

量子规范场论

● 曹昌祺

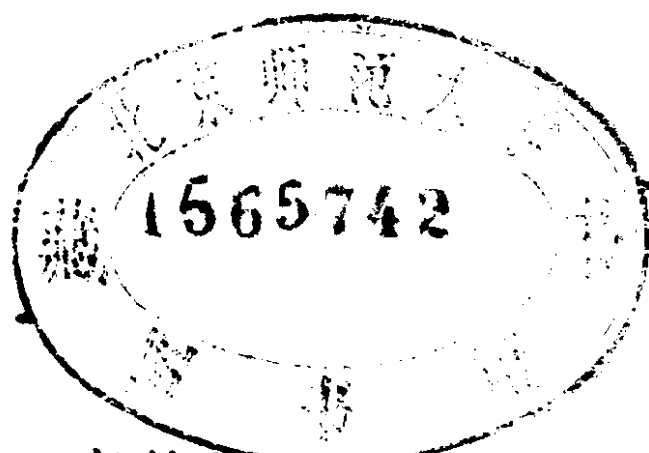
LIANGZI GUIFAN CHANGLUN

高等教育出版社

量子规范场论

曹 昌 祺

J41/131/15



高等教育出版社

内 容 提 要

本书是作者将近年来在北京大学讲授量子规范场论的讲稿加以整理写成的，比较系统地阐述了当代物理学基本理论的这一最新成就。全书共分六章，内容包括：海森伯图象中的格林函数、泛函积分量子化、经典非阿贝尔规范场、非阿贝尔规范场的量子化、非阿贝尔规范场的重正化理论、重正化群方程和顶角函数的大动量渐近行为，本书可作为物理系研究生的教学用书，相当于周学时为4的一学期的教学内容，并可供高校教师及有关科研人员参考。

量子规范场论

曹昌祺

*

高等教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
国防工业出版社印刷厂印刷

*

开本 850×1168 1/32 印张 17.5 字数 430 000

1990年11月第1版 1990年11月第1次印刷

印数 0001—1 470

ISBN 7-04-002510-8/O·838

定价 5.60 元

序 言

本书是作者将近年来在北京大学讲授量子规范场论的讲稿加以整理写成的。虽然作了一些补充，但大体上仍相当于周学时为4的一学期课程的内容。

这门课程是为理论物理专业的研究生开设的，先修课程为高等量子力学、量子场论和群论。学习者一般还需具有一些粒子物理的初步知识。本课程只限于讲授量子规范场论的基本内容，一些比较专门的问题和发展得还不够成熟的内容皆未包括在内。此外对粒子物理也涉及不多，因为粒子物理学的课程另外开设。

为了方便研究生的学习，讲授时曾指定下列书籍或文集为参考书：

L. D. Faddeev & A. A. Slavnov, "Gauge Fields, Introduction to Quantum Theory".

C. Itzykson & J. - B. Zuber, "Quantum Field Theory".

J. C. Taylor, "Gauge Theories of Weak Interactions".

Les Houches, Session 28, 1975, "Methods in Field Theory".

Abers & B. W. Lee, "Gauge Theories", Physics Reports, 9 C No 1, 1973.

讲稿中吸取了这些书中不少好的讲法，在写成书时它们也被保留了下来。

一般文献在本书中皆不列出（比较特殊的除外），需要的读者可从上述参考书中找到（前两本参考书已有中文译本）。

本书的第一章和第二章为准备部分。由于量子场论课程中主

要讲作用图象，因此，我们用第一章补充有关海森堡图象中格林函数的内容，第二章讲解泛函积分量子化方法，为规范场的量子化作准备。从第三章开始才进入对非阿贝尔规范场的讨论。

本书采用自然单位制。洛伦兹指标 μ 取为(1, 2, 3, 4)，度规张量为 $\delta_{\mu\nu}$ 。四维矢量 A_μ 的第4分量 A_4 等于 iA_0 。场论中常用的一些不变函数的定义，各书不尽相同，我们采用的定义除在书中有说明外，还可在附录中查到。

量子规范场论是一门新发展起来的理论，有关的教材（包括国内外）还很少。教学内容应如何取舍、讨论的深度应如何掌握、怎样讲才既比较透彻又不使初学者感到繁琐等还需要进一步研究。作者恳切地希望听到批评意见，对于书中错误和不当之处，更盼读者和使用本书的教师在发现后予以指正。

曹昌祺

1987年9月于北京大学燕园

目 录

引言	1
第一章 海森伯图象中的格林函数	4
1.1 海森伯图象中的状态矢量和场算符	4
1.2 格林函数和顶角函数, 质壳重正化参量	29
1.3 格林函数和顶角函数的生成泛函, 重正化规格条件	50
第二章 泛函积分量子化	67
2.1 量子力学振幅的路径积分表示	67
2.2 相干态和相干态全纯表象	79
2.3 全纯表象中的路径积分, 标量场的泛函积分量子化	97
2.4 用泛函积分表示的 S 矩阵和格林函数生成泛函	110
2.5 稳相法和按圈数的展开, 单圈图的顶角函数生成泛函	132
2.6 有效势和场的真空期望值	149
2.7 格拉斯曼代数和旋量场的泛函积分量子化	164
第三章 经典非阿贝尔规范场	185
3.1 非阿贝尔定域规范变换	186
3.2 规范场强张量和定域规范不变的拉格朗日函数	198
3.3 整体连续对称性的自发破坏, Goldstone 定理	217
3.4 定域规范对称性的自发破坏, Higgs 机制	227
3.5 手征对称性与零质量的旋量场*	241
3.6 手征规范对称性, 电弱统一理论*	254
3.7 规范场的动力学变量与约束, 规范场理论的哈密顿体系	272
第四章 非阿贝尔规范场的量子化	287
4.1 库仑规范下的量子化	287
4.2 协变量子化, ξ 规范和 Faddeev-Popov 虚粒子	299
4.3 单圈图近似下的规范场顶角函数生成泛函*	318
4.4 与旋量场和标量场相互作用的规范场, 么正规规范、 ξ 规范和 R_ξ 规范	323

第五章 非阿贝尔规范场的重正化理论	334
5.1 关于重正化的一般讨论	334
5.2 高阶协变导数规制化	349
5.3 维数规制化方法	363
5.4 单圈图的重正化	375
5.5 Slavnov-Taylor 恒等式, BRS 变换下的不变性	397
5.6 非阿贝尔规范场论的重正化	427
5.7 规范理论中的 γ_5 反常问题	448
第六章 重正化群方程和顶角函数的大动量渐近	
行为	464
6.1 Gell-Mann — Low 函数与光子传播子的大动	
量渐近行为	465
6.2 标度不变性和重正化对它的破坏	476
6.3 质量无关的重正化和重正化群方程	484
6.4 顶角函数的大动量渐近行为, 非阿贝尔规范作用	
的渐近自由性	501
6.5 含复合算符的顶角函数的重正化, 算符乘积的展开*	519
附录 符号及公式	542

引 言

非阿贝尔规范场理论是场论的最新发展。量子规范场论已成为现代粒子理论的主要基础。

在本世纪30年代人们就已认识到：所有微观客体都是某种量子场。不仅电磁场是量子场（它的量子为光子），就是费米子（例如电子）也是某种场的量子。因为每种费米子都有它的反粒子，它们可以成对地湮没或产生，需要用量子场来统一地描写它们。

在量子场论中，人们可以在拉格朗日函数中引入相互作用项以描述量子场之间的各种相互作用。在30年代人们就已知道，粒子间的基本相互作用除了引力作用以外，还有电磁作用、弱作用和强作用。后两者都是在核物理的研究中被发现的。使质子和中子结合成核的作用就属于强作用，而导致核的 β 衰变的作用则是弱作用。通过强作用和弱作用，粒子还可以互相转化。

电磁作用具有一种定域阿贝尔规范对称性，因此电磁场属于阿贝尔规范场。1954年杨振宁和 Mills 以及1955年 Shaw 把定域规范变换的概念推广到了具有内部对称性的理论中。他们的研究表明，同样要有相应的规范场与物质场相耦合，才能使内部自由度的对称性成为定域的规范对称性。内部自由度的对称性是由非阿贝尔群描述的，因此这种规范场就称为非阿贝尔规范场，它所传递的作用称为非阿贝尔规范作用。

非阿贝尔规范理论被提出以后，并没有立即在粒子物理中获得应用。这是因为：①定域规范对称性要求非阿贝尔规范场的量子象光子一样是质量为零的矢量玻色子，它所传递的作用应为长程作用，而实验上并未发现这种粒子和这种相互作用；②非阿贝

尔规范场在量子化方面存在着困难，如果简单地仿照电磁场的方式来进行量子化，则所得出的 S 矩阵不满足么正性的要求。

60年代初，固体物理中的对称性自发破坏的概念被Nambu等引入到粒子物理中。但是在相对论性理论中，连续对称性的自发破坏带来一个问题，即它不可避免地导致零质量粒子的出现。这种零质量粒子被称作Nambu-Goldstone粒子。几年以后Higgs等人阐明，如果发生自发破坏的是定域规范对称性，则这种零质量的Nambu-Goldstone粒子将与规范场耦结在一起，使规范场量子成为有质量的矢量玻色子，而Nambu-Goldstone粒子本身不再作为物理粒子出现。

这一进展带来了将非阿贝尔规范理论应用到短程作用上的可能性。

1967年和1968年，Weinberg和Salam在弱作用普适 $V-A$ 相互作用理论的基础上，提出了统一描述弱作用和电磁作用的定域规范理论。在这个理论中，定域规范对称性发生了自发破坏，一部分规范玻色子获得了大的质量，它们所传递的作用就是实际观测到的短程的弱作用，而剩余对称性所相应的规范作用就是长程的电磁作用。

电弱统一理论已获得巨大成功，它所预言的中性弱流作用已于1973年为中微子散射实验所证实，传递弱作用的有质量的矢量玻色子 W^{\pm} 和 Z^0 也于1982—1983年被发现，而且它们的质量与理论所预言的相符合。

几乎在电弱统一理论发展的同时，非阿贝尔规范场的量子化和重正化问题也得到了解决。1967年Faddeev和Popov找到了推导非阿贝尔规范场的费曼规则的系统方法。1971年't Hooft又证明了非阿贝尔规范场论是可重正化的。这些工作使量子规范场论得以建立和完善。

通常从经典理论过渡到量子理论，是将描述物理量的普通数

(c 数)换成不可对易的量 (q 数). 这种不可对易量可以用算符来表示, 因此这种量子化方法称为算符量子化. 40年代, 费曼发展了另外一种量子化方法, 称为泛函积分量子化 (或路径积分量子化), 并把它推广到场论中去. Faddeev和Popov正是采用这种方法比较完整地解决了非阿贝尔规范场的量子化问题.

关于强作用, 1964年Gell-Mann和Zweig提出了强子是由更小的夸克子所组成的理论模型. 从重子波函数的交换对称性, 人们又提出了夸克子可能还具有一个隐藏的自由度. 这个自由度称为色自由度, 夸克子具有色自由度的内部对称性. 色自由度的存在和色对称性后来在 e^+e^- 湮没实验和 π^0 衰变为 2γ 的实验中都得到了支持. 色对称性的定域规范化所得出的理论称为色动力学 (QCD), 其中将出现 8 个规范玻色子 (称为色胶子), 它们是强作用的作用量子, 夸克子在吸收或放射色胶子时将在色自由度上发生跃迁.

轻子-核子深度非弹性散射的实验结果不仅有力地支持了核子是由更小的粒子构成的模型, 而且它所揭示出来的强作用渐近自由性, 使得QCD几乎成为强作用的唯一的候选理论. 因为理论研究表明, 只有非阿贝尔定域规范作用才可能具有渐近自由的性质, 其他所有可重正化的相互作用都是反渐近自由的 (至于零质量的自由色胶子未被发现, 人们则作为一个特殊问题试图用非阿贝尔规范理论的红外特性来解释).

这样, 粒子间的电磁作用、弱作用和强作用都是定域规范作用. 量子规范场论从而就成为现代粒子理论的主要基础.

第一章 海森伯图象中的格林函数

在作具体的微扰论计算时，采用作用图象是比较合适的，因为在作用图象中建立的协变微扰论确实是一个方便的计算工具。但当我们对格林函数或 S 矩阵的性质作普遍性的讨论时，采用海森伯图象往往更加方便。因此在正式讲授规范场本身的内容之前，作为准备，我们将在这一章中对海森伯图象中状态矢量和场算符等基本概念、格林函数和顶角函数以及它们的生成泛函和重正化规格条件等进行必要的讨论。

1.1 海森伯图象中的状态矢量和场算符

为了以后讨论的需要，在本节中我们将对海森伯图象中的状态矢量和场算符的意义作一个物理上的说明。其中有些说法虽不是准确性的，但具有表征性意义，对我们从物理上来理解一些量有帮助。另外，入射场和出射场算符是海森伯图象中常用来标志状态矢量和 S 矩阵元的工具，因此也将在这一节中一并介绍。

1 状态矢量和算符的基本概念 在海森伯图象中，状态矢量（简称状态）不随时间变化。对于这一点在物理上应如何理解？是不是说所讨论的状态只限于定态？回答当然是否定的。

在物理学中，体系的一个变化过程既有它的特殊性又有普遍性内涵。普遍性内涵体现在它服从运动规律，而其特殊性则反映在初始条件上。在海森伯图象中，体系变化的普遍性内容已归入到力学量中（这与薛定谔图象和作用图象不同），而状态矢量只起初始条件的作用，即标定某个特殊过程。因此，也可以说：在海森伯

图象中，一个状态矢量代表体系的一个运动过程，而要标定一个过程，只要标出体系任一时刻的情况即可。这样，若体系在 t_1 时刻情况为 A_1 ，在 t_2 时刻情况为 A_2 ，则该状态矢量既可记作 $|A_1, t_1\rangle$ ，也可记作 $|A_2, t_2\rangle$ ，因为两者代表同一过程。于是就有

$$\langle A_1, t_1 | A_2, t_2 \rangle = 1.$$

至于 $|A, t_1\rangle$ 和 $|A, t_2\rangle$ ，一般它们并不相等，因为“ t_1 时刻为 A ”和“ t_2 时刻为 A ”这两种初条件一般对应于不同的过程（除了定态以外）。如果是定态，就不必标出时间，表成 $|A\rangle$ 即可。

已知体系在 t_1 时刻情况为 A ，问：到 t_2 时刻情况为 B 的几率振幅如何表示？根据上面说明，这一几率振幅可以直接表示为 $\langle B, t_2 | A, t_1 \rangle$ 。当然具体算它的值时，还是需要知道该体系在 t_2 时刻的情况 A' ，然后通过

$$\langle B, t_2 | A, t_1 \rangle = \langle B, t_2 | A', t_2 \rangle$$

来计算。

在场论中，所有算符都由场算符构成。特别是格林函数可表为场算符编时乘积的真空矩阵元。因此重要的是场算符的物理意义。下面分别对标量场和旋量场加以说明，并对两者进行比较。

先看标量场。设场局限于体积 $V = L^3$ 的立方腔内，这时标量场算符 $\hat{\varphi}(x)$ 和它的正则共轭场 $\hat{\pi}(x)$ 可以展开为

$$\hat{\varphi}(x) = \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\sqrt{2\omega V}} [\hat{c}_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + \hat{d}_{\mathbf{k}}^\dagger(t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}], \quad (1.1.1)$$

$$\hat{\pi}(x) = -i \sum_{\mathbf{k}} \sqrt{\frac{\omega}{2V}} [\hat{d}_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} - \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger(t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}].$$

其中
$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{L}(m_1 \mathbf{e}_1 + m_2 \mathbf{e}_2 + m_3 \mathbf{e}_3),$$

\mathbf{e}_1 、 \mathbf{e}_2 和 \mathbf{e}_3 为沿立方体三个边线的单位矢量， m_1 、 m_2 和 m_3 为整数， $\omega \equiv \sqrt{k^2 + m^2}$

通过傅里叶变换可从 $\hat{\varphi}(\mathbf{x}, t)$ 和 $\hat{\pi}(\mathbf{x}, t)$ 解出 $\hat{c}_k(t)$ 和 $\hat{d}_k(t)$ ，注意，仅从 $\hat{\varphi}(\mathbf{x}, t)$ 不可能分别确定 $\hat{c}_k(t)$ 和 $\hat{d}_k(t)$ ，而只能定出它们的组合 $\hat{c}_k(t) + \hat{d}_k(t)$ 。

从 $\hat{\varphi}$ 和 $\hat{\pi}$ 以及 $\hat{\varphi}^*$ 和 $\hat{\pi}^*$ 的对易关系不难求出下列对易关系式

$$[\hat{c}_k(t), \hat{c}_{k'}^*(t)] = \delta_{kk'}, \quad (1.1.2)$$

$$[\hat{d}_k(t), \hat{d}_{k'}^*(t)] = \delta_{kk'}.$$

其余对易子为零。算符

$$\hat{n}_k^{(+)}(t) \equiv \hat{c}_k^*(t) \hat{c}_k(t). \quad (1.1.3)$$

代表 t 时刻动量为 k 的正粒子数算符，而

$$\hat{n}_k^{(-)}(t) \equiv \hat{d}_k^*(t) \hat{d}_k(t). \quad (1.1.4)$$

代表 t 时刻动量为 k 的反粒子数算符。正、反总粒子数算符 \hat{n}^{\pm} 则为 \hat{n}_k^{\pm} 对所有 k 的和

$$\hat{n}^{(\pm)}(t) = \sum_k \hat{n}_k^{(\pm)}(t). \quad (1.1.5)$$

当长度 L 趋于无穷时，可把求和化为积分：

$$\sum_k \rightarrow \int \frac{V}{(2\pi)^3} d^3k.$$

◆

$$\hat{c}(\mathbf{k}, t) = \sqrt{\frac{2\omega V}{(2\pi)^3}} \hat{c}_k(t),$$

$$\hat{d}^+(\mathbf{k}, t) = \sqrt{\frac{2\omega V}{(2\pi)^3}} \hat{d}_{\mathbf{k}}^+(t). \quad (1.1.6)$$

则 (1.1.1) 式可以化成

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}(x) &= \int d\tilde{\mathbf{k}} \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} [\hat{c}(\mathbf{k}, t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \\ &\quad + \hat{d}^+(\mathbf{k}, t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}], \\ \hat{\pi}(x) &= -i \int d\tilde{\mathbf{k}} \frac{\omega}{(2\pi)^{3/2}} [\hat{d}(\mathbf{k}, t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \\ &\quad - \hat{c}^+(\mathbf{k}, t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}]. \end{aligned} \quad (1.1.7)$$

其中

$$\begin{aligned} \int d\tilde{\mathbf{k}} &\equiv \int \frac{d^3\mathbf{k}}{2\omega} = \\ &\int d^4k \delta(k^2 + m^2) \theta(k_0). \end{aligned} \quad (1.1.8)$$

代表相对论不变的三维积分。算符 $\hat{c}(\mathbf{k}, t)$ 和 $\hat{c}^+(\mathbf{k}, t)$ 的对易关系为

$$[\hat{c}(\mathbf{k}, t), \hat{c}^+(\mathbf{k}', t)] = 2\omega \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad (1.1.9)$$

因为

$$\begin{aligned} &[\hat{c}(\mathbf{k}, t), \hat{c}^+(\mathbf{k}', t)] \sim \\ &\frac{2\omega V}{(2\pi)^3} [\hat{c}_{\mathbf{k}}(t), \hat{c}_{\mathbf{k}'}^+(t)] = \frac{2\omega V}{(2\pi)^3} \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}, \quad \text{从而} \\ &\int d^3\mathbf{k}' [\hat{c}(\mathbf{k}, t), \hat{c}^+(\mathbf{k}', t)] \sim \\ &\frac{(2\pi)^3}{V} \sum_{\mathbf{k}'} \frac{2\omega V}{(2\pi)^3} \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = 2\omega, \end{aligned}$$

与直接用 (1.1.9) 式代入后计算的结果一致。

同样, 对反粒子也有对易关系

$$[\hat{d}(\mathbf{k}, t), \hat{d}^\dagger(\mathbf{k}', t)] = 2\omega \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}').$$

算符

(1.1.10)

$$\hat{n}^{(+)}(\mathbf{k}, t) \equiv \hat{c}^\dagger(\mathbf{k}, t) \hat{c}(\mathbf{k}, t) \text{ 代表不变 } \mathbf{k} \text{ 空}$$

间中的 t 时刻粒子数密度算符, 因为

$$\begin{aligned} & \int d\bar{\mathbf{k}} \hat{c}^\dagger(\mathbf{k}, t) \hat{c}(\mathbf{k}, t) \sim \\ & \frac{(2\pi)^3}{V} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{2\omega} \frac{2\omega V}{(2\pi)^3} \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger(t) \hat{c}_{\mathbf{k}}(t) \\ & = \sum_{\mathbf{k}} \hat{n}_{\mathbf{k}}^{(+)}(t) = \hat{n}^{(+)}(t). \end{aligned} \quad (1.1.11)$$

从 (1.1.9) 和 (1.1.11) 不难得出, 若 $|n, t\rangle$ 为粒子数的本征态, 则 $\hat{c}^\dagger(\mathbf{k}, t)$ 作用到 $|n, t\rangle$ 上面时, 所得的结果仍为粒子数的本征态, 但本征值增加 1. 在下文中我们仍将简单地称 $\hat{c}^\dagger(\mathbf{k}, t)$ 为在 t 时刻发射动量为 \mathbf{k} 的正粒子的算符, 尽管这一名称原本属于 $\hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger(t)$ (算符 $\hat{c}^\dagger(\mathbf{k}, t)$ 在量纲上就与 $\hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger(t)$ 不同).

在自由场情况下, $\hat{c}(\mathbf{k}, t)$ 和 $\hat{d}^\dagger(\mathbf{k}, t)$ 随时间的变化具有简单的形式

$$\hat{c}(\mathbf{k}, t) = \hat{c}(\mathbf{k}) e^{-i\omega t}. \quad (1.1.12)$$

$$\hat{d}^\dagger(\mathbf{k}, t) = \hat{d}^\dagger(\mathbf{k}) e^{i\omega t}.$$

于是 $\hat{\varphi}(x)$ 的展开式可写成

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}(x) = & \int d\bar{\mathbf{k}} \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} [\hat{c}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + \\ & \hat{d}^\dagger(\mathbf{k}) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}]. \end{aligned} \quad (1.1.13)$$

其中 $\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t$ 代表四维标积. 这时仅从 $\hat{\varphi}(x)$ 即可定出 $\hat{c}(\mathbf{k}, t)$ 和 $\hat{d}^\dagger(\mathbf{k}, t)$, 因为它们随时间的变化不同. 相应的公式为

$$\hat{c}(\mathbf{k}) = - \int d^3 x \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \overleftrightarrow{\partial}_4 \hat{\varphi}(\mathbf{x}), \quad (1.1.14)$$

$$\hat{d}^\dagger(\mathbf{k}) = \int d^3 x \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \overleftrightarrow{\partial}_4 \hat{\varphi}(\mathbf{x}).$$

其中 $f(\mathbf{x}) \overleftrightarrow{\partial}_4 \hat{\varphi}(\mathbf{x})$ 代表 $f(\mathbf{x})[\partial_4 \hat{\varphi}(\mathbf{x})] - [\partial_4 f(\mathbf{x})]\hat{\varphi}(\mathbf{x})$.

$\hat{\varphi}(\mathbf{x}, t)$ 是否代表 \mathbf{x} 表象中粒子的吸收算符? 在非相对论的二次量子化理论中, 零自旋粒子的薛定谔波函数在量子化以后的算符 $\hat{\phi}_s(\mathbf{x}, t)$ 确实具有这样的意义, 因为它满足下述对易关系

$$[\hat{\phi}_s(\mathbf{x}, t), \hat{\phi}_s^\dagger(\mathbf{x}', t)] = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \quad (1.1.15)$$

而且

$$\int d^3 x \hat{\phi}_s^\dagger(\mathbf{x}, t) \hat{\phi}_s(\mathbf{x}, t) = \hat{n}(t). \quad (1.1.16)$$

$\hat{n}(t)$ 为总粒子数算符. 我们可以简单地称 $\hat{\phi}_s(\mathbf{x}, t)$ 为在 t 时刻吸收一个坐标为 \mathbf{x} 的粒子的算符.

在相对论性场论中, 情况有所不同. 首先相对论性的标量场算符 $\hat{\varphi}(\mathbf{x}, t)$ 包括两个部分, 它们分别涉及正、反粒子自由度, 需要分开. $\hat{\varphi}(\mathbf{x}, t)$ 的分解式为

$$\hat{\varphi}(\mathbf{x}, t) = \hat{\varphi}_{(+)}(\mathbf{x}, t) + \hat{\varphi}_{(-)}(\mathbf{x}, t). \quad (1.1.17)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{\varphi}_{(+)}(\mathbf{x}, t) &= \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\sqrt{2\omega V}} \hat{c}_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \\ &= \int d\tilde{\mathbf{k}} \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \hat{c}(\mathbf{k}, t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \end{aligned}$$

$$\hat{\varphi}_{(-)}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\sqrt{2\omega V}} \hat{d}_{\mathbf{k}}^{\dagger}(t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}$$

$$= \int d\tilde{\mathbf{k}} \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \hat{d}^{\dagger}(\mathbf{k}, t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}.$$

(1.1.18)

其次，这样分出来的 $\hat{\varphi}_{(+)}$ 和 $\hat{\varphi}_{(-)}$ 也并不分别就是在 t 时刻吸收一个坐标为 \mathbf{x} 的正粒子和发射一个坐标为 \mathbf{x} 的反粒子的算符，关于这一点，我们将在下面进一步说明。实际上，在相对论性场论中，标量粒子的确切含义是标量场的量子，它并不完全相似于量子力学中的粒子。只在粗略的意义上（或者说在作非相对论近似后）才可以把 $\hat{\varphi}_{(+)}$ 称为 t 时刻吸收坐标为 \mathbf{x} 的正粒子的算符^①，把 $\hat{\varphi}_{(-)}$ 称为 t 时刻发射坐标为 \mathbf{x} 的反粒子的算符。这样 $\hat{\varphi}(\mathbf{x}, t)$ 作为两者之和可以粗略地看成是 \mathbf{x} 表象中粒子数减少算符，因发射一个反粒子或吸收一个正粒子都使粒子数减少1。同理 $\hat{\varphi}^{\dagger}(\mathbf{x}, t)$ 可粗略地称为 \mathbf{x} 表象中粒子数增加算符。当然也可把 $\hat{\varphi}(\mathbf{x}, t)$ 称作 \mathbf{x} 表象中反粒子数增加算符，把 $\hat{\varphi}^{\dagger}(\mathbf{x}, t)$ 称作反粒子数减少算符。

无论是否存在场之间的相互作用，算符 $\hat{c}(\mathbf{k}, t)$ 、 $\hat{d}(\mathbf{k}, t)$ 、 $\hat{c}^{\dagger}(\mathbf{k}, t)$ 、 $\hat{d}^{\dagger}(\mathbf{k}, t)$ 以及 $\hat{\varphi}(\mathbf{x}, t)$ 和 $\hat{\varphi}^{\dagger}(\mathbf{x}, t)$ 的意义都一样。有无相互作用的差别，只在于不同时刻的算符之间关系不同。另外，以上所说的吸收和发射的粒子都是指裸粒子。那种认为在有相互作用时海森伯图象中的吸收和发射算符是指物理粒子的吸收和发射算符的看法，是不正确的。

根据上面的讨论， $\hat{\varphi}^{\dagger}(\mathbf{x}_1, t_1)$ 作用到某个态 $|a\rangle$ 上所得的新态 $\hat{\varphi}^{\dagger}(\mathbf{x}_1, t_1)|a\rangle$ ，与原态的差别在于：在 t_1 时刻，后者比前者在 \mathbf{x}_1 处（裸）粒子数增加1个。由此还可看出， $\hat{\varphi}^{\dagger}(\mathbf{x},$

① 注意 $\hat{\varphi}_{(+)}$ 与薛定谔波函数 ϕ_s 的量纲不同。比较完全的说法是，在非相对论近似下 $\sqrt{2m}\hat{\varphi}_{(+)}$ 代表 t 时刻吸收坐标为 \mathbf{x} 的正粒子的算符，见下文。