

HUAZHONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

电路理论

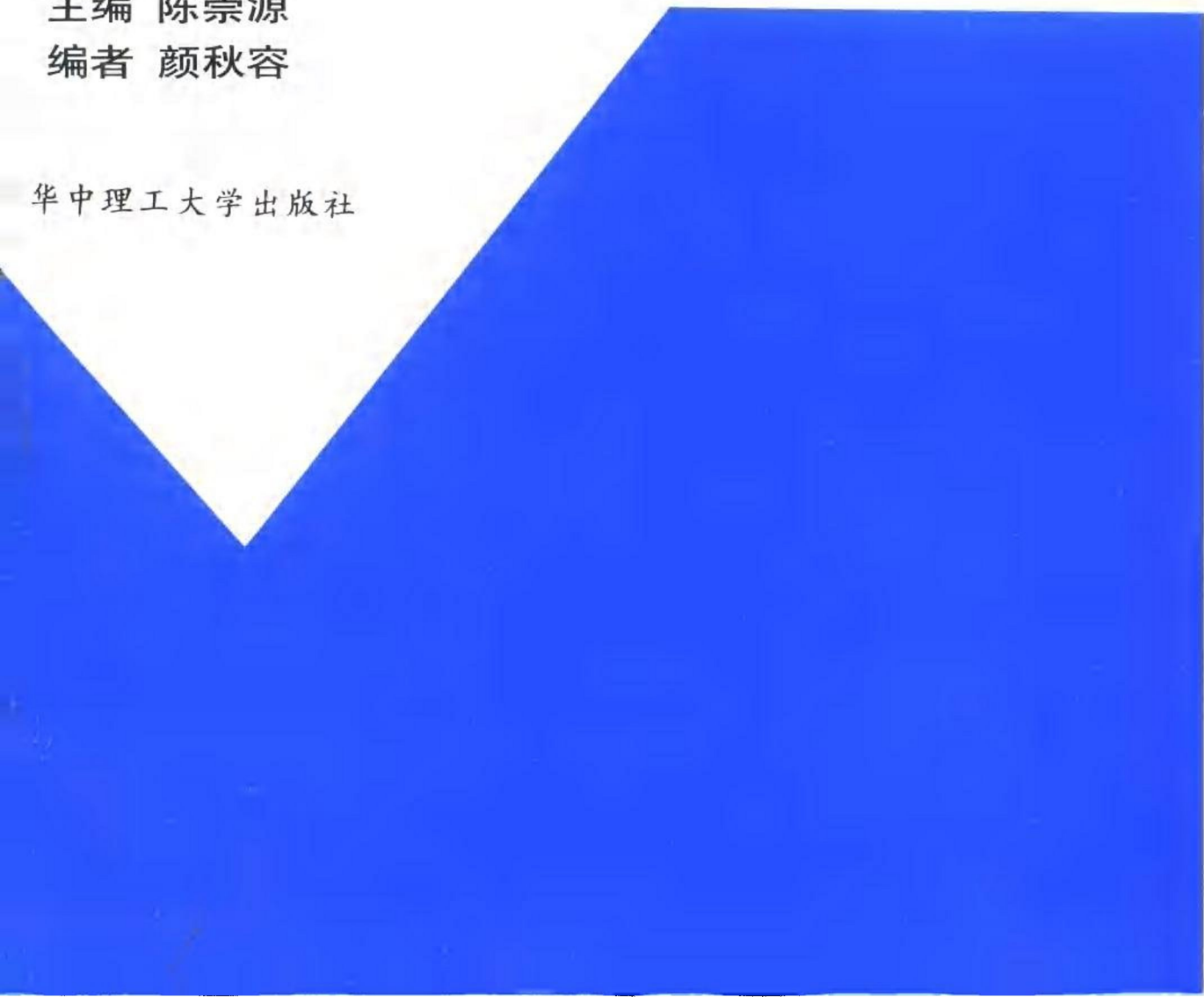
— 端口网络与均匀传输线

DIANLU LILUN DUANKOU WANGLUO YU
JUNYUN CHUANSHUXIAN

主编 陈崇源

编者 颜秋容

华中理工大学出版社



电 路 理 论

——端口网络与均匀传输线

主编 陈崇源
编者 颜秋容

华中理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

电路理论——端口网络与均匀传输线/陈崇源主编
武汉:华中理工大学出版社, 1999年2月
ISBN 7-5609-1896-4

I. 电…

II. ①陈… ②颜…

III. 电路理论-网络理论-电路端口传输

IV. TM·13

电路理论 ——端口网络与均匀传输线

主编 陈崇源

编者 颜秋容

责任编辑 叶翠华

*

华中理工大学出版社出版发行

(武昌喻家山 邮编:430074)

新华书店湖北发行所经销

华中理工大学出版社照排室排版

武汉市科普教育印刷厂印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:10.25 字数:244 000

1999年2月第1版 1999年2月第1次印刷

印数:1—3 000

ISBN 7-5609-1896-4/TM·75

定价:9.80元

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内 容 提 要

本书是电路理论模块化教材的最后一部分,是从端口的角度来分析和研究具体的网络。全书共分四章:二端口网络,网络的状态变量分析法,均匀传输线的正弦稳态分析,无损耗均匀传输线的暂态分析。

本书除了在论述基本内容时,配置一定数量的例题以便读者自学和理解基本概念、基本原理、基本方法外,还在各章的最后编写了一节具有一定难度和综合性较强的例题精讲,可以起到深化和进一步提高的作用。

本书各章都配有一定数量的习题,并在书末附有答案,可供读者检验。

本书最后还编有附录《磁路与含铁心线圈》,可作磁路分析的参考。

本书内容丰富,立论严谨,通俗易懂,便于自学。可作为电类有关专业本科生电路理论课(端口网络与均匀传输线部分以及磁路)的教材,也可供有关电气工程技术人員参考。

总 序

电路理论是一门重要的技术基础课,是电气、电子、通信、控制以及机电一体化等学科必备的理论基础,对大学生总体课程的学习和今后的工作影响深远。

为了提高教学质量,适应 21 世纪高等工科教学内容及课程体系改革的要求,我们按照模块化的方式组织编写了这套电路理论教材。

这套教材分为《电阻性网络》、《时域与频域分析》、《端口网络与均匀传输线》三个模块,形成电路理论课程的三个台阶。这样,可使学生在学习过程中具有明确的阶段性,发挥他们学习的自觉性、主动性和创造性,使他们沿着这三个台阶攀登,打下深厚、坚实的电路理论基础。

为了便于自学,在一些重点章节及难以理解的地方,论述得比较详尽,同时还编有丰富的具有一定深度和难度的颇具启发性的例题分析,以启迪学生的思路,扩大他们的视野。

这套教材各章都配有一定数量的习题,其中有些习题的难度较大,可以激发学生思考,促使他们从更深的层面去理解和掌握电路理论的有关内容,可以说是各章内容的延续。为了方便学生对这些习题的自我训练,各章习题都附有参考答案,供学生对照检查。

编写这套教材的作者,都是从事电路理论课程教学多年的教授、副教授,具有较丰富的教学经验。他们在教学过程中,力求在讲深讲透电路理论的基本概念、基本原理和基本分析方法的同时,加强对学生分析问题、解决问题的能力以及素质的培养。在本套教材的编写过程中,作者多少溶进了这方面的心血,具有一定的特色,其中有不少观点和提法是作者经过多年的教学总结和提炼所得。

这套书的内容具有一定的深度、广度和难度,在组织教学时可以根据不同的情况进行取舍。

这套教材不仅可作为有关专业电路理论课程的教材,也可供有关工程技术人员参考。

为了满足需要,在第三本书中还以附录形式编写了“磁路与含铁心的线圈”一章。

本套教材的《电阻性网络》由黄冠斌副教授主编,《时域与频域分析》由杨传谱副教授主编,《端口网络与均匀传输线》由陈崇源教授主编。

由于这套教材内容较多,范围较广,篇幅较大,可能会有一些考虑不周和错漏之处,恳请广大读者与同仁给予批评指正。

编者 1997 年 10 月于华工大

序

本书是从网络端口的角度来分析和研究网络的有关问题。

二端口网络理论是端口网络分析的理论基础,它是从网络的输入端口和输出端口来研究网络,对应着单输入、单输出系统。主要内容包括二端口网络的方程、参数、二端口网络的等效电路及其联接、对称二端口网络的特性阻抗及传播特性等。

网络的状态变量分析法,是以状态变量来建立网络的一阶微分方程组,以状态变量和输入激励来表示输出变量的分析方法,是网络的动力学分析方法。

如果把状态变量所在的支路、以及激励和输出变量所在的支路拉出去作为端口,那么状态方程和输出方程实际上就构成了混合变量形式的多端口电阻网络方程,它所对应的系统是多端口输入、输出系统。主要内容为状态方程与输出方程的列写,以及状态方程的求解等。

均匀传输线是分布参数电路,它与集中参数电路不同,其电压与电流是时间 t 与空间 x 的函数,应着重理解时空波的概念,以及时空波在均匀传输线上的传播过程。

在正弦稳态情况下,可以把均匀传输线看作是一个二端口网络,也可以应该用二端口网络的理论来理解和掌握均匀传输线的正弦稳态分析。其内容主要包括均匀传输线的原始参数和副参数,均匀传输线的电压、电流相量关系,无损耗线、无畸变线的特点,以及它们在工程技术上的应用,均匀传输线的入端阻抗和链式造型等值电路等。

无损耗均匀传输线的暂态过程是一个波过程,要注意理解波的反射和透射的概念,以及波在传播过程是需要时间的。若线路的长度为 l ,波的传播速度为 v ,当以线路始端作为空间坐标 x 的原点时,发出波从线路始端传播到线路某处 x 所需的时间为 x/v ;波从线路终端反射向线路始端传播到某处 x 所需的时间为 $(l-x)/v$ 。应结合波的传播过程来理解无损耗均匀传输线的暂态分析。其主要内容有无损耗均匀传输线的波动方程及其解,无损耗均匀传输线上的发出波、反射波和透射波,求解波过程的“柏德生”法则,以及波在无损耗均匀传输线上的终端和始端的多次反射等。

无损耗均匀传输线的暂态过程分析,也可以通过拉普拉斯变换,用二端口网络的理论来进行认识和理解,这也是作者的初次尝试。

为了满足磁路分析的需要,本书最后以附录形式编写了磁路与含铁心的线圈,主要内容有磁路及含铁心线圈电路的分析和计算等。

本书第一章、第二章由颜秋容编写,第三章、第四章及附录由陈崇源编写。虽然在编写过程中力图融入作者多年的教学经验、认识和体会,但这只是我们的一孔之得,必定存在局限性和不当之处,恳切希望广大读者和同仁提出宝贵的批评意见,以便作者进行修改和完善。

编者

1997.10 于武昌

目 录

第一章 二端口网络	(1)
1-1 概述	(1)
1-1-1 端口的概念	(1)
1-1-2 二端口网络与四端网络	(1)
1-1-3 松弛二端口网络与非松弛二端口网络	(2)
1-1-4 二端口网络的端口特性方程	(2)
1-2 二端口网络的阻抗型参数	(3)
1-2-1 阻抗型参数方程	(3)
1-2-2 阻抗型参数的物理含义	(4)
1-2-3 阻抗型参数的求法	(5)
1-2-4 二端口网络阻抗型参数等效电路	(8)
1-3 二端口网络的导纳型参数	(8)
1-3-1 导纳型参数方程	(8)
1-3-2 导纳型参数的物理含义	(9)
1-3-3 导纳型参数的求法	(9)
1-3-4 二端口网络导纳型参数等效电路	(11)
1-4 二端口网络的混合型参数	(11)
1-4-1 H 参数	(11)
1-4-2 G 参数	(13)
1-5 二端口网络的传输型参数	(13)
1-5-1 正向传输参数	(14)
1-5-2 反向传输参数	(16)
1-6 二端口网络各参数之间的关系	(16)
1-6-1 参数之间的互换关系	(16)
1-6-2 互易与对称二端口网络的参数特点	(18)
1-7 二端口网络的相互联接	(18)
1-7-1 二端口网络的级联	(18)
1-7-2 二端口网络的串联	(19)
1-7-3 二端口网络的并联	(21)
1-7-4 二端口网络的串并联与并串联	(22)
1-8 有载二端口网络	(24)
1-8-1 有载二端口网络的输入、输出阻抗	(24)
1-8-2 有载二端口网络的分析	(25)
1-8-3 对称二端口网络的特性阻抗与传播系数	(28)
1-9 例题精讲	(29)

习题一	(33)
第二章 网络的状态变量分析法	(37)
2-1 基本概念	(37)
2-1-1 状态与状态变量	(37)
2-1-2 纯电容回路与纯电感割集对选取状态变量的影响	(37)
2-1-3 常态网络与非常态网络状态向量的维数	(38)
2-1-4 状态方程与输出方程	(38)
2-1-5 状态空间与状态轨迹	(40)
2-2 状态方程的观察法列写	(41)
2-2-1 常态网络状态方程的观察法列写	(41)
2-2-2 非常态网络状态方程的观察法列写	(43)
2-2-3 含受控源网络状态方程的观察法列写	(45)
2-2-4 含耦合电感器网络状态方程的观察法列写	(46)
2-3 状态方程的直流叠加法列写	(47)
2-4 状态方程的系统法列写	(52)
2-4-1 规范化支路	(52)
2-4-2 导出状态方程	(53)
2-5 状态方程与输出方程的求解	(54)
2-5-1 状态方程的复频域解法	(54)
2-5-2 输出方程的解和转移函数矩阵	(55)
2-5-3 矩阵 A 的特征值与网络的固有频率	(57)
2-6 网络的输入输出方程与状态方程	(58)
2-7 例题精讲	(60)
习题二	(66)
第三章 均匀传输线的正弦稳态分析	(69)
3-1 均匀传输线的原始参数及偏微分方程	(69)
3-1-1 均匀传输线的原始参数	(69)
3-1-2 均匀传输线的微分元电路	(69)
3-1-3 均匀传输线的偏微分方程组	(70)
3-2 均匀传输线的正弦稳态分析	(70)
3-2-1 正弦稳态下均匀传输线上的电流及线间的电压	(70)
3-2-2 均匀传输线的副参数	(71)
3-2-3 均匀传输线的电压、电流相量	(71)
3-2-4 电压、电流的入射波分量与反射波分量	(72)
3-2-5 电压、电流的瞬时表达式——行波的概念	(73)
3-2-6 反射系数	(76)
3-3 均匀传输线与二端口网络	(77)
3-3-1 均匀传输线的二端口网络方程	(77)
3-3-2 均匀传输线的入端阻抗	(78)

3-3-3 均匀传输线上电压及电流的有效值	(78)
3-3-4 均匀传输线的等值电路	(79)
3-3-5 均匀传输线的链式造型	(80)
3-3-6 均匀传输线原始参数的实验测定	(81)
3-4 无畸变线与无损耗线	(81)
3-4-1 无畸变线与无损耗线的定义	(81)
3-4-2 无损耗均匀传输线上的电压及电流	(82)
3-4-3 无损耗均匀传输线的入端阻抗	(85)
3-4-4 无损耗均匀传输线在工程技术上的应用	(85)
3-5 例题精讲	(86)
习题三	(92)
第四章 无损耗均匀传输线的暂态分析	(94)
4-1 无损耗均匀传输线的波动方程及其解	(94)
4-1-1 无损耗均匀传输线的波动方程	(94)
4-1-2 波动方程的解	(95)
4-1-3 波动方程解的行波概念	(95)
4-2 无损耗均匀传输线上的发出波	(96)
4-2-1 无损耗均匀传输线接通直流电压源的发出波	(96)
4-2-2 非零状态下,终端接通负载电阻 R 的发出波	(97)
4-2-3 无损耗均匀传输线中间某处板断负载的发出波	(98)
4-3 无损耗均匀传输线的复频域解	(99)
4-3-1 零状态下,无损耗均匀传输线上的电压、电流解的象函数	(100)
4-3-2 边界上的电压、电流象函数	(100)
4-3-3 无损耗均匀传输线的复频域解	(100)
4-4 终端负载的反射	(101)
4-4-1 终端接纯电阻负载的波过程	(101)
4-4-2 终端接感性负载的波过程	(102)
4-4-3 终端接容性负载的波过程	(104)
4-5 求解波过程的柏德生法则	(105)
4-5-1 柏德生法则	(105)
4-5-2 用柏德生法则求解波过程	(106)
4-5-3 波在两副无损耗均匀传输线联接处的反射和透射	(108)
4-5-4 两副无损耗均匀传输线联接处波的透射系数和反射系数	(112)
4-5-5 大气放电引起的波过程	(112)
4-6 波的多次反射	(113)
4-6-1 始端及终端阻抗不匹配时波动方程的解	(113)
4-6-2 波的多次反射的网格图分析法	(115)
4-7 例题精讲	(115)
习题四	(120)
附录 A 磁路与含铁心的线圈	(122)

A-1 磁路与铁磁材料	(122)
A-1-1 磁路的概念	(122)
A-1-2 铁磁材料的磁化特性	(122)
A-2 磁路的基本定律	(125)
A-2-1 磁路的欧姆定律	(125)
A-2-2 磁路的基尔霍夫磁通定律	(126)
A-2-3 磁路的基尔霍夫磁位差(磁压)定律	(127)
A-2-4 磁路与电路的对比	(127)
A-2-5 磁路与电感	(128)
A-3 磁路的计算	(129)
A-3-1 无分支磁路的计算	(130)
A-3-2 有分支磁路的计算	(134)
A-3-3 含有永久磁铁的简单磁路	(136)
A-4 磁场能量与磁场力	(139)
A-4-1 磁场能量	(139)
A-4-2 磁场力	(139)
A-4-3 举例说明	(139)
A-5 磁饱和与磁滞对电压、电流及磁通波形的影响	(140)
A-5-1 磁饱和对电压、电流及磁通波形的影响	(140)
A-5-2 磁滞对电压、电流及磁通波形的影响	(141)
A-6 铁心中的功率损耗	(142)
A-6-1 涡流和涡流损耗	(142)
A-6-2 磁滞损耗	(143)
A-6-3 铁磁损耗	(144)
A-7 有铁心线圈的交流电路	(144)
习题 A	(146)
附录 B 习题答案	(150)

第一章 二端口网络

本章从端口的角度对网络进行分析和研究。在工程技术中,常常只需研究网络的输入端口与输出端口之间的电压、电流关系,对网络内部不作具体探讨。本章重点讨论内部不含独立电源、无初始储能的线性二端口网络的端口特性方程及其分析方法。

1-1 概 述

1-1-1 端口的概念

在电网络中,如果任何时刻流入网络一个端子的电流等于流出另一个端子的电流,那么这样的两个端子就构成一个端口。如图 1-1 所示的网络,若满足

$$\begin{cases} i_1 = i'_1 \\ i_2 = i'_2 \end{cases} \quad (1-1-1)$$

则端子 1 与 1'、2 与 2' 分别构成一个端口。

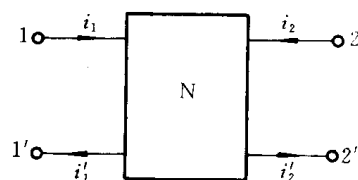


图 1-1 端口概念说明

1-1-2 二端口网络与四端网络

只有两个端口的网络称为二端口网络。图 1-1 所示网络就是一个二端口网络,1-1' 端口为输入端口,2-2' 端口为输出端口。图 1-2 所示为几个简单二端口网络的例子。

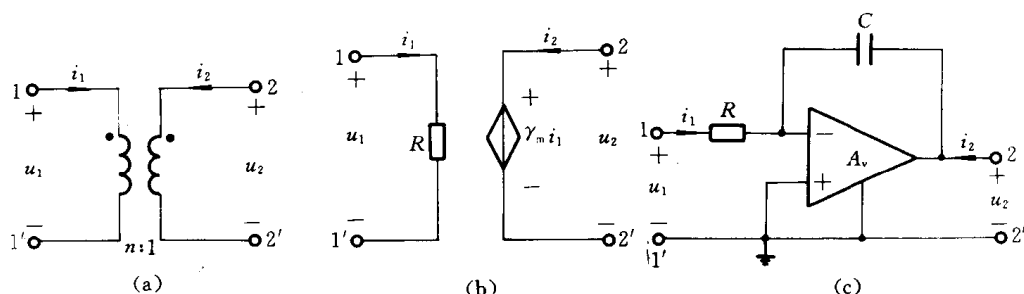


图 1-2 简单二端口网络

(a) 理想变压器；(b) 受控电源；(c) 积分器

二端口网络是具有四个端子的网络,但具有四个端子的网络并不一定是二端口网络。图 1-3(a)所示的网络具有四个端子,端子电流满足

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0 \quad (1-1-2)$$

但不一定能满足二端口网络的端口条件,这样的网络不能称为二端口网络,称之为四端网络,二端口网络是四端网络的特例。

图 1-3(a)所示的四端网络,若以端子“4”作为公共端子,如图 1-3(b)所示,则端子 1-4、2-4、3-4 之间分别构成一个端口,该网络可视为三端口网络。一般而言,具有 n 个端子的网络,可以任意选择一个端子作为公共端子,构成 $n-1$ 个端口网络。

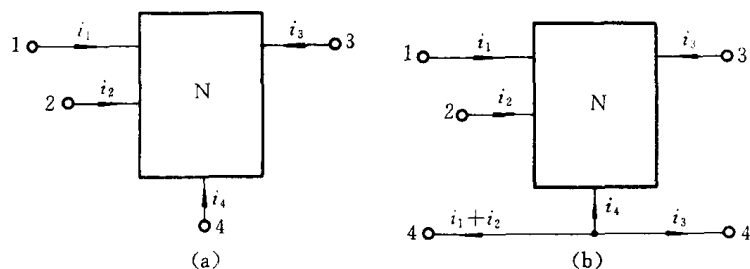


图 1-3 四端网络

(a) 四端网络: (b) 三端口网络

1-1-3 松弛二端口网络与非松弛二端口网络

内部不含独立电源、不含初始储能(初始储能可以等效为独立电源)的二端口网络称为松弛二端口网络,否则称为非松弛二端口网络。线性非松弛二端口网络可由相应的松弛二端口网络与独立电源构成的电路来等效。如图 1-4(a)所示网络 N 为线性非松弛二端口网络,可以仿照等效电源定理的证明过程,即按替代、叠加、构造等效电路的步骤来得到线性非松弛二端口网络的等效电路。将 i_1, i_2 看成(或替代为)电流源,根据叠加定理,图 1-4(a)所示网络可等效为

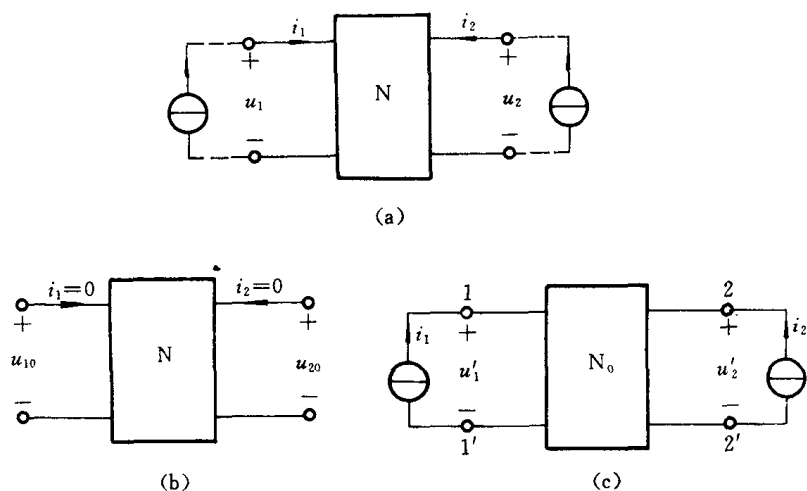


图 1-4 非松弛二端口网络

(a) 非松弛二端口网络; (b) 内部电源单独作用; (c) 端口电源单独作用

图 1-4(b)和(c)的叠加,其中 N_0 为将 N 内部独立电源和初始储能都置零后所得到的松弛二端口网络。 u_{10}, u_{20} 为 N 的端口均开路时的端口电压。由此可得

$$\begin{cases} u_1 = u_{10} + u'_1 \\ u_2 = u_{20} + u'_2 \end{cases} \quad (1-1-3)$$

由式(1-1-3)可以构成图 1-5(a)所示的等效电路。

同理,若将图 1-4(a)中端口电压 u_1, u_2 视为电压源,则可以得到图 1-5(b)所示的等效电路,图中 i_{10}, i_{20} 为 N 的端口均短路时的端口电流。

1-1-4 二端口网络的端口特性方程

二端口网络的概念是一端口网络概念的引申。一端口网络端口的电压、电流变量可以用一

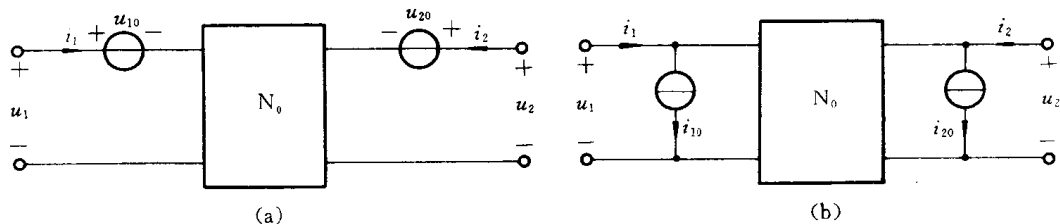


图 1-5 非松弛二端口网络等效电路

(a)非松弛二端口网络等效电路之一； (b)非松弛二端口网络等效电路之二

个方程将它们联系起来,这个方程就是一端口网络的端口伏安关系,也称为端口特性方程。二端口网络具有两个端口、四个端口变量(两个端口电压变量、两个端口电流变量),需要两个方程才能描述其端口特性。

在二端口网络的四个端口变量中,可以任意选择两个作为自变量(激励),另外两个作为因变量(响应),构成六组不同形式的方程,这六组方程均可用来描述二端口网络的端口特性,每一组方程对应于二端口网络的一种端口参数,因此,二端口网络可以用六种端口参数来表征。

由于线性非松弛二端口网络可用包含相应的松弛二端口网络与独立电源的电路来等效,因此松弛二端口网络的端口特性是讨论二端口网络端口特性的关键。本章以后所涉及的二端口网络,若没有特别说明是非松弛的,系指松弛二端口网络。

1-2 二端口网络的阻抗型参数

对于松弛一端口网络,端口特性方程可以写成 $U(s) = Z(s)I(s)$ 或 $I(s) = Y(s)U(s)$ 的形式,这里的 $Z(s)$ 可看成是一端口网络的阻抗参数, $Y(s)$ 则是导纳参数。类似地,二端口网络也可以用阻抗型参数或导纳型参数来描述。

1-2-1 阻抗型参数方程

图 1-6 所示为线性松弛二端口网络的运算电路模型。选择端口电流 $I_1(s)$ 、 $I_2(s)$ 为激励,将 $I_1(s)$ 、 $I_2(s)$ 视为电流源, $U_1(s)$ 、 $U_2(s)$ 为在 $I_1(s)$ 、 $I_2(s)$ 共同作用下的响应,根据线性网络的叠加定理有

$$\begin{cases} U_1(s) = Z_{11}(s)I_1(s) + Z_{12}(s)I_2(s) \\ U_2(s) = Z_{21}(s)I_1(s) + Z_{22}(s)I_2(s) \end{cases} \quad (1-2-1)$$

式中, $Z_{11}(s)I_1(s)$ 、 $Z_{21}(s)I_1(s)$ 是由 $I_1(s)$ (电流源) 单独作用下在两个端口产生的电压; $Z_{12}(s)I_2(s)$ 、 $Z_{22}(s)I_2(s)$ 是由 $I_2(s)$ (电流源) 单独作用下在两个端口产生的电压。

式(1-2-1)称为二端口网络的阻抗型参数方程, $Z_{11}(s)$ 、 $Z_{12}(s)$ 、 $Z_{21}(s)$ 、 $Z_{22}(s)$ 称为阻抗型参数或称为 Z 参数。式(1-2-1)也可以写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}(s) & Z_{12}(s) \\ Z_{21}(s) & Z_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \mathbf{Z}(s) \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} \quad (1-2-2)$$

式中 $\mathbf{Z}(s)$ 称为阻抗型参数矩阵或 Z 参数矩阵。

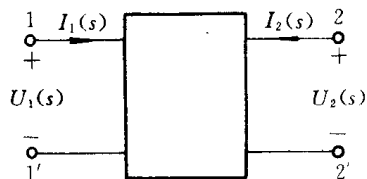


图 1-6 二端口网络的运算电路模型

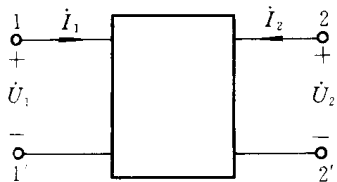


图 1-7 二端口网络的正弦稳态模型

上面是从二端口网络的运算电路模型得出的阻抗型参数方程,阻抗参数是 s 的函数,网络中不含动态元件时才为常数。阻抗型参数方程也可以在正弦稳态电路模型下得出,图 1-7 所示网络为正弦稳态下的二端口网络,其阻抗型参数方程为

$$\begin{cases} U_1 = Z_{11}(j\omega)I_1 + Z_{12}(j\omega)I_2 \\ U_2 = Z_{21}(j\omega)I_1 + Z_{22}(j\omega)I_2 \end{cases} \quad (1-2-3)$$

式中 $Z_{11}(j\omega)$ 、 $Z_{12}(j\omega)$ 、 $Z_{21}(j\omega)$ 、 $Z_{22}(j\omega)$ 就是正弦稳态下的阻抗型参数,是 $j\omega$ 的函数,网络中不含动态元件时为常数。本章以后的论述均在二端口网络的运算电路模型上进行,且为了方便书写,将 $Z_{11}(s)$ 、 $Z_{12}(s)$ 、 $Z_{21}(s)$ 和 $Z_{22}(s)$ 写为 Z_{11} 、 Z_{12} 、 Z_{21} 和 Z_{22} 。对其他参数的讨论也如此。

1-2-2 阻抗型参数的物理含义

阻抗型参数的物理含义可以从阻抗型参数方程导出。令式(1-2-1)中的 $I_2(s)=0$,也就是将图 1-6 中二端口网络的 2-2' 端口开路,有

$$\begin{cases} Z_{11} = \frac{U_1(s)}{I_1(s)} \Big|_{I_2(s)=0} \\ Z_{21} = \frac{U_2(s)}{I_1(s)} \Big|_{I_2(s)=0} \end{cases} \quad (1-2-4)$$

由此可见, Z_{11} 是在 2-2' 端口开路时, 1-1' 端口的入端阻抗, Z_{21} 是在 2-2' 端口开路时的正向转移阻抗,且 Z_{11} 和 Z_{21} 仅由二端口网络内部结构与元件参数决定,与 1-1' 端口所加激励无关。同样,令式(1-2-1)中的 $I_1(s)=0$,即将图 1-6 中 1-1' 端口开路,有

$$\begin{cases} Z_{12} = \frac{U_1(s)}{I_2(s)} \Big|_{I_1(s)=0} \\ Z_{22} = \frac{U_2(s)}{I_2(s)} \Big|_{I_1(s)=0} \end{cases} \quad (1-2-5)$$

可见 Z_{12} 为 1-1' 端口开路时的反向转移阻抗, Z_{22} 为 1-1' 端口开路时 2-2' 端口的入端阻抗, Z_{12} 和 Z_{22} 仅由两端口网络的结构与元件参数决定。应该注意,各参数的物理含义是直接由参数方程得出的,学习时不必死记式(1-2-4)和(1-2-5)。

由阻抗型参数的物理含义得知,二端口网络的四个阻抗型参数都是在网络的某一个端口开路的条件下得到的具有阻抗量纲的网络函数,它们取决于网络内部结构与元件参数,与端口变量无关,可以用来表征网络端口变量的关系。正如一个 5Ω 的电阻元件,其阻值并不受其两端的电压或流过的电流大小的影响,但阻值反映了电压电流应满足的关系。

若二端口网络的两个端口满足互易定理,则 1-1' 端口加电流源 $I_1(s)$ 时在 2-2' 端口产生的开路电压 $U_2(s) \Big|_{I_2(s)=0}$ 和在 2-2' 端口加电流源 $I_2(s)$ 时在 1-1' 端口产生的开路电压 $U_1(s) \Big|_{I_1(s)=0}$ 满足

$$\frac{U_2(s) \Big|_{I_2(s)=0}}{I_1(s)} = \frac{U_1(s) \Big|_{I_1(s)=0}}{I_2(s)}$$

即

$$Z_{21} = Z_{12} \quad (1-2-6)$$

若二端口网络是对称网络,则由参数的物理含义不难得出

$$\begin{cases} Z_{11} = Z_{22} \\ Z_{12} = Z_{21} \end{cases} \quad (1-2-7)$$

1-2-3 阻抗型参数的求法

二端口网络阻抗型参数,可以根据参数的物理含义来求,也可以通过列写网络方程及其它方法来求。下面举例说明上述两种求法。

例 1-1 求图 1-8(a)所示网络的阻抗型参数矩阵 $\mathbf{Z}(s)$ 。

解: 本例要求的是运算阻抗参数,首先作出图 1-8(a)的运算电路,如图 1-8(b)所示。

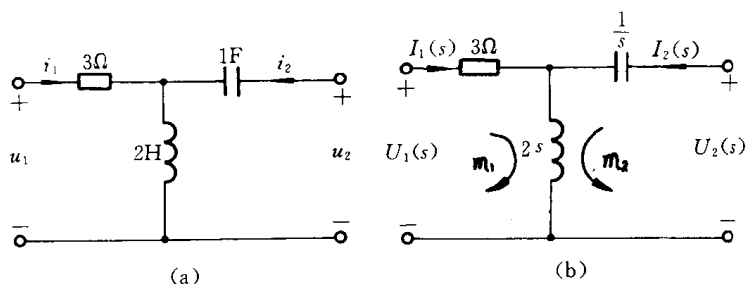


图 1-8 例 1-1 附图

解法一: 由阻抗型参数的物理含义求 $\mathbf{Z}(s)$ 。在图 1-8(b)中,将 2-2' 端口开路, $I_1(s)$ 看成电流源,求 $U_1(s)$ 和 $U_2(s)$ 。有

$$U_1(s) |_{I_2(s)=0} = (3 + 2s)I_1(s)$$

$$U_2(s) |_{I_2(s)=0} = 2s \cdot I_1(s)$$

所以

$$Z_{11} = \frac{U_1(s)}{I_1(s)} \Big|_{I_2(s)=0} = 3 + 2s$$

$$Z_{21} = \frac{U_2(s)}{I_1(s)} \Big|_{I_2(s)=0} = 2s$$

再在图 1-8(b)中,将 1-1' 端口开路, $I_2(s)$ 看成电流源,求 $U_1(s)$ 和 $U_2(s)$ 。有

$$U_1(s) |_{I_1(s)=0} = 2sI_2(s)$$

$$U_2(s) |_{I_1(s)=0} = (2s + 1/s)I_2(s)$$

所以

$$Z_{12} = \frac{U_1(s)}{I_2(s)} \Big|_{I_1(s)=0} = 2s$$

$$Z_{22} = \frac{U_2(s)}{I_2(s)} \Big|_{I_1(s)=0} = 2s + 1/s$$

$$\mathbf{Z}(s) = \begin{bmatrix} 3 + 2s & 2s \\ 2s & 2s + 1/s \end{bmatrix} \Omega$$

解法二: 通过列写网孔分析方程求 $\mathbf{Z}(s)$ 。在图 1-8(b)中,将 $I_1(s)$ 、 $I_2(s)$ 看成是电流源,且分别是网孔 m_1 、 m_2 的网孔电流,列写网孔电流方程如下

$$(3 + 2s)I_1(s) + 2sI_2(s) = U_1(s)$$

$$2sI_1(s) + \left(2s + \frac{1}{s}\right)I_2(s) = U_2(s)$$

这两个方程就是阻抗型参数方程。

例 1-2 求图 1-9(a)所示网络在正弦稳态下的阻抗型参数。电源角频率为 ω 。

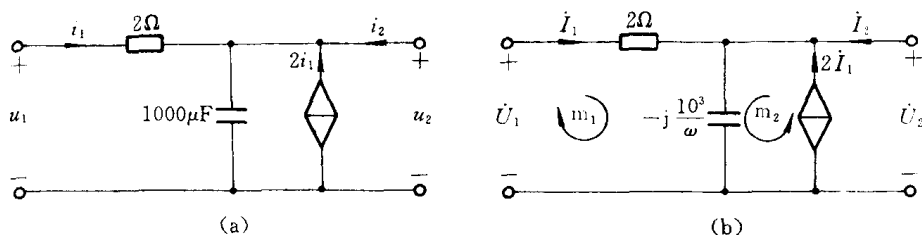


图 1-9 例 1-2 附图

解： 图 1-9(b)为图 1-9(a)的正弦稳态电路模型，用列写网孔方程的方法求阻抗型参数。 m_1 的电流为 I_1 ， m_2 的电流为 $I_2 + 2I_1$ ，网孔方程形式为

$$\begin{aligned} \left(2 - j\frac{10^3}{\omega}\right)I_1 + \left(-j\frac{10^3}{\omega}\right)(I_2 + 2I_1) &= U_1 \\ \left(-j\frac{10^3}{\omega}\right)I_1 + \left(-j\frac{10^3}{\omega}\right)(I_2 + 2I_1) &= U_2 \end{aligned}$$

将方程整理成

$$\begin{aligned} U_1 &= \left(2 - j\frac{3 \times 10^3}{\omega}\right)I_1 + \left(-j\frac{10^3}{\omega}\right)I_2 \\ U_2 &= \left(-j\frac{3 \times 10^3}{\omega}\right)I_1 + \left(-j\frac{10^3}{\omega}\right)I_2 \end{aligned}$$

所以阻抗型参数矩阵

$$\mathbf{Z}(j\omega) = \begin{bmatrix} 2 - j\frac{3 \times 10^3}{\omega} & -j\frac{10^3}{\omega} \\ -j\frac{3 \times 10^3}{\omega} & -j\frac{10^3}{\omega} \end{bmatrix} (\Omega)$$

可见，正弦稳态下的阻抗型参数是电源角频率 ω 的函数。

例 1-3 求图 1-10 所示电阻性网络的阻抗型参数矩阵。

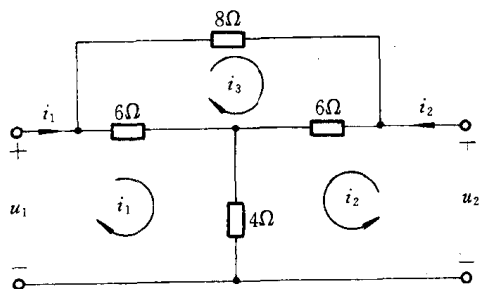


图 1-10 例 1-3 附图

解： 由于电阻性网络的 $\mathbf{Z}(s)$ 与 $\mathbf{Z}(j\omega)$ 相同，各参数为实数，可以在直流激励下求参数。依照阻抗型参数的物理含义，有

$$Z_{11} = \frac{u_1}{i_1} \Big|_{i_2=0} = \left[\frac{(8+6) \cdot 6}{8+6+6} + 4 \right] \Omega = 8.2 \Omega$$

$$Z_{21} = \frac{u_2}{i_1} \Big|_{i_2=0} = \left[\frac{6i_1}{8+6+6} \cdot 6 + 4i_1 \right] \Omega = 5.8 \Omega$$

该网络为对称二端口网络，因此

$$Z_{12} = Z_{21} = 5.8 \Omega, \quad Z_{22} = Z_{11} = 8.2 \Omega$$

图 1-10 所示网络的阻抗型参数矩阵为

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 8.2 & 5.8 \\ 5.8 & 8.2 \end{bmatrix} \Omega$$

本例也可以用列写网孔方程的方法求阻抗型参数。图 1-10 中有三个网孔，网孔电流分别

为 i_1, i_2 和 i_3 , 网孔电流方程为

$$\begin{aligned}(6+4)i_1 + 4i_2 - 6i_3 &= u_1 \\ 4i_1 + (6+4)i_2 + 6i_3 &= u_2 \\ -6i_1 + 6i_2 + (8+6+6)i_3 &= 0\end{aligned}$$

由第三个方程求得

$$i_3 = 0.3i_1 - 0.3i_2$$

将 i_3 代入第一、二个方程, 可得到阻抗型参数方程如下:

$$u_1 = 8.2i_1 + 5.8i_2$$

$$u_2 = 5.8i_1 + 8.2i_2$$

例 1-4 求图 1-11(a) 所示非松弛二端口网络的阻抗型参数方程。图中 $u_C(0_-) = 4V$, $i_L(0_-) = 0$ 。

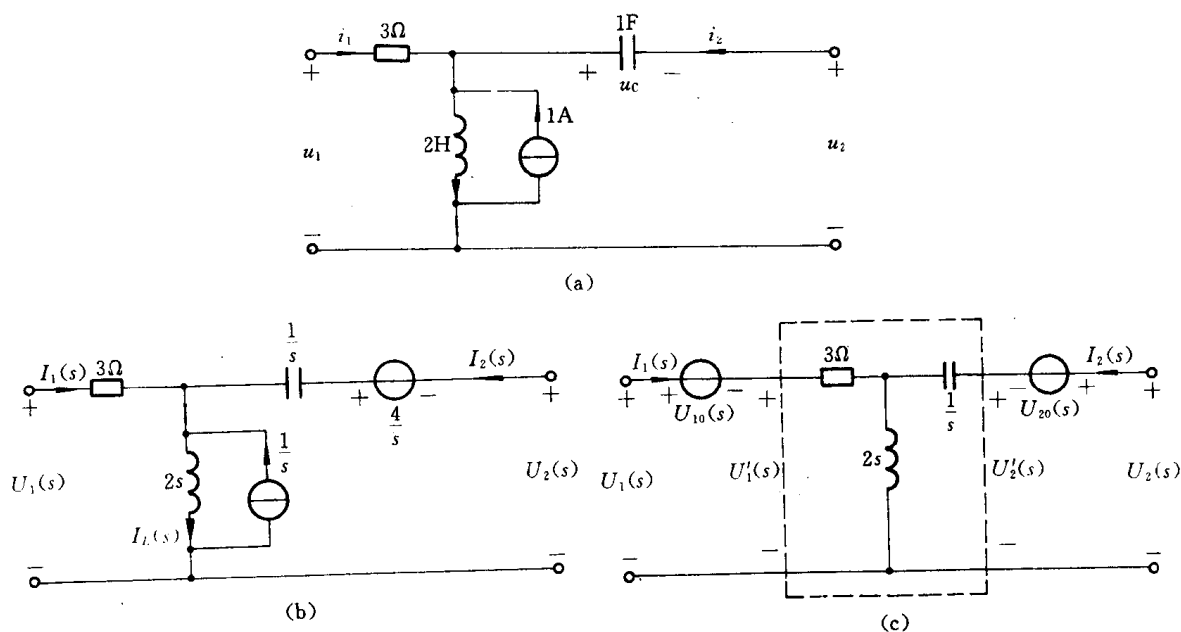


图 1-11 例 1-4 附图

解: 作出图 1-11(a) 的运算电路如图 1-11(b) 所示, 并求得图 1-11(b) 中两个端口均开路时的端口电压分别为

$$U_{10}(s) = 2s \cdot \frac{1}{s} = 2$$

$$U_{20}(s) = -\frac{4}{s} + 2s \cdot \frac{1}{s} = 2 - \frac{4}{s}$$

由此可作出等效电路如图 1-11(c) 所示, 虚线框中的二端口网络为松弛二端口网络, 例 1-1 已求得了该松弛二端口网络的阻抗型参数, 即有方程

$$\begin{bmatrix} U'_1(s) \\ U'_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2s & 2s \\ 2s & 2s + \frac{1}{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix}$$

又

$$\begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{10}(s) \\ U_{20}(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U'_1(s) \\ U'_2(s) \end{bmatrix}$$

因此图 1-11(a) 所示非松弛二端口网络的阻抗型参数方程为