凝土材料特征。内时模型(Endochronic Model)适合于三个加载方向上的荷载量值比例为非定常,即所谓非比例加载情况。内时理论是一种特殊形式的粘塑性理论,可以认为,内时模型提供了一种较好的混凝土多轴应力-应变非线性本构关系。但是运行这种模型的程序所需机时花费较高,需要输入的材料参数较多,使工程应用受到限制,这种模型尚待发展改进。

自80年代以来,我国结构工程界在非线性有限元分析方面也取得了可喜的进展。这包括多轴受力混凝土本构关系的试验研究及数学模型研究;非线性有限元数学模型的改进;一些大型特殊结构如反应堆压力壳,水电站压力管道及地下厂房以及若干建筑构件的非线性分析等。

尽管有限元法分析钢筋混凝土结构取得了长足的进展,但是需要强调的是钢筋混凝土试验研究仍然是十分必要和重要的。这

符 号

应力和应变

e_{ij} = 偏应变张量

s_{ij} = 偏应力张量

s_1, s_2, s_3 = 主应力偏量

γ = 工程剪应变

$$\gamma_{oct} = 2\sqrt{\frac{2}{3}J_2'} = \text{八面体工程剪应变}$$

ε_{ij} = 应变张量

$$\varepsilon_{oct} = \frac{1}{3}I_1' = \text{八面体正应变}$$

$\varepsilon_v = I_1' = \text{体积应变}$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ = 主应变

σ = 正应力

σ_{ij} = 应力张量

$\sigma_m = \sigma_{oct} = \text{平均正应力}$

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3}I_1 = \text{八面体正应力}$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ = 主应力

τ = 剪应力

$$\tau_m = \sqrt{\frac{2}{5}J_2} = \text{平均剪应力}$$

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3}J_2} = \text{八面体剪应力}$$

不 变 量

$I_1 = \overline{I_1} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_{ii}$ = 第一应力张量不变量

$I_1' = \overline{I_1'} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_v$ = 第一应变张量不变量

$I_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 =$ 第二应力张量不变量

$I_3 = |\sigma_{ij}| = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 =$ 第三应力张量不变量

$$\overline{I}_2 = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ji} = \frac{1}{2} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)$$

$$\overline{I}_3 = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \sigma_{jk} \sigma_{ki} = \frac{1}{3} (\sigma_1^3 + \sigma_2^3 + \sigma_3^3) = \frac{1}{3} I_1^3 - I_1 I_2 + I_3$$

$J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ji} =$ 第二应力偏量不变量

$$= \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2] \\ + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2$$

$J'_2 = \frac{1}{2} e_{ij} e_{ji} =$ 第二应变偏量不变量

$$= \frac{1}{6} [(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_x - \varepsilon_z)^2] \\ + \varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{zx}^2$$

$J_3 = \frac{1}{3} S_{ij} S_{jk} S_{ki} =$ 第三应力偏量不变量

$$= |s_{ij}| = \frac{1}{3} (s_1^3 + s_2^3 + s_3^3) = s_1 s_2 s_3$$

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} = \text{角度, 见2.2.3节}$$

$r = \sqrt{2J_2} =$ 长度, 见2.2.3节

$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 =$ 静水压轴长度, 见2.2.3节

材料参数

$E =$ 杨氏模量

$f_{bc} =$ 等双轴抗压强度 ($f'_{bc} > 0$)

$f'_c =$ 圆柱体单轴抗压强度 ($f'_c > 0$)

$f'_t =$ 单轴抗拉强度

$G = E/2(1+\nu) =$ 剪切模量

$K = E/3(1-2\nu)$ = 体积模量

k = Drucker-Prager 强度准则常数

α = Drucker-Prager 强度准则常数

ν = 泊松比

c = 摩尔-库仑准则中粘着力

ϕ = 摩尔-库仑准则中摩擦角

其 他

C_{ijkl} = 材料刚度张量

$f(\cdot)$ = 屈服函数

$W(\varepsilon_{ij})$ = 应变能张量

$x, y, z; x_1, x_2, x_3$ = 笛卡尔坐标轴

δ_{ij} = Kronecker delta, 记号, 见2.1.2节

$\{ \}$ = 列矢量

$\{ \}^T$ = 行矢量

$[\]$ = 矩阵

$| \ |$ = 行列式

参考文献	151
第五章 钢筋及粘结的数学模型	159
5.1 钢筋材料本构关系试验	159
5.2 钢筋的有限元模型	163
5.3 钢筋与混凝土之间粘结和滑移的试验研究	174
5.4 粘结滑移的有限元模型	188
参考文献	195
第六章 混凝土弹性-脆性开裂模型	198
6.1 混凝土线弹性-脆性开裂模型	198
6.2 非线性弹性-开裂模型概说	208
6.3 应力-应变关系全量模型	210
6.4 应力-应变关系增量模型	216
参考文献	231
第七章 混凝土弹塑性模型	233
7.1 弹塑性矩阵的一般表达式	235
7.2 加载与卸载准则	240
7.3 Prandtl-Reuss材料	243
7.4 Drucker-Prager材料	246
7.5 莫尔-库仑材料	251
7.6 Willam-Warnke材料	254
7.7 混凝土硬化弹塑性模型	259
参考文献	276
第八章 混凝土徐变的数值分析	279
8.1 混凝土徐变的基本概念及物理性质	279
8.2 流变模型	308
8.3 徐变计算的线性方法	329
8.4 结构物徐变的有限元分析	343
参考文献	354
第九章 钢筋混凝土非线性有限元分析的应用	361
9.1 弹塑性开裂模型的数值实现	361

9.2 弹塑性模型的数值计算步骤·····	368
9.3 若干建筑结构构件的非线性有限元分析算例·····	383
9.4 大跨度预应力混凝土桥·····	395
9.5 预应力混凝土反应堆压力壳 (PCR V) ·····	405
9.6 水电站钢衬-钢筋混凝土输水管道 ·····	415
9.7 双曲线型冷却塔·····	430
参考文献·····	444

第一章 混凝土及钢筋的本构关系试验

在单调荷载或循环荷载作用下，钢筋和混凝土材料多维应力-应变关系，描述了钢筋混凝土材料的基本性质，是采用任何一种有限元方法进行计算分析时所必须提供的基本信息，这种关系可称为本构关系。

必须强调钢筋混凝土材料试验研究的重要性。由材料试验提供的大量数据资料，不仅是建立各种经验公式的基础，也是建立和发展有限元法数学模型的基础。同时，由试验提供的混凝土性质及钢筋与混凝土交互作用等一系列试验数据也是进行有限元计算中必不可少的输入数据。

作为钢筋混凝土非线性有限元分析理论的基础，本章将介绍混凝土在单轴、双轴和三轴受力状态下材料的基本特性以及钢筋材料的基本特性。

需要指出的是，混凝土在承载前，其中的骨料与砂浆之间交界面上就已经存在着大量的微裂缝。在加载时，这些微裂缝进一步扩散，使混凝土在低应力水平上就表现出非线性性质，而在接近破坏时则表现为体积膨胀。这些微裂缝的成因是由于分离，收缩或砂浆中的热胀。由于骨料和砂浆的刚度不同，所以在加载过程中，微裂缝会继续发展。这种刚度的差别可以使得在交界面区域内的应变比平均应变要高出若干倍。由于骨料和砂浆之间的交界面上的抗拉强度明显低于砂浆，这样就在混凝土中形成了薄弱环节。这也就是为什么混凝土抗拉强度很低的主要原因。显然，骨料的大小和质地，将会明显影响混凝土材料的力学性质，这是在进行材料试验研究中需要注意的问题。