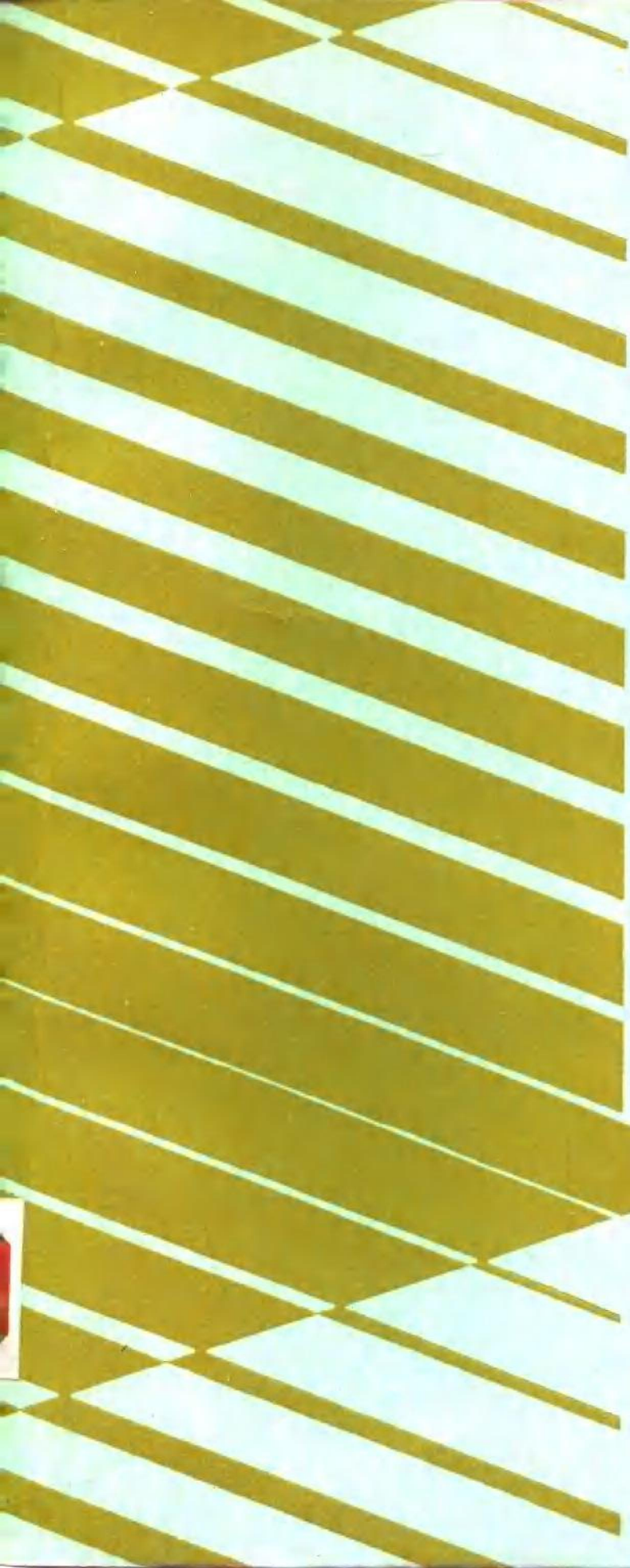




(美) J.A. 斯特莱顿 著

电磁理论

科学出版社

电 磁 理 论

[美] J. A. 斯特莱顿 著

方能航 译

科 学 出 版 社

1 9 9 2

(京)新登字 092 号

内 容 简 介

本书是一本电磁理论方面的经典著作。书中对宏观电磁理论进行了全面和系统的论述,重点是交变电磁场、电磁波的辐射与传播。本书以麦克斯韦方程为出发点指导读者如何应用它解决各种电磁问题,因此也可称之为麦克斯韦方程的应用手册。

全书共分九章。主要内容包括:场方程;应力与能量;静电场;静磁场;无限、均匀媒质中的平面波;柱面波;球面波;辐射;边值问题。

译文中对原著的错漏之处作了详细的注解说明,对有些重要公式进行了推导。这对完善原著的内容起了一定的作用,也便于读者阅读、理解。

本书是从事天线、微波、电波传播、雷达、通信等工作的科研人员和工程技术人员的极好的参考书,也是高等院校有关专业的教师、研究生和大学生的重要教学参考书。

J. A. Stratton

ELECTROMAGNETIC THEORY

McGraw-Hill, 1941

电 磁 理 论

〔美〕J. A. 斯特莱顿 著

方能航 译

责任编辑 唐正必 刘兴民

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100707

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1992年6月第 一 版 开本:787×1092 1/16

1992年6月第一次印刷 印张:33

印数:1—1500 字数:759 000

ISBN 7-03-002613-6/TN·112

定价:28.00 元

译 者 的 话

J. A. 斯特莱顿的《电磁理论》一书,自1941年出版以来,已成为天线、微波工作者所必备的参考书,被公认为电磁理论方面的经典著作。随便翻阅一下天线、微波方面的专业书籍或杂志中的论文就可发现,在涉及基础理论的场合,大部分作者都引用这本书中的有关内容。从这个意义上说,《电磁理论》几乎是天线、微波技术工作者的“共同语言”或通用“辞典”。在需要引证基础理论的场合,只需引证一下这本书中的有关章节就可解决问题。这不仅为读者提供了方便,而且,能使读者节省许多时间和精力。

《电磁理论》之所以能成为深受广大天线、微波工作者欢迎的著作,主要是因为它综合了大量经典文献的内容,并加上了作者自己的研究成果,而且立论严谨,叙述系统,文笔流畅,文字精练,选材全面。尤为突出的是它以麦克斯韦方程为出发点来指导读者怎样用麦克斯韦方程分析问题。

该书出版后受到各国学术界的高度重视。苏联在1948年就已经将其翻译成俄文出版了。我国也曾多次以内部油印本或铅印本教材形式译成中文,可见我国天线、微波工作者对该书的迫切需要程度。现在该书中译本的出版,这一定会有利于我国天线、微波事业的发展,并能为培养这方面的人才提供条件。

本书是全文照译的。除了个别极其明显的印刷错误外,其它不当之处均以“注解”形式作了说明,并附有必要的公式推导或证明,供读者参考。

为了帮助读者更好地理解此书的内容,译者在注解中对一些关键问题或经常引用的内容,作了比较详细的说明或推导。但是,为了节省篇幅,有些要说明的内容只作了提示,更详细的叙述或证明可参阅译者所著《电磁理论导引》(科学出版社,1986年)一书。

我国学者蒋泽明、赵崇浩、沈伊林在他们的《关于 J. A. Stratton 所著“Electromagnetic Theory”一书的注改》中,对《电磁理论》原著的某些内容或叙述方式提出了很好的意见。为了便于读者阅读,译者将他们的有关意见列在注解中,并注明“蒋赵沈注”。俄译本审校者的注解,我们也按内容顺序分别插入本书注解之中,并注明“俄译本注”。

需要指出的是,译者不能同意俄译本审校者认为斯特莱顿在本书中系统地采用 ∇ 算子仅仅是为了符号上的统一那种看法。事实上, ∇ 算子运算法可以将对矢量函数的微分运算转变成矢量代数运算,从而大大简化复杂的推导过程。系统地采用 ∇ 算子运算法正是斯特莱顿这本书的一个很突出的优点。因此,完全没有必要像俄译本那样把用 ∇ 算子表示的函数改用普通符号 grad, div 或 rot 等表示。至于 ∇ 算子运算法本身的问题,译者已在《电磁理论导引》一书中作了较详细和系统的说明,故在本书的注解中仅作一简要的介绍。

关于磁流、磁荷的概念及等效原理等,本书介绍得比较简单,读者也可参阅《电磁理论导引》一书。关于电磁能与电磁力,以及波速问题,可参阅黄席樁教授的两本专著——《电磁能与电磁力》(人民教育出版社,1983年)和《论波速》(高等教育出版社,1986年)的有

关章节。

在本书的翻译过程中,译者得到了中国电子学会天线专业学会主任委员茅于宽教授、副主任委员任朗教授和南京电子技术研究所总工程师张光义高级工程师的鼓励和支持。丁燮华工程师对译稿提出了许多修改意见。国内早期的内部译本和俄译本也给了译者不少帮助。借此机会,译者向有关同志致以衷心的感谢。由于水平所限,译文中不妥或不当之处在所难免,敬请读者批评指正。

序

约 70 年前,麦克斯韦 (Maxwell) 在《电磁论》一书中所采用的叙述方式,对以后英国或美国出版的每一本同类的书,几乎都起着支配性影响,而且这种影响一直持续到今天。写作《电磁论》的意图,是只从法拉第 (Faraday) 的观点出发,统一地对所有已知的电磁现象进行系统的叙述。因此,书中很少甚至没有提到在更早年代中由欧洲大陆上的黎曼 (Riemann)、韦伯 (Weber)、基尔霍夫 (Kirchhoff) 和亥姆霍兹 (Helmholtz) 等人提出的假说。完全不考虑这些老的理论,对以后物理学的发展显然是没有好处的。但就传播法拉第的思想而言,在《电磁论》中,这个目的无疑是达到了;而对表达作者本人的贡献来说,《电磁论》则是不太成功的。大体上讲,麦克斯韦独创的理论和学说(位移电流概念,光和电磁振动的同一性),在《电磁论》中的叙述并不比原来有关文章的介绍更完整,而且形式上也不如原来的文章吸引人。第一卷和第二卷的大部分都是讨论稳态场。在多达 1000 页的书中,只有 12 页用来叙述电磁场的一般方程,18 页用来叙述平面波的传播和光的电磁理论,20 页用来叙述磁光学。书中所论述的位理论在数学上的完整性和电路理论的实用性,从该书出版之时起几乎以同样的程度影响着英国和美国的作者。只有亥维赛 (Heaviside) 一个人以其独创精神偏离了这个轨道。

至于对麦克斯韦方程基本内容的探索,人们还得转向欧洲大陆。在那里,赫兹 (Hertz)、庞加莱 (Poincaré)、洛伦兹 (Lorentz)、亚伯拉罕 (Abraham)、萨默菲尔德 (Sommerfeld),以及他们的同事和学生所进行的工作,已经使人们对物理现象的理解较前深入得多,并且还导致规模巨大的工业上的应用。

本书试图更详细地论述时变电磁场和电磁波传播理论,并适当注意稳态场。在一般情况下,从以后的应用目的出发,在较简单的条件下引入基本概念。读者必须具有电学和磁学的一般知识。这些知识可从以库仑、安培和法拉第实验定律为基础的初等教程中获得,深一层的知识可从讨论电路的一般性质,热离子和电子器件,电机的初步理论,并以麦克斯韦方程的表述结尾的中级教程中获得。本书就是从这里开始的。第一章包括对满足场和位的方程的一般叙述,单位制理论的回顾,关于曲线坐标系的参考材料和张量分析概要,并以在空间-时间连续系统内场方程的表述结束。第二章也是一般性的叙述,第一遍阅读的时候,其中的许多材料可以略去不读。在这一章中,有关于可不参考具体坐标系统而推导出来的场的基本特性的讨论。对麦克斯韦方程的量纲分析可得出矢量 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 的基本定义,而对能量关系的研究,可获得作用于电荷、电流元及中性物质上的机械力的表达式。用这种方式建立了可观察的力与用来描述场结构的矢量之间的直接联系。

在第三和第四章中,稳态场方程是作为动态场方程的特殊情况来处理的。波传播的问题在第五章中讨论。这一章讨论的是均匀平面波,特别注意了谐波分析法,比较详细地考虑了色散问题。第六和第七章处理柱面波和球面波在无限空间中的传播问题,提供了必需用到的有关贝塞耳函数和球谐波函数的辅助材料,并考虑了波动方程的矢量解。场与源的关系、辐射的一般理论及基尔霍夫-惠更斯绕射理论的概要第八章中叙述。

最后,在第九章中,我们研究平面、柱面和球形表面对电磁场传播的影响。实际上,这

一章的内容是前几章中建立起来的一般理论在有解决实际问题方面的应用。读者在这里将见到物理光学的最重要的定律,了解到有关波沿柱形导体、地表面传播的基本理论和有关腔体振荡的讨论。

遗憾的是我们未能更多和更详细地给出特殊问题数值解的例子。由于篇幅的限制,对于一本覆盖如此广阔领域的书来说,要做到这一点是不现实的。本书的首要目标是详细而严格地阐述电磁理论,所选例题仅供说明原理用,并不想对天线的设计、传输线特性和具有重要工程意义的类似问题作包罗万象的叙述。作者希望本书能为对专门领域中的原始文献进行批判性评价提供所必需的基本背景知识,并能满足那些在不知来龙去脉和限制条件情况下不愿接受工程计算公式的人的需要。

除了头两章之外,每章都附有一组习题。研究理论的令人满意的唯一方式是把它应用到具体问题上,选择习题时考虑到了这一点。但习题也涉及到了许多不得不从正文中删去的内容。最后几章的习题尤其如此。大多数情况下给出了答案或参考文献。

本书只讨论宏观现象。把讨论扩展到夫伦克耳(Frenkel)称之为“准微观状态”的富有成果的领域,以及讨论物质的经典电子论方面的许多出色结果都是很有吸引力的。但是,根据现今科学的进展情况,任何一个想那样做的人都会很快变得无所适从。虽然经典电动力学的许多定律可以直接应用到亚微观领域中去,但人们没有选用的依据。作者坚信,必须从量子电动力学朝经典理论过渡,而不是反过来。不管量子动力学的方程最后取什么形式,它们对大量原子的统计平均值都必须符合麦克斯韦方程。

书中只采用米-千克-秒单位制。许多物理学家至今仍感到这种单位制是一群有造反精神的工程师强加给他们的。或许事情就是这样,但正是因为麦克斯韦本人首先有了使用米-千克-秒单位制这种思想。不管怎样,米-千克-秒单位制是一种好的单位制,它容易学会,而且可以避免在实际应用中出现无穷的混乱现象。看来,在最近的将来普遍地采用它是毫无疑义的。4.3.1节中的内容对我们中那些坚持高斯制的保守主义者来说是有帮助的。

与采用米-千克-秒单位制的立场相反,作者对有理单位制并没有什么坚定的信念。采用有理单位制是因为把麦克斯韦方程(而不是把库仑定理)作为出发点时,把出发点弄得尽可能简单些看来是合理的。这种选择的结果使得在所有有关能量或波传播的方程中都没有 4π 这个因子。这种关系式比起那些以场源表示的位函数和场矢量的关系式来,其实际重要性正日趋明显。

另一稍有争议的地方是用 $e^{-i\omega t}$ 而不用 $e^{i\omega t}$ 时间因子。之所以这样做,是因为时间因子总是要约去的,而对正向的行波保留正指数 e^{+ikR} 更方便一些。为了把任何一个公式变成工程应用的形式,只需将 $-i$ 换成 $+j$ 就行了。

在本书取材过程中,作者利用了许多文献资料。这方面要感谢麻省理工学院物理系和电气工程系的许多同事。特别要感谢的是加德纳(Gardner)教授,他提出的关于拉普拉斯变换理论实用方面的意见是非常有价值的。还要感谢西尔弗(Silver)博士细心阅读了部分原稿。最后,作者借此机会向C. N. 斯特莱顿表示衷心的感谢,感谢她在作者写稿时经常给予的鼓励和在校样校对时所给予的耐心的帮助。

J. A. 斯特莱顿

1941年1月于麻省 剑桥

目 录

第一章 场方程式	1
1.1 麦克斯韦方程	
1.1.1 场矢量	1
1.1.2 电荷和电流	2
1.1.3 场矢量的散度	4
1.1.4 场方程的积分形式	5
1.2 物质的宏观特性	
1.2.1 介电常数 ϵ 和磁导率 μ	7
1.2.2 电极化和磁极化	8
1.2.3 导电媒质	9
1.3 单位和量纲	
1.3.1 米-千克-秒单位制[乔吉 (Giorgi) 单位制]	11
1.4 电磁位	
1.4.1 矢量位和标量位	16
1.4.2 均匀导电媒质	19
1.4.3 赫兹矢量或极化位	20
1.4.4 复数场矢量和复数位函数	23
1.5 边界条件	
1.5.1 场矢量的不连续性	24
1.6 坐标系统	
1.6.1 酉矢量和互反矢量	27
1.6.2 微分算子	31
1.6.3 正交坐标系统	33
1.6.4 广义正交坐标系统中的场方程表达式	36
1.6.5 某些初等坐标系统的特性	36
1.7 场张量	
1.7.1 正交变换和它们的不变式	42
1.7.2 张量分析初步	46
1.7.3 场方程的时空对称性	49
1.7.4 洛伦兹变换	53
1.7.5 场矢量至运动坐标系的变换	55
注解	
第二章 应力和能量	68
2.1 弹性媒质中的应力和应变	
2.1.1 弹性应力张量	68
2.1.2 应变的分析	71

2.1.3 弹性能、应力与应变之间的关系	74
2.2 电荷和电流上的电磁力	
2.2.1 矢量 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 的定义	77
2.2.2 自由空间中的电磁应力张量	78
2.2.3 电磁动量	82
2.3 静电能	
2.3.1 以电荷密度表示的静电能	83
2.3.2 用场强表示的静电能	85
2.3.3 关于矢量场的定理	87
2.3.4 静电场中介质物体的能量	88
2.3.5 汤姆森 (Thomson) 定理	90
2.3.6 厄恩肖 (Earnshaw) 定理	91
2.3.7 关于不带电导体能量的定理	92
2.4 静磁能	
2.4.1 恒定电流的磁能	93
2.4.2 用场强表示的磁能	97
2.4.3 铁磁材料	97
2.4.4 静磁场中磁性物体的能量	98
2.4.5 永久磁铁的位能	100
2.5 能流	
2.5.1 坡印亭 (Poynting) 定理	101
2.5.2 复数坡印亭矢量	104
2.6 静电场中作用在介质上的力	
2.6.1 液体中的体力	106
2.6.2 固体中的体力	108
2.6.3 应力张量	113
2.6.4 不连续性表面	114
2.6.5 电致伸缩	115
2.6.6 作用在浸沉于液体中的物体上的力	117
2.7 静磁场中的力	
2.7.1 非铁磁材料	118
2.7.2 铁磁材料	120
2.8 电磁场中的力	
2.8.1 作用在浸沉于液体中的物体上的力	120
注解	
第三章 静电场	125
3.1 静电场的一般性质	
3.1.1 场的方程和位函数	125
3.1.2 边界条件	127
3.2 由电荷分布计算场	
3.2.1 格林定理	128
3.2.2 泊松方程的积分	129

3.2.3	无穷远处的变化情况	130
3.2.4	库仑场	131
3.2.5	积分的收敛性	132
3.3	电位的球函数展开	
3.3.1	轴线上分布的电荷	133
3.3.2	偶极子	135
3.3.3	轴多极子	136
3.3.4	任意电荷分布	137
3.3.5	多极子的一般理论	139
3.4	介质的极化	
3.4.1	矢量 $\mathbf{P}$ 和 $\mathbf{\Pi}$ 的解释	141
3.5	位理论中常见积分的不连续性	
3.5.1	电荷和偶极子矩的体分布	143
3.5.2	单层电荷分布	144
3.5.3	双层分布	145
3.5.4	格林定理的解释	147
3.5.5	镜象法	148
3.6	边值问题	
3.6.1	静电问题的提法	149
3.6.2	解的唯一性	150
3.6.3	拉普拉斯方程的解	151
3.7	球问题	
3.7.1	点电荷场中的导电球	154
3.7.2	点电荷场中的介质球	156
3.7.3	平行场中的球	157
3.8	椭球问题	
3.8.1	导电椭球上的自由电荷	159
3.8.2	平行场中的导电椭球	161
3.8.3	平行场中的介质椭球	162
3.8.4	利用腔体来确定 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{D}$	164
3.8.5	作用在椭球上的扭矩	165
	习题	167
	注解	
第四章	静磁场	176
4.1	静磁场的一般性质	
4.1.1	场方程和矢量位	176
4.1.2	标量位	177
4.1.3	泊松的分析	178
4.2	电流分布的场的计算	
4.2.1	毕奥-萨伐尔定律	179
4.2.2	矢量位的展开	182

4.2.3 磁偶极子	183
4.2.4 磁壳	184
4.3 关于单位和量纲的补充	
4.3.1 基本单位制	185
4.3.2 磁性物质的库仑定律	187
4.4 磁极化	
4.4.1 等效电流分布	188
4.4.2 磁化棒和磁化球的场	188
4.5 矢量 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 的不连续性	
4.5.1 电流的表面分布	190
4.5.2 磁矩的表面分布	191
4.6 方程 $\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \mu \mathbf{J}$ 的积分	
4.6.1 矢量格林定理	193
4.6.2 对矢量位的应用	193
4.7 边值问题	
4.7.1 静磁学问题的提法	196
4.7.2 解的唯一性	197
4.8 椭球问题	
4.8.1 均匀磁化椭球的场	198
4.8.2 平行场中的磁椭球	198
4.9 平行场中的圆柱	
4.9.1 场的计算	199
4.9.2 作用在圆柱上的力	201
习题	202
注解	
第五章 无界和各向同性媒质中的平面波	209
5.1 平面波的传播	
5.1.1 一维场方程	209
5.1.2 时间上成正弦变化的平面波	212
5.1.3 空间上成正弦变化的平面波	216
5.1.4 极化	216
5.1.5 能流	218
5.1.6 阻抗	219
5.2 一维波动方程的通解	
5.2.1 傅里叶分析概要	221
5.2.2 无耗媒质中一维波动方程的通解	227
5.2.3 有耗媒质; 给定的时间分布	229
5.2.4 有耗媒质; 给定的空间分布	233
5.2.5 对一个数值例子的讨论	235
5.2.6 拉普拉斯变换的初等理论	239
5.2.7 拉普拉斯变换在麦克斯韦方程中的应用	246

5.3 色散	
5.3.1 介质中的色散	248
5.3.2 金属中的色散	251
5.3.3 在电离大气中的传播	252
5.4 传播速度	
5.4.1 群速	254
5.4.2 波前速度和信号速度	257
习题	261
注解	
第六章 柱面波	272
6.1 柱面场方程	
6.1.1 用赫兹矢量的表示法	272
6.1.2 标量位和矢量位	274
6.1.3 正弦柱面场的阻抗	276
6.2 圆柱的波函数	
6.2.1 基本波	277
6.2.2 函数 $Z_p(\rho)$ 的性质	278
6.2.3 圆柱波函数的场	280
6.3 波函数的积分表示式	
6.3.1 由平面波构造积分表示式	281
6.3.2 函数 $Z_p(\rho)$ 的积分表示式	283
6.3.3 傅里叶-贝塞尔积分	287
6.3.4 平面波的表示式	288
6.3.5 圆柱波函数的加法定理	289
6.4 椭圆柱的波函数	
6.4.1 基本波	291
6.4.2 积分表示式	295
6.4.3 平面波和圆柱波的展开	298
习题	300
注解	
第七章 球面波	310
7.1 矢量波动方程	
7.1.1 基本解集合	310
7.1.2 在柱坐标系中的应用	312
7.2 球坐标系中的标量波动方程	
7.2.1 基本球面波函数	315
7.2.2 径向函数的性质	319
7.2.3 勒让德多项式的加法定理	321
7.2.4 平面波的展开	323
7.2.5 积分表示式	324
7.2.6 一个傅里叶-贝塞尔积分	325

7.2.7 柱面波函数的展开	326
7.2.8 $\varphi_0(kR)$ 的加法定理	327
7.3 球坐标系中的矢量波动方程	
7.3.1 球矢量波函数	327
7.3.2 积分表示式	329
7.3.3 正交性	330
7.3.4 矢量平面波的展开	331
习题	332
注解	
第八章 辐射	339
8.1 非齐次标量波动方程	
8.1.1 基尔霍夫积分法	339
8.1.2 迟后位	342
8.1.3 迟后赫兹矢量	344
8.2 多极子展开	
8.2.1 矩的定义	345
8.2.2 电偶极子	347
8.2.3 磁偶极子	349
8.3 线天线阵的辐射理论	
8.3.1 单个线振子的辐射场	350
8.3.2 行波引起的辐射	355
8.3.3 反相的抑制	356
8.3.4 具有方向性的阵列	358
8.3.5 直线振子场的精确计算	362
8.3.6 用感应电动势法计算辐射电阻	365
8.4 基尔霍夫-惠更斯原理	
8.4.1 标量波函数	368
8.4.2 场方程的直接积分	370
8.4.3 不连续的表面分布	373
8.5 辐射问题的四维表述	
8.5.1 波动方程的积分	376
8.5.2 运动点电荷的场	378
习题	380
注解	
第九章 边界值问题	398
9.1 一般定理	
9.1.1 边界条件	398
9.1.2 解的唯一性	401
9.1.3 电动力学的相似原理	402
9.2 平面上的反射和折射	
9.2.1 斯涅耳定律	403

9.2.2	菲涅耳方程	405
9.2.3	介质媒质	407
9.2.4	全反射	409
9.2.5	导电媒质中的折射	412
9.2.6	导体表面的反射	415
9.3	平面层	
9.3.1	反射和透射系数	419
9.3.2	对介质媒质的应用	421
9.3.3	吸收层	422
9.4	表面波	
9.4.1	复数入射角	423
9.4.2	集肤效应	426
9.5	沿圆柱体的传播	
9.5.1	特征模	429
9.5.2	介质中的导体	432
9.5.3	关于主波的进一步讨论	435
9.5.4	空管中的波	439
9.6	同轴线	
9.6.1	传播常数	445
9.6.2	无限大电导率情况	447
9.6.3	有限电导率情况	449
9.7	球体的振荡	
9.7.1	特征模	452
9.7.2	导电球体的振荡	455
9.7.3	球形腔体内的振荡	456
9.8	平面波对球体的绕射	
9.8.1	绕射场的展开式	459
9.8.2	总辐射	462
9.8.3	极限情况	463
9.9	地球对无线电波传播的影响	
9.9.1	萨默菲尔德解	466
9.9.2	韦耳解	469
9.9.3	范德波尔解	472
9.9.4	积分的近似	473
习题		477
注解		
附录		499
I		499
A.	基本常数的数值	499
B.	电磁量的量纲	500
C.	转换系数表	500

II 矢量分析公式	501
III 各种材料的电导率	502
金属和合金的电导率	502
介质材料的电导率	503
介质的相对介电常数	504
IV 伴随勒让德函数	505
汉英名词对照索引	506

第一章 场方程式

过去 100 年中积累起来的大量实验资料,使人相信宏观电磁现象是受麦克斯韦方程支配的。库仑确定的电荷之间的作用力定律,安培对电流元之间相互作用所进行的研究,以及法拉第对变化场所作的观察,可以构成支持上述观点的有一定道理的论据。对初学者来说,最好采用历史的方法,因为这种方法最简单,而且能最直接地满足初学者的要求。但是在本书中,我们假定读者已经进行过这种初步研究,并且对实验事实有一般性的了解和知道对它们的理论解释。按照本书所采用的观点,电磁理论就是麦克斯韦方程理论。因此,我们一开始就把这些方程作为一组假设,然后通过这些方程来推演场的结构和特性,以及场与源的关系。没有一种实验能成为理论的证明。对我们一开始所作假设的真正检验,将体现在所推断出来的理论结果是否始终如一地与实验结果相符上。

在第一章里,我们将进行相当枯燥的表述方程的工作,并为以后的研究铺平道路。

1.1 麦克斯韦方程

1.1.1 场矢量

我们把电磁场理解成是 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$, 以及 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{H}$ 四个矢量的集合。在整个场的范围内,假定这些矢量都是有限的,并且在所有正常点上都是位置和时间的连续函数,导数也是连续的。但是,在媒质的物理特性发生突变的表面上,场矢量或它们的导数可能会不连续。习惯上, $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 分别称为电场强度和磁场强度, $\mathbf{D}$ 称为电位移, $\mathbf{B}$ 称为磁感应。最终各场矢量都必须由可以把它们测出来的实验所确定。在具体说明这些实验之前,没有理由认为一个矢量比另一个矢量更基本一些,因此我们都用“强度(intensity)”这个词来表示空间和时间某一点上四个矢量中任何一个矢量的强度或大小。

电磁场的源是电荷和电流的一种分布。因为我们只关心它们的宏观效应,所以可以假定分布是连续的而不是离散的。电荷分布和电流分布是空间和时间的函数,由电荷密度 ρ 和电流密度矢量 $\mathbf{J}$ 确定。

现在我们假设空间每一个正常点上的场矢量满足麦克斯韦方程:

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \quad (1.1.1)^{a1}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{J}. \quad (1.1.2)$$

正常点是指在其邻域中媒质物理特性是连续的这样的一个点。上面已经指出,场矢量及其导数在穿过物体的分界面时可能不连续;因此,在这些不连续性的特征还未研究清楚之前,分界面不在考虑范围之内。

1.1.2 电荷和电流

虽然电的粒子性已完全被人们所确认,但是在只限于宏观范围的理论中,电荷的基本量子的尺寸实在太小了,以致不能作为一个单独的实体来看待。显然,把大尺寸现象的范围与微观现象的范围区别开来的界限是任意的。当然,一个宏观的体积元应当含有大量的原子,但是单单这个条件并不能算一条充分的准则,因为有许多晶体,包括某些金属,经常显示出一种微观的“颗粒”或“嵌镶”结构。这种结构不在我们的研究范围之内。看来,把十分之一毫米作为最短线元所容许的长度极限是没有什么问题的。许多实验,例如直径不大于 10^{-3} 毫米的粒子对光的散射实验,都表明宏观理论的适用范围大大超过了上面提出的界限。但是,我们在这里已经涉及到了应该属于量子理论的范围,而且正是量子理论应该最终确定我们的假设在微观领域中的正确性。

假定体积元 Δv 中所含的电荷是 Δq 。 Δv 内任意一点上的电荷密度由下列关系式定义:

$$\Delta q = \rho \Delta v. \quad (1.1.3)$$

可见,一点上的电荷密度是指这一点邻域中单位体积内的平均电荷。严格地说,式(1.1.3)并不能定义一个位置的连续函数,因为 Δv 不能无限地向零逼近。尽管如此,我们仍将假定 ρ 可以用在正常点上连续的并具有各阶连续导数的坐标和时间的一个函数来表示。对这个函数在大尺寸体积内积分所得的总电荷量,与这个体积内所含的真正电荷量至多差一个微观的量。

电荷的任意有秩序的运动便形成电流。电流分布由矢量场来表征,该矢量场在每一点上不但规定电流的大小,而且还规定电流的方向。如同对流体运动的研究那样,假想一些画在电流分布中并处处与电流方向相切的流线是很方便的。考虑一个与一组流线相垂直的曲面。曲面上任一点的电流密度便定义为这样一个矢量 $\mathbf{J}$,它指向通过这一点的流线方向,而大小则等于在单位时间内穿过这一点周围曲面上单位面积的电荷量。另一方面,穿过任意曲面 S 的电流 I 等于电荷穿过这个曲面的速率。如果 $\mathbf{n}$ 是垂直于 S 上面元 Δa 的单位正法线,那么就可以得到

$$\Delta I = \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} \Delta a. \quad (1.1.4)$$

由于 Δa 是一个宏观的面元,故方程式(1.1.4)不能在数学上严格地将电流密度定义为位置的连续函数。但是我们仍然可以用连续函数来表示电流分布而不会引起明显的误差。因此,穿过 S 的总电流等于

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} da. \quad (1.1.5)$$

因为电荷可以是正的,也可以是负的,所以必须规定什么是正电流。如果是正电荷流过面积元,而且电荷速度矢量与单位正法线 $\mathbf{n}$ 之间的夹角小于 90° ,那么我们就说电流是正的。若角度大于 90° ,则电流是负的。同样,如果角度小于 90° ,但电荷是负的,那么通过面积元的电流就是负的。在金属导体情况下,载电体是负电子,因此电流密度的矢量方向和电子运动的方向相反。

现在假定方程式(1.1.5)中的曲面 S 是封闭的。我们将遵循通常的规定,即封闭曲面的正法线是朝外的。根据电流是通过曲面的电荷流这一定义,可见 S 上 $\mathbf{J}$ 的法线分量