

世界数学名著

〔英〕L.霍格本 著

大众数学

下册



科学普及出版社

大 众 数 学

下 册

〔英〕L·霍格本 著

李心灿 杨禄荣 徐 兵

郑梅春 盛一兴 陈典铠 合译

吴 满

陆启韶 王日爽 校

科学普及出版社

内 容 提 要

《大众数学》是英国数学家兼科学史家 L·霍格本的优秀数学著作,从第 1 版问世至今虽已半个世纪,但它仍以独特的风格受到各国读者的推崇与欢迎。我们根据美国 1971 年的版本全部译出该书,分上、下两册出版。

该书从历史发展的角度,以浅显易懂的语言,从人类历史、生产和生活对数学各分支的发生发展关系上进行讲解,笔法生动流畅,读来妙趣横生,最适宜作为广大读者自修数学的入门书。

L. Hogben

MATHEMATICS FOR THE MILLION

W.W. NORTON & COMPANY INC New York

* * *

大 众 数 学

下 册

〔英〕L·霍格本 著

李心灿 杨禄荣 徐 兵

郑梅春 盛一兴 陈典铠 合译

吴 满

陆启韶 王日爽 校

封面设计: 王序德

技术设计: 郑爱华

科学普及出版社出版(北京海淀区白石桥路 32 号)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国科学院印刷厂印刷

开本: 850×1168 毫米 1/32 印张: 11.375 字数: 304 千字

1988 年 6 月第 1 版 1988 年 6 月第 1 次印刷

印数: 1—2,980 册 定价: 3.00 元

统一书号: 13051·1537 本社书号: 1557

ISBN 7-110-00279-9/O·8

目 录

第 七 章	海员用的数学.....	1
第 八 章	运动的几何学.....	49
第 九 章	对数和级数的研究.....	110
第 十 章	牛顿和莱布尼兹的微积分.....	164
第十一章	棋盘上的代数学.....	232
第十二章	选择和机会的代数.....	260
习题解答		328
索 引		338

上 册 目 录

前言

译者的话

绪论		1
第一章	远古时代的数学.....	24
第二章	关于大小、次序及形状的数学规则.....	67
第三章	承前启后的欧几里得.....	113
第四章	古代的计数知识.....	165
第五章	亚历山大文化兴衰.....	247
第六章	零的诞生.....	301
附 表		301

第七章 海员用的数学

我们在上一章里讨论了印度人及其穆斯林学生们对于西方世界数学知识的独特贡献。在该时期的一段时间里，当时的西西里以及现在为葡萄牙和西班牙的大部份地方是处于摩尔人的统治之下，尤其是在三个世纪里，犹太学者将穆斯林文化遗产在整个基督教世界保存下来。本章的主题不是讲述东方的独特贡献，而是亚历山大利亚的数理天文和新的数的相结合产生的累累硕果。它对于理解以后任何一章节是无关紧要的，但对于任何爱好航海、航空的读者、对于有幸在那空旷的乡村观察所喜爱的夜空的读者、对于曾尝试制作过象图 25 和图 103 所示那样的简单仪器的读者来说，本章的内容是会受到欢迎的。对不想跳读本章的读者们，在阅读本章之前，应该回顾一下第五章末尾的练习 10，以及第三章的图 59 和图 62。

由于我们的主题是航海学和科学地理学的数学基础知识，因此让我们回顾一下早在公元前船长们熟悉的一些事实。最重要的事实是：在某特定地点 A 和另一地点 B 分别测得的任何一个恒星在中天时的天顶距(图 24) 之间的差值都是相等的，这个差值就是现在我们称之为 A 点和 B 点间的地球纬度差。例如，下列数字给出了两颗亮星在埃及孟非斯和英国伦敦的中天天顶距：

	天狼星	金牛座 α (毕宿五)	纬度
孟非斯	$46\frac{1}{2}^{\circ}$ (南)	14° (南)	30° (北)
伦敦	68° (南)	$35\frac{1}{2}^{\circ}$ (南)	$51\frac{1}{2}^{\circ}$ (北)
差值	$21\frac{1}{2}^{\circ}$	$21\frac{1}{2}^{\circ}$	$21\frac{1}{2}^{\circ}$

对于每年同一天中午的太阳而言，这个事实同样是正确的，它概括出天文与地理之间、星图绘制与地图绘制之间的本质联系。它阐明了为什么我们在能确定地球表面上的位置之前，需要会确定

天体的位置；以及为什么正如我们在第五章已学过的，星图的发明先于采用按经纬度绘出网格的地图。在那里我们已看到，希帕库斯和他的同代人在这方面奠定了牢固的基础；而穆斯林世界在学习了托勒密的《伟大论》以后又作了许多改进。在实践领域里，他们大大地增加了有可靠的经度数据，这些数据是通过观察行星的食和合而得到的（见图 111）——这也是哥伦布、阿美利哥·维斯普齐（Amerigo Vespucci）和麦哲伦所能使用的唯一方法。在理论上，他们从两个方面简化了托勒密的方法，即选用印度三角学方法（见图 84）和采纳印度数字系统强有力的手段去制作表格。

当人们说到一个星图时，他们并不一定是指一幅图画。正如在《大英百科全书》后面的地名辞典里列出各地经、纬度，它包含用于确定出在地图上任何一个城镇的位置的全部数据；而一张相应的星座坐标一览表则满足航海家的所有需要。传播到西方的穆斯林科学是大圆航海术所必不可少的技术基础；在后面我们将看到，绘制地图对以后发现新的数学工具起了很大促进作用。公元 1420 年，葡萄牙皇储亨利在萨格雷斯海岬上建立了一个天文台，这里是分布于欧洲最西南端圣文森特角的诸海岬之一。他还在此处建立了一个航海学校，从麦焦尔加（Majorca）请来一位雅可米（Jacome）担任校长。在装备和组织使他赢得“航海家亨利”的称号的探险时期，亨利埋头于星象的研究达 40 年之久。为了准备地图、航海图表和仪器，他招募了阿拉伯制图学家和犹太天文学家，聘用他们去指导他的船长们，并协助为其船只领航。彼得·努内斯（Peter Nunes）声称，皇储的船长们用仪器以及每个制图员都应该懂得的天文和几何很好地装备起来。

在 1483 年葡萄牙船只占领了环绕非洲西海岸的马德拉群岛，并在现在属于加纳沿海海岸上的埃尔米纳建起了一个难以攻克的堡垒。在这次探险中，负责此事的哥伦布还是一位年轻官员，此后的一些境况中促使他们比以前穆斯林世界所能办到的更充分地利用他们传播航海科学。我们当中很少有人知道印刷术与球面三角学对航海家们的需要之间具有某种特殊的关系。从航海家亨利死

后到哥伦布航海的半个世纪中,活字印刷术迅速发展起来,使得船长们都能及时预知日月蚀和星座一览表。半个世纪以后,便携式时钟简化了经度的测量工作,这种时钟在 24 小时的间隔内足够可靠。在哥伦布死后的一个世纪内,新兴的眼镜工业,由于推广印刷术的哺育而蓬勃地发展起来了,并出现了望远镜。

下面我们将看到,人们能利用以下知识制作一个天穹星图:

(a) 由于地球赤道与天球赤道在同一平面上,因此地球纬度圈与天球赤纬圈就位于同一平面上(见图 105);

(b) 天体赤经圈在假想的天极处相交,天极的连线与地球的轴线重合,因此可与相交于地极的地球经线圈相对应(见图 109)。

我们还将看到,只用很基本的几何方法,不用其它任何数学,就可以制作一张这样的星图,并用它来确定星座的方位或我们在地球表面上的位置。事实上,这种我们称为平面天体图的平展投影,对现代航空和航海也都是有用的。然而,用这种方法绘制一张地图(见图 110)终究是不可靠的。我们可以设想,正是为了绘制恒定星的图的需要而提出的挑战,推动希帕库斯计算出一个三角函数表。这里用“恒定”这个词,我们讲的是“恒星”。在我们一生中,虽然看不出恒星升起和降落位置的明显变化,但在若干世纪的时间内,它们相对于地平线的关系是变化的;这种现象称之为分点岁差。在现代术语中,它的意思是指地轴同一个旋转的陀螺的轴一样,当转动减速的时候,它就会晃动。地轴在晃动中转完一整圈大约要花 25000 年。

在这机械化印制和计算的时代,进行与希帕库斯提出并由托勒密精心制作的体系(见图 125)的使用相比拟的周期修正,是不必要地找麻烦。按照他们的观点,在地球上的固定观察者看来,岁差是指黄道面的转动(黄道就是太阳每年运行的轨迹),黄道面与天体赤道面成一个定角(约 $23\frac{1}{2}^{\circ}$)。如果按平行于黄道面的所谓黄纬面,和按相交于穿过地球中心并与黄道面成直角的直线上的黄道两极的所谓黄经圈来绘制,那么,用亚历山大利亚人的观点来看,我们的星图或星座一览表具有两个优点。恒星的黄纬始终

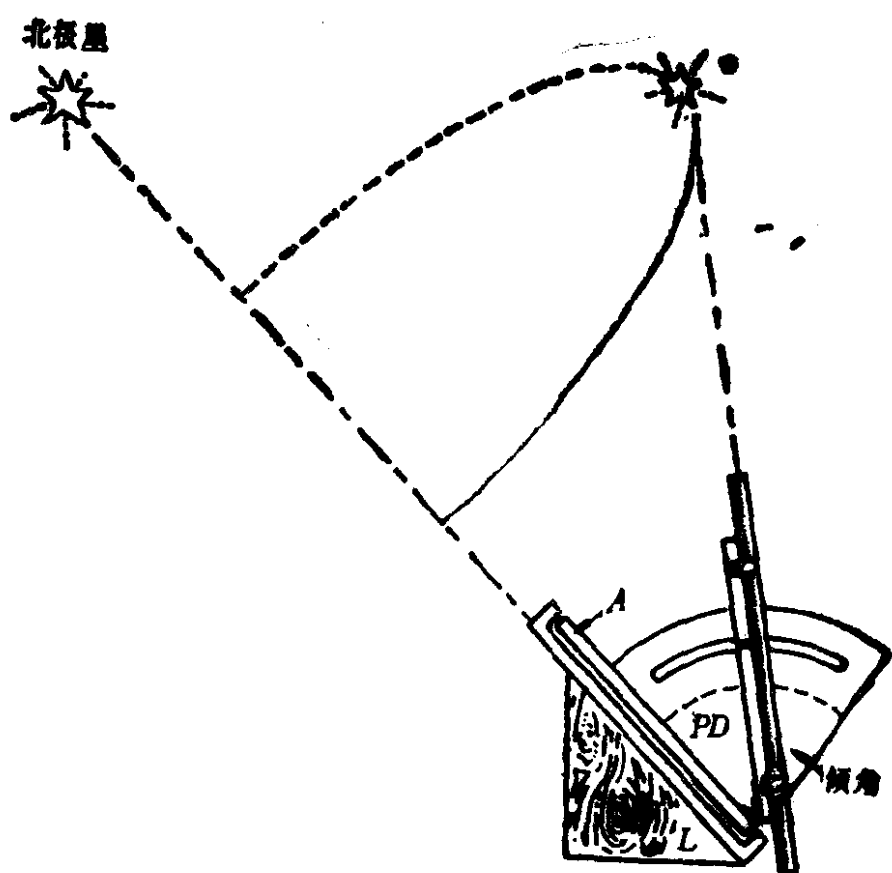


图 103

用一段铁管和木块制成的一种简单“赤道仪”用于望远镜上，这个铁管绕着A轴转动，A轴与地面上正北方向成固定的L角（即观察点的纬度）。当铁管与A轴的夹角固定为PD角时（PD是恒星的“极距”，或 $90^\circ - \text{赤纬}$ ），则当恒星（S）运转时，你就能使铁管绕A轴转动，而始终看得见S星

保持不变；而黄经在70年内近于 1° 的固定速度变动。因此，就无需修改星图，而只要我们记住这星图编制的日期就行了。

当手抄是制表的唯一方法，且计算是用雅典人的希腊数字符号时，这个优点是可以理解的。希帕库斯可能是用这个比较简单的系统进行基本编制的，并且利用我们现在称为球面三角学有关的公式将这些值进行选择变换。托勒密（见图84）是用弦进行计算的，而穆斯林天文学家和地理学家用半弦或象我们现在所说的正弦进行计算的；他们的实践成为哥伦布时代天体观测的基础。

星图的绘制

当我们在田野里散步时，可以通过熟悉的地标来辨别自己处

在什么位置，而船员的地标就是恒星。如果你因患几个星期的热病后被困在一个荒岛上，你可以通过天象来辨认出自己是在赤道以南，还是在赤道以北。如果在赤道以北，你就可能见到北极星；而在每年的某些时候还能看到大熊星座。如果是在赤道以南，却看不到北极星，而会看到南十字星座和一些在伦敦和纽约的纬度上所见不到的星座。要是你住在赤道以南，就不能象第三章中讲解的那样利用北极星的地平纬度（即北极星对地平面的仰角）来定出你所在地的纬度；因为在南极上空附近没有一颗亮星在照耀。由亚历山大利亚人最早绘制的星图向你表明，当北极星被云层遮蔽时，怎样利用不被遮蔽的恒星的方向来确定你在任何地方的纬度。借助于星图和能够准确知道的格林威治时间，船员们也能由某恒星在中天的时刻求出夜间任何钟点时他们所在的经度，因此他不必非要等到中午才能确定船只所在的位置。

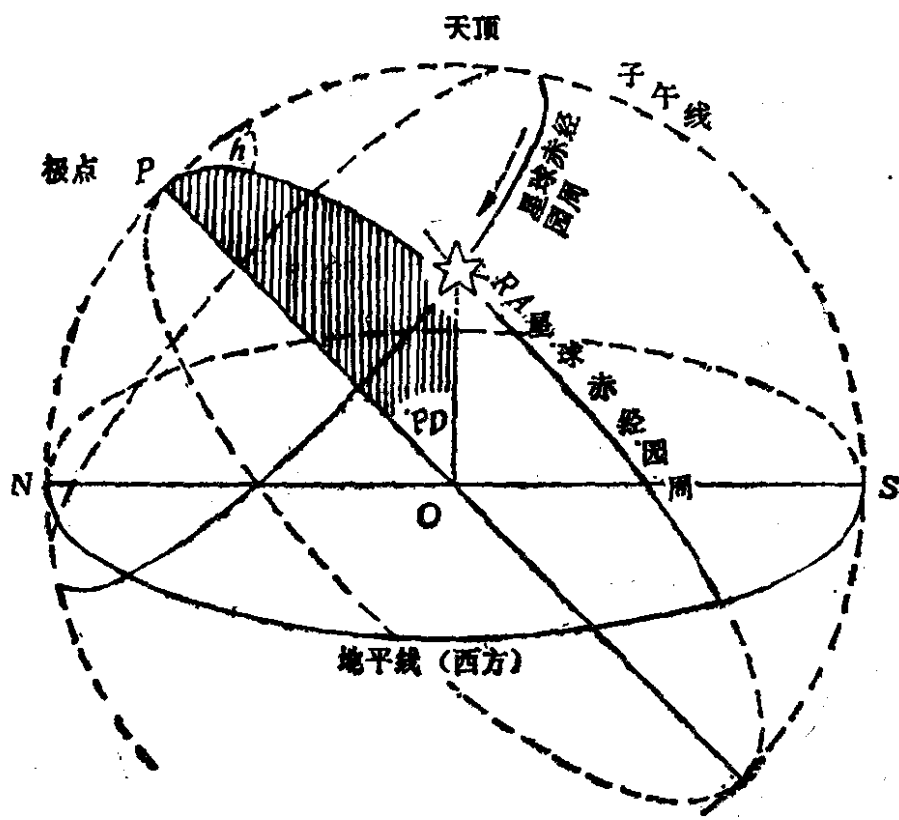
在一个普通的地球仪上，各个地方的位置是用相交的两组圆来表示的。一组大圆在两极相交，其半径等于地球本身的半径。它们就是经度子午圈。经度是根据子午圈之间在极点的夹角（从北极往下看或从南极往上看）来度量的；当然，同样也可以用由诸子午圈所切下的赤道周长（或是任一个与赤道面平行的圆面）的一部分来度量。因此，西经 15° 及西经 45° 在极点处也形成一个夹角，此夹角是通过将与赤道平行的任何圆的圆心与周长的

$$\frac{45^\circ - 15^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{12}$$

的弧的两端连接起来而形成的，另一组圆是纬度小圆^①。取球面上任一点及穿过这个所选点的经度子午线上与赤道的交点，分别将这两点与地心相连，这两条连线的所夹的圆心角就是纬度。因此，北纬 15° 和北纬 45° 之间的夹角等于经线（或赤道）圆周长 $1/12$ 的弧段所对着的圆心角。纬线圈围成的平板（平面）边界垂直于地轴；地球绕地轴旋转；从地球上看来，好象太阳和恒星在绕着

① 但其中纬度为 0° 的圆（即赤道）是大圆，大圆是与所研究的球体有相同半径的圆。

这种绘制地图的方法是由于以下发现而产生的：在地球上看来，诸恒星都以同样的速率沿着位平行主圆的小圆弧运转，这些平行圆垂直于眼睛和天极（在北半球可以近似地取北极星）的连线。这种连线相对于地平线的仰角（也就是第二章练习中所指观察者所在地的纬度）随着观察者的位置改变而变动。当我们向正北方航行，也就是朝着北极星航行时，这个角度愈来愈大；反之朝着正南方，即背离北极星航行时，这个角度就愈来愈小。当一个人在任一特定地方观察一颗星在中天时，他与同一颗星的连线总是对于北极星有同样的仰角；因此，当它通过子午线时，它与天顶成同样



地球上的一颗恒星 (I) 的位置可由赤纬小圆和赤经大圆的交点来确定。赤纬度由恒星对于天球赤道的仰角测得, 在同一赤纬圈上的一切恒星在越过子午线时都与天顶成相同的角度, 而且每天这些恒星出现在观察者所在地地平线上方的时间都是相同的。PT 弧或 POT 平面角可以用来测定恒星对天极的偏角(极距), 这角度是 $90^\circ - \text{赤纬}$ 。同一赤经大圆上的所有恒星, 在相同的时刻通过子午线。它们通过中天的时差, 由两个赤经圈之间的夹角测得。子午面和恒星赤经圈之间的夹角 h 就是恒星通过子午线之后所转过的角度。如果 h 为 15° , 那就是说该恒星在一小时以前越过子午线。所以 h 也称为恒星的时角。如果时角是 h 度, 那么这恒星在 $(h \div 15)$ 小时以前越过中天。

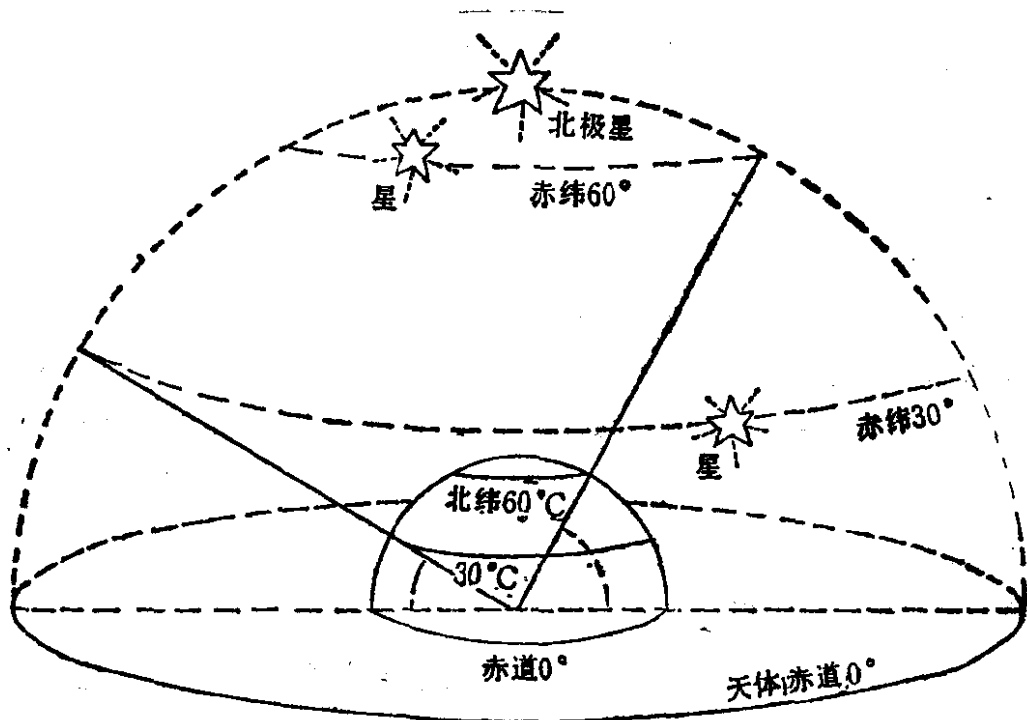


图 105 地面纬度小圆和天球赤纬小圆

的角。如上所述，看起来诸恒星沿着位于与极轴相垂直的一些平行的圆弧旋转，这个事实由以下事实所证实：任一恒星在两个地方的子午线天顶距之差等于同在这两个地方所测出的天极仰角之差，而且它还可以这样来直接演示，即竖立一根直指天极的杆，并装上一个望远镜(或一根钢管)，令望远镜能以任一需要的角度绕此杆(当作轴)转动(见图 103)。如果现在把望远镜固定在指向某个特定的恒星的角度上，那么我们可以不必升降望远镜，只要使它简单地绕着轴(杆)转动，我们就能整夜地跟踪此恒星的运转。如果它配上一个非常准确的现代时钟，使望远镜在一个恒星日(即任何恒星相继两次越过中天之间的时间)内能转 360° ，那么望远镜总是指着这颗恒星。任一特定恒星在另一颗星之前或之后相同分钟越过同一条子午线这件事，使古代天文学家们联想到，恒星是分布在固定的大圆上，而所有的大圆都相交于天极。

于是每个恒星可以在一个巨大的假想球上占有一个位置，这个点用两个圆的相交来确定(见图 104)。其中一个是在天极与所有其它同类的圆相交的赤经大圆(可与地球的经度子午圈相比拟)；还有一个是全部位于与极轴垂直的诸平面的赤纬小圆(可与

平行的地面纬度圈相比拟)。确定赤纬圈的方法与确定纬度圈的方法一样：赤经子午圈分别与赤纬圈和天球赤道相交于两点，把这两点与地心相连，这两条连线之间的夹角就是赤纬度（图 105）。我们称为地球极轴者仅是看起来各恒星绕着它旋转的轴线；因此，我们称为地球赤道平面者只是天球赤道平面所截的地球的剖面。由观察者到地心连一条直线（见图 59），并一直延伸到它的天顶，它与它的纬度圈以及在天球上相应的赤纬圈相交。任何一个在此赤纬圈上的恒星每 24 小时都会在相应的纬度圈上的观察者的头顶正上方越过一次。一旦这样画出这些恒星的图起到航标的作用，那么用类似的方法，很容易画出地球图。

必须牢记这样一件重要的事实，那就是用这种方式所绘出的星图，只是告诉我们应该朝哪个方向去寻找这些恒星，或是应该把望远镜对准哪个方向才能看到它们。在星图上所示的一个恒星的位置，与它离我们有多远却毫无关系。假若在地面上你顺着铅垂方向一直挖下去，最后一定会挖到地心；如果你能从地心向上看，那么竖井的底和它的井口正好在一条直线上。尽管井底到地心的距离并不远，但它与井口的经纬度是相同的。一口矿井底部的经

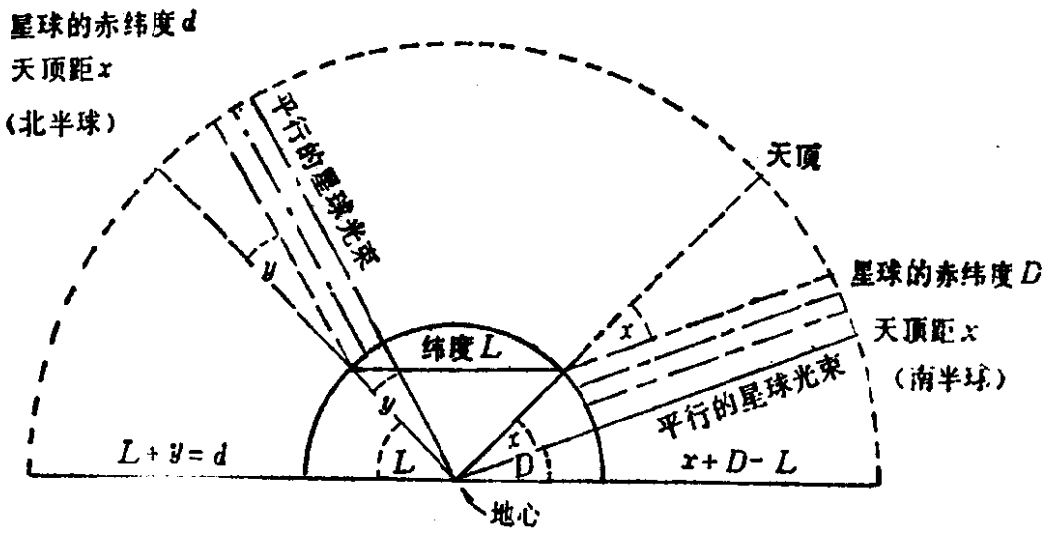


图 106

在天球北半部上的两颗恒星，一颗在天顶以北越过了子午线，另一颗在天顶以南越过了子午线。如果此星是越过天顶的北方，其赤纬度 = 观察者的纬度 + 子午线天顶距，即其赤纬度 = 观察者纬度 - 子午线天顶距

纬度就是井底和地心的连线向上延长与地球表面相交点的经纬度。因此，一颗恒星的赤纬度和赤经度，可以用来度量这个恒星和地心的连线与一个假想的球体的交点的方位；这个球体的半径伸展到最遥远的恒星。在一次日全蚀时，太阳和月亮处于同一赤经度和赤纬度上，正如矿井的井口和井底有相同经纬度一样。这就是说，如同矿井的井口和井底一样，太阳和月亮也与地心正好在一条直线上。

在中午，太阳的影子在过地平面的正南北端连线上，这也正好是在连接南北极的观察者的经度子午线上。中午时，太阳本身处在这个假想圆弧上，即通过天极和天顶的天球子午线上。天极与地极和地心同在同一条直线上。天顶（见图 59）与观察者和地心也在同一条直线上。所以天体子午线、地心和观察者的经度子午线全都在空间的同一个平面上。当太阳或恒星的子午线“中天”的时刻，处于天空的最高点，因此我们可以应用平面几何中的法则，它证明以很简单的方法把观察者的纬度与任一天体的赤纬度和天顶距联系起来。如果我们知道自己所处的纬度，那么通过观察一个恒星在子午线中天时的天顶距，就可以求出此恒星的赤纬度；反之，一旦我们确定此恒星的赤纬度，就能定出我们所在地的纬度。既然总有一些恒星处于子午线附近，那就意味着船员在夜间任一时刻都可以借助于星图或恒星赤纬表，定出自己的纬度。对于北纬度经过天顶以北的一个恒星来说，公式可简单地定为：

赤纬度 = 观察者的纬度 + 子午线天顶距

而对于经过天顶以南的恒星来说，公式是：

赤纬度 = 观察者的纬度 - 子午线天顶距

如果把在天顶以南测得的天顶距当作负值，并且把地球赤道以南的纬度或天球赤道以南的赤纬度也当作负值，那么第一个公式可以适用于全部情况。

我们现在已经熟悉这样一个事实：观察者所在的纬度等于北极星在地平线上方的高度。当象亚历山大利亚时期那样没有明亮的北极星之时，人们用北极星附近任何一颗恒星的平均高度来当

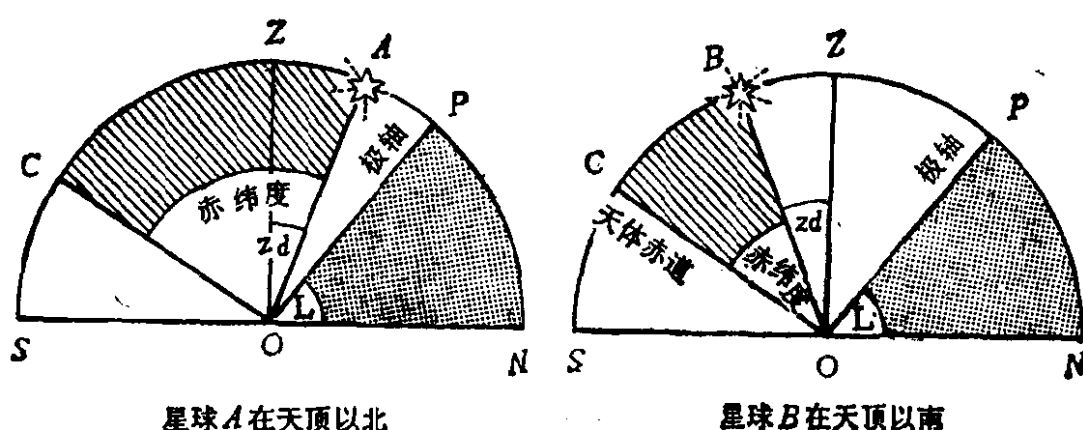


图 107 纬度、赤纬度和中天时的天顶距

如同第三章(见图 59)中已经说明过的那样,观察者(O)的纬度是地平线和天极(P)的夹角,即 $\angle PON$. 因此, ZOP 角是 $90^\circ - \text{纬度}(L)$.

对于一颗在天顶以北越过的恒星(A)来说,

$$ZOP = AOP + \text{天顶距}(z. d.)$$

由于这个恒星的赤纬度是它与天球赤道的夹角,而天球赤道与极轴成直角,因此:

$$\begin{aligned} \text{赤纬度} &= 90^\circ - AOP \\ &= 90^\circ - (ZOP - \text{天顶距}) \\ &= 90^\circ - (90^\circ - \text{纬度}) + \text{天顶距} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{赤纬度} = \text{纬度} + \text{天顶距}$$

对于一颗越过天顶以南的恒星(B)来说,

$$\text{赤纬度} + \text{天顶距} = 90^\circ - ZOP = 90^\circ - (90^\circ - \text{纬度})$$

$$\therefore \text{赤纬度} = \text{纬度} - \text{天顶距}$$

作北极星的高度,也就是它在子午线之上的最高点和之下的最低点的高度的平均值;而且早在人们开始理解这一点以前,就已经这样做了。

正象如果我们从星图上查出任一恒星的赤纬,那么我们就可以通过观察任何一颗恒星的中天时的天顶距来求出某地的纬度那样,如果从星图上知道任一恒星的赤纬度(见图 108~110),并用一个采用标准时间的时钟,那么我们也可以通过观测这颗恒星中天的时间来得到该地的经度。地面经度圈如今是以格林威治子午线(0°)为准,以西和以东各取 0° 至 180° 来度量的。赤经度总是以“春分点”所在的天体子午线开始向东计算。这条子午线就是天体格林威治子午线,并用星相学的符号 γ 来表示,这也是太阳在春分时(3月21日)的位置。从地球上,天体在24小时的时和分

来度量比较方便。因为恒星看来是由西向东运转，所以一颗赤经为 13 时 21 分的恒星(室女座 α 星)在春分那天太阳越过某地的子午线以后 13 时 21 分，这颗星在同一地点越过子午线。这就是说，它在当地上午 1 点 21 分越过子午线。如果在它中天时刻电台播音员报时正好是格林威治时间下午 10 点 21 分，那么你便会知道你的时间比格林威治时间快了三个小时，并且当格林威治在正中午时，你所在地的当地时间为下午三点整。所以你的经度(见第三章中图 62)应该是东经 $3 \times 15^\circ = 45^\circ$ 。

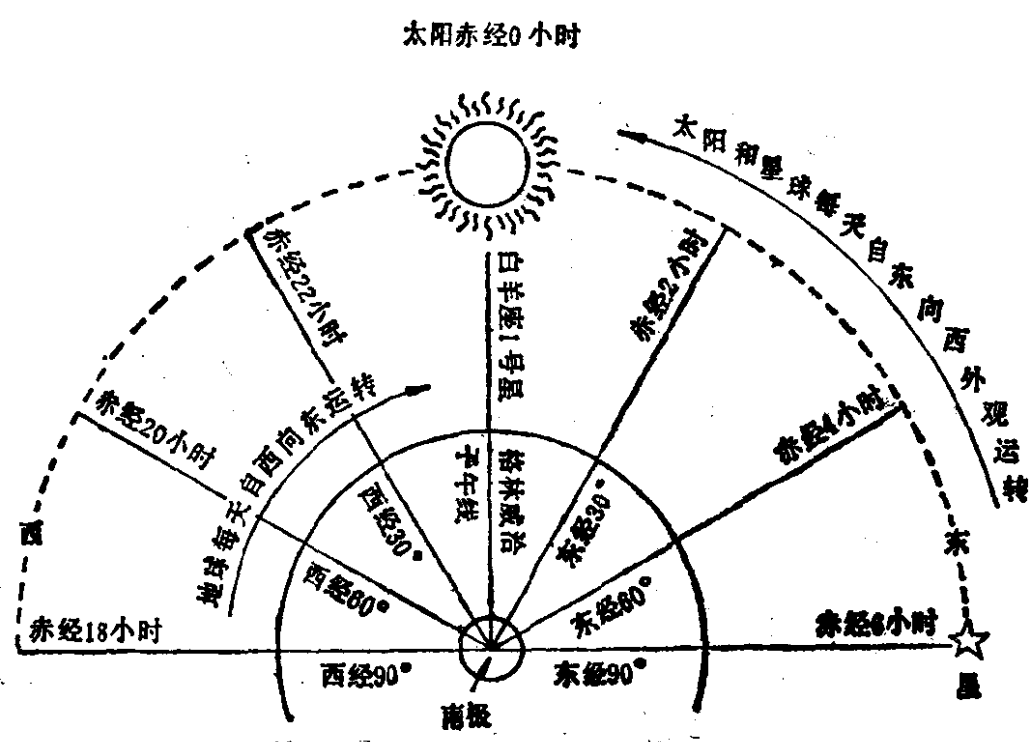


图 108

在格林威治时间 3 月 21 日中午，表明赤经度、经度和时间的关系 中午时，天球上的太阳的赤经子午线与观察者的经度子午线处在同一平面上。如果你在格林威治以西 30° ，那么地球必须转过 30° 或一周的 $1/12$ ，也就是要在 2 小时以后，你所在地的子午线才与太阳的子午线共面，即太阳好象要转 30° 以后才与你所在地的子午线共面。因此，你所在地的中午时刻应该在格林威治的中午时刻以后两小时。

当太阳越过你所在地的子午线时，就是当地时间中午，这时按格林威治时间校准的时钟将指示下午两点。假定在太阳的赤经为 0° 时，日期为 3 月 21 日，那么一颗赤经为 6 小时的恒星将在当地时间下午 6 点才越过子午线。如果这颗星在格林威治时间下午 8 点才越过你所在地的子午线，那么你的钟将比格林威治时间的慢 2 个小时，这样你所在地的经度应该是西经 30° 。

本图表示当你朝北看，群星是逆时针转动的，这样地球南极是朝着你的

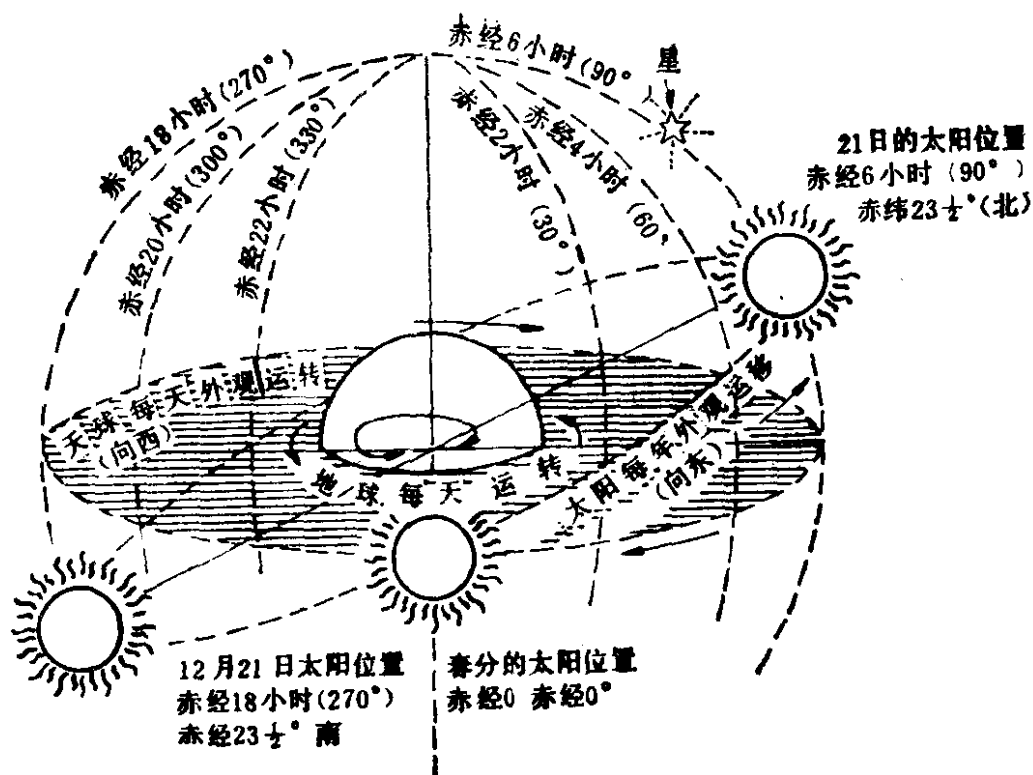


图 109

图中那颗星(位于赤经6小时)在6月21日中午和在12月21日午夜达到中天,即这是一颗象猎户座 α 星那样的在冬季的恒星

在一年的其它时间里,就必须进行修正,这是因为太阳相对于地球和恒星的位置会变化,在 $365\frac{1}{4}$ 天里它要转过 360° 或赤经 24 小时。在各国政府的天文台保存的航海天文日历里,给出了一年中每天太阳赤经的准确数值。如果没有这个日历可查,也可在当地中午时间用以下方法作粗略的估计(见图 110)。因为星球越过子午线上方的时间每晚都稍有提早,因此太阳似乎在向东方后退,其赤经每天约增加 $360/365$ 或 1° 。如以小时计算,太阳的赤经每天约增加 $1/15$ 小时(即 4 分钟)。假定猎户座 α 星在 3 月 1 日某时刻越过某地的子午线,由于太阳要向东方后退 20 天才到达春分点的位置,于是在 3 月 1 日那天,太阳在春分点之前 80 分钟(即 1 小时又 20 分钟)就越过子午线了。猎户座 α 的赤经是 5 小时 51 分,那么它越过子午线时间应比 γ 迟 5 小时 51 分。此是 1 小时 20 分 + 5 小时 51 分 = 7 小时 11 分,所以猎户座 α 星越过

此地的子午线的当地时间是下午 7 点 11 分●。太阳的赤纬由夏至 $+23\ 1/2^\circ$ 变到冬至的 $-23\ 1/2^\circ$ ，利用美国航海天文年鉴，你可以由一年中的任何一天中午太阳的天顶距定出你所在地的纬度，正象你可以由某颗星在越过子午线时的天顶距定出纬度一样。

当你坐在一辆静止的火车里，透过窗户去看一辆正在运动的火车，你不能肯定当你掠过它时，对于外面的风景而言，是你在动还是它在动，或是两者都在动。所以当我们在地球上骤然一看，同样也辨别不出究竟是天穹每天在绕地球转动，而太阳绕着地球每天在后退；还是地球每天绕着自己的轴在转动，而同时又每年在它的轨道上绕着太阳运转。因为恒星一般都离我们很远，所以不管用哪种方法去计算全都适用。因此，对于大多数实用问题而言，希帕库斯和穆斯林的天文学家所提出的见解是比较简单的，但是要用它来处理别的天体时就不那么简便了。

任何一颗恒星如果在午后某个时刻越过子午线，时隔一年以后，太阳相对于它和地球来说，再一次回到原来的位置，而这颗星还是在那个时刻越过子午线。但是对于行星来说就不是这样了，因为它们相对于恒星的位置在变动，所以行星的赤经和赤纬不是固定不变的。由于几个方面的原因，这种情况在很早以前就引起人们的注意。其原因之一是它们之中有两颗星●特别引人注目甚至比起最明亮的恒星还要明亮；另一个原因是它们总是出现在太阳面和月亮运转区域近旁。在某些时候，比如在它们具有和月亮相同的赤经，如果这时它们的赤纬与月亮的赤纬相差不超过 $1/4^\circ$ 时，就会被月亮“挡住”，即发生食的现象。在古时候人们已观察过这种现象。那时没有可携带的时钟，人们只有把天空当作一个大

● 为了简化起见，这里没有涉及到在天文年历中称为“时差”的修正。在伦敦，播音时间是格林威治平均时间，到“夏至”加一小时。在一年里，它与格林威治当地时间相差不超过几分钟。采用平均时间是由于在一年里太阳日（从中午到中午）稍有变动，但我们又不能把时钟做得始终和它保持同步。所以用一个平均太阳日作为基本时间，而不同季节的中午时间就通过往回或向前拨动几分钟来调正，这个差值可在专门的表上查到。

● 指金星和水星。——译者注