内容简介

本书从概率论基本概念出发，较系统地介绍了船舶与海洋建筑物性能预报中的概率统计方法及其在工程设计中的应用。全书共有十一章，前面六章介绍随机变量与随机过程基本概念，后面五章着重介绍国内外近三十年来在船舶与海洋工程领域中统计预报方法的研究成果及其应用情况。书中附有结合专业的例题和计算实例，可供参考。

本书可供从事船舶与海洋工程科研设计人员及有关大专院校师生参考。

船舶与海洋建筑物性能统计
预报理论及应用
於家鹏 编
*
国防工业出版社出版
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印装
*
850×1168 1/32 印张 11 3/4 308千字
1985年4月第一版 1985年4月第一次印刷 印数：0,001—1,060册
统一书号：15034·2780 定价：2.65元

前　言

船舶在恶劣海洋环境中的航海性能，海洋平台以及其他海上建筑物在整个使用期内安全有效的工作，是工程设计中必须考虑的重要课题。要解决这些问题，需要涉及诸如流体力学、结构力学等方面的许多知识，对此已有许多专著作了介绍，本书则将介绍预报船舶与海洋建筑物性能的概率统计方法。

因为海浪是不规则的，因此只能运用概率统计方法才能加以正确描述。这一方法首先由圣·丹尼斯（St. Denis）和皮尔逊（Pierson）于 1953 年提出用来解决船舶运动问题[1]。后来在船舶结构、海洋工程等领域中迅速得到推广应用，并成为现代船舶耐波性理论的基础之一。1973 年，越智和夫（Ochi）曾对其作过较全面的总结[2]，从而进一步推动了这一理论的发展。尽管，这一理论目前还比较年轻，有许多问题（特别是非线性问题）尚待解决，但是就其内容与性质来说已构成了一门独立的学科。

过去由于缺少正确理论的指导，通常仅根据静水或规则波中的一些结果并加上设计者的经验来指导设计，因此不可避免地带有一定的盲目性，设计一般偏于保守，增加了不必要的建造费用。但有时也会出现由于实际性能没有达到设计标准而降低使用要求，严重的由于设计或使用不当而造成船体或结构物的整体倾覆。鉴于这些原因，利用概率统计方法预报船舶与海上建筑物在海浪中的性能已日益受到设计者的重视。

为了适合广大工程技术人员的需要，我们曾经从这一理论的基本原理出发，结合工作中的常用方法，编写过《船舶运动统计分析原理》讲义，在有关人员中作过介绍。本书是在该讲义的基础上改写而成，并增添了不少新的内容，其中也包括我们自己的一些工作，以期尽可能反映这一理论的最新水平。

目　录

第一章　基本概念

随机现象、随机事件、概率等是概率论中基本概念之一。从这些概念中，我们可以对概率论的研究对象、目的以及基本方法有一初步认识。本章将通过简单的例子来加深对这些概念的理解。

§1.1　随机现象

我们通常所观察到的一些现象，有一些属于确定性的，这种现象，在一定条件下必然会产生某种结果。例如，物体在合力不等于零的外力作用下会产生加速度，导体通电后会发热等等。有一些是非确定性的，它与上述情况不同，对于这种现象，它会产生什么结果事先是不知道的。例如，船舶在遭遇波浪以后，甲板是否上浪，就有可能上浪与可能不上浪两种情况。象这种究竟发生那一种情况事先不能肯定的现象，我们称它为随机现象。

为什么会产生随机现象呢？唯物辩证法告诉我们，每一事物和现象都和无数多的其他事物和现象有联系，它的发展取决于许多因素，除了事物内部的决定因素外，还将受到外界条件的影响。例如，做某些试验时，试验点子总是在某一条曲线附近作上下跳动，产生这样那样的偏差。曲线显示了事物自身发展的规律，但是由于受到诸如试验技术的熟练程度，测试仪器的精度、环境条件的好坏等外界条件的影响，使得试验点子总是不能落在曲线上。正是由于事物的相互联系和因果关系的复杂性，使得事物发展的真相往往被某些假象所掩盖，有时甚至没有任何明显的规律性。

但是，不论情况多么复杂，事物发展的自身规律是永远起着决定作用的。当我们对同一现象进行多次观察时，将会发现，除了每次观察到的特有的个性特征外，还会出现每次观察中始终出

现的共性。实践证明，研究了大量的同类随机现象后，通常总会揭露出一种完全确定的规律性，也就是大量随机现象所特有的一种规律性。这种规律性就是上面所指的共性，我们将它称为统计规律性。例如，按分子物理学的观点，气体是由无数气体分子所组成，这些分子的运动是非常混乱的，但是我们知道，以宏观看来，气体对器壁的压力是稳定的。这是因为分子数量足够大，因而各个分子运动所具有的随机性即个性特征就被相互抵消了。又例如风暴所兴起的海浪是极不规则的，它的形状各不相同，新的波形不断形成，老的波形不断消失，永不重现。但是我们知道，不同海情的风浪就有不同的运动特性，五级风浪与三级风浪的情况完全不同，除了个别的以外，一般说来，五级风浪的波峰远高于三级风浪的波峰。不仅如此，不同海区也有它自身不同的特性。船舶在汹涛海浪中航行时，由于海浪的作用引起了各种运动，如升沉、纵摇等，这些运动也是随机的。但是，每一在船上工作过的人都可以体会到，不同的船舶航行在同一海况中，或者同一条船航行在不同的海况中都有着不同的自身的运动规律。所有这些规律都是在我们对它进行了多次观察后才被发现的。

由上所述可知，个别的随机现象虽然是无规律的，但是观察了大量相同性质的随机现象后，就可以揭露出一种完全确定的规律性来。概率论就是一门研究随机现象的数量规律的科学。因为我们研究的是大量随机现象的规律性，所以这些随机现象在实际上应该是必须能够进行大量观察的。

§1.2 随机事件

为了研究随机现象，首先必须观察随机现象的各种表现结果，这种结果我们称它为随机事件。显然，随机事件是指在一定条件下可能发生也可能不发生的事件。为简单起见，今后称它为事件。在概率论术语中，对给定随机现象的观察（或观测）叫做实验，事件就是由实验所得的各种结果。下面我们来看一些例子。

1）船舶在遭遇波浪后，甲板是否上浪是随机现象，“甲板

上浪”与“甲板不上浪”都是事件。

2）在某一航次中，船舶在一小时内发生的砰击次数是一随机现象，而“砰击超过 20 次”是一个事件。

3）从远处射击一个较小目标时，是否命中目标是一随机现象，而“命中目标”与“不命中目标”都为事件。

除了上述的一些事件外，对于在一定条件下必然会发生的事件，称为必然事件。反之，在一定条件下必然不发生的事件，称为不可能事件。例如，“在标准大气压下，水加热到100℃会沸腾”是一必然事件。“在标准大气压下，水在常温下会沸腾”是不可能事件。

必然事件和不可能事件之间有着密切关系。事实上，如果在一定条件下，某事情是必然事件，那么在同样条件下，它的反面是不可能事件，反之亦然。必然事件和不可能事件实质上都是确定性现象的表现。我们将它们作为随机事件的两种特例。

今后，我们用大写字母A、B、C等表示事件，而对于必然事件通常用U表示，不可能事件通常用V表示。

§1.3 事件与事件之间的关系

在实际应用中，除了单个地研究事件外，还需要同时研究在同一随机现象中的几个事件以及它们之间的关系。对一较复杂事件的研究，往往可以通过对一些简单事件的研究来实现。下面我们通过例子先来说明简单事件与复杂事件的意义以及它们之间的关系。

例1-1 打靶三次“至少有一次命中目标”是一个事件，但是这一事件包含了“一次命中目标”，“二次命中目标”与“三次命中目标”三个事件。对于“至少有一次命中目标”这样一种事件称为复杂事件，而“一次命中目标”等三个事件称为简单事件。如果需要考虑到打靶的次序，那末“一次命中目标”成为复杂事件，因为它还可以分解为“只有第一次命中目标”，“只有第二次命中目标”和“只有第三次命中目标”等三个简单事件。

如果一事件在一定的研究范围中不能再分解了，这样的事件称为基本事件。基本事件就是简单事件，它在每次试验中只包含其中一个结果，因为否则它还可以继续分解。上例中考虑次序的三次打靶共有 8 种不同情况，所以它有 8 个基本事件，把它列在表 1-1 中。

表1-1 三次打靶基本事件

事件	第一次	第二次	第三次
A_1	不命中目标	不命中目标	不命中目标
A_2	命中目标	不命中目标	不命中目标
A_3	不命中目标	命中目标	不命中目标
A_4	不命中目标	不命中目标	命中目标
A_5	命中目标	命中目标	不命中目标
A_6	命中目标	不命中目标	命中目标
A_7	不命中目标	命中目标	命中目标
A_8	命中目标	命中目标	命中目标

从表 1-1 中可以看到，“一次命中目标”事件由基本事件A_2，A_3，A_4组成，而“至少一次命中目标”事件由 A_2～A_8 7 个基本事件组成。

例1-2 在编有号码 1 至 4 号的 4 件产品中任取一件，用 A_i 表示“取得第 i 号产品”事件，那么试验的可能结果为 A_1，A_2，A_3，A_4，这些便是基本事件。事件“取得前二号产品”包含基本事件 A_1，A_2。事件“取得偶数号产品”包含基本事件 A_2，A_4。

但是，仅仅知道简单事件与复杂事件是不够的，我们还必须知道它们是怎样组合的。因此还需要研究事件之间的相互关系，下面我们来讨论这种关系。

1）有两个事件 A 和 B，如果事件 A 发生，必然导致事件 B 发生，就称事件 B 包含事件 A，记为

$$A \subset B$$

例如，上例中“取得前 2 号产品”就包含事件“取得一号产品”，又例如在三次打靶中“至少有一次命中目标”包含事件“一次命中目标”。

如果事件 B 包含事件 A，同时事件 A 也包含事件 B，则称这两个事件是等价的，并记作

$$A=B$$

2）如果事件 C 是由事件 A 与 B 至少出现其中之一所组成，则称 C 为事件 A 与 B 之和，记为

$$C=A+B$$

例如，在例 1-2 中，“取得前 2 号产品”事件便是“取得 1 号产品”与“取得 2 号产品”两事件之和。

两事件和的关系可以推广到个数为 n 的情况：事件 A_1，A_2，…，A_n 中至少有一个发生，这一事件就是事件 A_1, A_2，…，A_n 之和，记作

$$A=A_1+A_2+\cdots+A_n$$

例如，在二次打靶中“至少有一次命中目标”是事件“一次命中目标”，“二次命中目标”之和。又如，在海上航行的船舶，“一小时内甲板上浪不多于 10 次”这一事件是由“一小时内甲板没有上浪”，“一小时内甲板上浪 1 次”，…，“一小时内甲板上浪10次”等事件之和。

如果一事件包含了全部可能的试验结果，那末每次试验必然会发生其中之一，因而是必然事件，这就是说，全部基本事件之和是一必然事件。在例 1-2 中，若事件 A 为“取得任意号产品”，则 A 由全部基本事件 A_1，A_2，A_3 与 A_4 组成，于是 A 为必然事件。

反之，不含任何基本事件的事件是不可能事件。

3）事件 A 与 B 同时发生而构成的事件 C 称为事件 A 与 B 之积，并记为

$$C=AB$$

例如，在 4 件编号产品中任取一件，若 A 为“取得前二号产品”，

它包含基本事件 A_1，A_3，而 B 为“取得偶数号产品”，它包含基本事件 A_2，A_4，则它们之积 AB 为“取得 2 号产品”，它由一个基本事件 A_2 组成。同样事件之积也可以推广到个数为 n 的情况。

图 1-1 直观地表示了事件和与积的关系。

4）事件 A 发生而事件 B 不发生所组成的事件 C 称为 A 与 B 之差，并以

$$C=A-B$$

表示。例如，“取得任意号数的产品”与“取得偶数号产品”两事件之差为事件”取得奇数号产品”。图 1-2 中的圆 A，B 分别表示事件 A，B，而阴影部分表示事件 $A-B$。

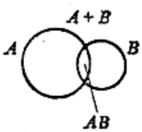

图1-1　两事件和与积

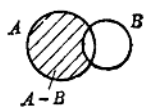

图1-2　两事件之差

5）若事件 A 与事件 B 不能同时发生，即

$$AB=V\text{（不可能事件）}$$

则称 A 与 B 是互不相容事件。例如，“取得 1 号产品”与“取得偶数号产品”两事件中，一个包含基本事件 A_1，另一个包含基本事件 A_2，A_4，它们没有共有的基本事件，所以它们为互不相容事件。

6）若事件 A 与 B 同时满足下列二个条件：

$$A+B=U\text{（必然事件）}$$

$$AB=V\text{（不可能事件）}$$

则称它们为互逆事件。例如，“取得奇数号产品”与“取得偶数号产品”就是互逆事件。对于互逆事件，通常将其中之一用 A 表示，另一个用 $\overline{A}$ 表示，并称 $\overline{A}$ 为 A 的逆事件。

§1.4 事件的概率

在日常生活中，我们经常采用“可能性大与小”等用语来判断一事情的发生与否。例如，打靶时，一个好的射击手命中目标可能性大，而射击技术差的命中目标可能性小等。如果仅仅以这种“可能性大”与“可能性小”来判断一事情的发生与否是不能满足我们要求的。我们希望用一个具体的数字来表征这种“可能性的大小”，这种数字特征，一般说来是人们对一随机现象经过多次和长期的观察后用统计的方法得到的。我们称它为事件发生的概率，并用$P(A)$表示。

一、古典概型

我们先来讨论一类简单而又常见的随机现象，其特征是：

1）它的所有可能的试验结果的个数是有限的。

2）由于具有某种对称性，它的各个试验结果出现的可能性是相等的。

这种概型称为古典概型。例如，在例 1-2 中关于 4 件编号产品中任取一件，试验的所有可能结果为 A_1，A_2，A_3，A_4 共 4 个，每件产品被取到的可能性是一样的，都有 1/4 的机会。如果事件A为“取得前 2 号产品”，它包含基本事件 A_1，A_2，是总的基本事件个数的一半，所以事件A发生的可能性为 2/4。一般说来，如果试验的结果共有 n 个，这些结果是互不相容的，并且是等可能的，那么这些结果全体组成一个基本事件组。假定事件A包含有其中$m(m\leqslant n)$个基本事件，则事件A发生的概率可以由A中含有的基本事件个数m与基本事件总的个数n之比来表示，即

$$P(A)=\frac{m}{n} \tag{1-1}$$

因为每一事件总可以看成是由某些基本事件组成，并且所包含的基本事件数介于 0 与 n 之间，所以事件A的概率在 0 与 1 之间，即

$$0\leqslant P(A)\leqslant 1$$

当事件A包含所有基本事件时，则A为必然事件，概率$P(A)=1$。当事件A不含有任何基本事件时，则为不可能事件，概率$P(A)=0$。

二、概率的一般定义

在实际应用中，古典概型仅占很小部分，因为在更多场合下，试验可能出现的结果可以是无限的，并且不具有等可能性。就拿船舶甲板上浪现象来说，在某一小时内，甲板上浪次数就包含"1次上浪"，"2次上浪"，…，"n次上浪"等等无限个事件。同时"1次上浪"与"2次上浪"的可能性是不等的。象这种随机现象就不可能用古典概型来描述。这就必须寻找其他方法来定义概率。为此，我们先来弄清事件发生的频率这一概念。

在一组固定条件下，作一系列试验，该事件发生的次数与试验的总次数之比称为事件发生的频率。现在我们来看这种频率有什么性质。

在人们长期的实践与认识中发现，对于次数不多的实验，事件发生的频率有显著的随机性，一组实验与另一组条件几乎相同的实验结果的频率是不一样的，有时相差很大，但是当试验的次数增加以后，事件发生的频率就呈现出稳定性来。为了说明这一点，让我们来看一个例子。

例1-3 在某产品检查中，当产品长度介于13.60厘米到13.90厘米内时作为合格标准。现分别抽取5件，10件，60件，150件，600件，900件，1200件，1800件，其检查情况如表1-2与图1-3所示。

表1-2 产品合格频率[8]

抽取件数	5	10	60	150	600	900	1200	1800
合格产品数	5	7	53	131	548	820	1091	1631
合格品频率	1	0.7	0.883	0.873	0.913	0.911	0.909	0.906

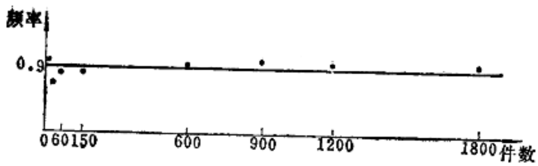

图1-3 频率变化情况[3]

从表 1-2 与图 1-3 中看出，随着抽取产品件数的增加，合格的频率越来越稳定于值 0.9。这种稳定性不论谁进行试验都是一样的，只要试验是在相同条件下进行的（在上例中所谓相同条件是指用同一种方法检查同样的产品）。也就是说频率的稳定性不会因人而改变。

由于在自然界中，对一系列随机事件作了大量试验，频率稳定性的这种性质不断被证明，这种情况使我们认为有一个客观的常数存在，它是事物本身所固有的，不随人的主观意愿而改变的一种属性。对于这样的数字特征，称为事件发生的概率。在上例中，产品合格的概率为 0.9。当我们从这批产品中任取一件时，得到合格品的可能性为 90%。若用A表示“任取一件为合格品”这一事件，那末它的概率是

$$P(A)=0.9$$

由于频率总介于 0 与 1 之间，因而任何事件的概率也在 0 与 1 之间，我们规定必然事件的概率为 1，不可能事件概率为 0，因而有

$$0\leqslant P(A)\leqslant 1$$

实践证明，对于任何可归结为古典概型的事件，对它进行了重复试验，当试验次数增加时，频率就越来越稳定于它的概率。例如，抛掷一个钱币时，由于钱币正反两面的对称性，抛掷一次出现正反面的概率各为 1/2，当抛掷次数较少时，出现正反两面的次数可能相差很大，但试验次数增加时，出现任何一面的频率将越来越接近于 1/2。

这样，引进了事件的频率概念后，利用频率的稳定性，对事件发生的可能性大小提供了数量上的依据，使得可以或者不可以归结为古典概型的事件都可以用一个介于 0 与 1 之间的数来表示它的确定的概率。

§1.5 复杂事件的概率

一、概率的可加性

如果事件 A 与 B 互不相容，则有

$$P(A+B)=P(A)+P(B) \tag{1-2}$$

我们先以古典概型来说明。

设有基本事件组 A_1，A_2，…，A_n，其中 A 包含有 m_1 个基本事件，B 包含有 m_2 个基本事件，由于 A 与 B 是不相容的，所以 $A+B$ 应包含有 m_1+m_2 个基本事件，于是按概率的古典定义有

$$P(A+B)=\frac{m_1+m_2}{n}=\frac{m_1}{n}+\frac{m_2}{n}=P(A)+P(B)$$

现举例说明：

例1-4 设具有不同颜色包装相同的 100 只杯子中，其中有 70 只颜色为红的，25 只颜色为白的，其余 5 只为绿色的，若从 100 只杯子中任取一只，求取得的杯子为非绿色的概率。

用 A 表示"取得一只杯子是红色的"，B 表示"取得一只杯子为白色的"，显然这两个事件是互不相容的。若要想取得的杯子为非绿色的，那么只有从红，白两种颜色的 95 只杯子中抽取，从古典概率意义上讲，它的概率为 95%。令 C 为"取得一只杯子为非绿色的"这一事件，则有 $C=A+B$，其概率为

$$P(C)=\frac{95}{100}=\frac{70}{100}+\frac{25}{100}$$

但是 $P(A)=70/100$，$P(B)=25/100$，故

$$P(C)=\frac{95}{100}=\frac{70}{100}+\frac{25}{100}=P(A)+P(B)$$

概率的可加性从频率的意义上讲，如果二个互不相容事件 A 与 B，在 n 次试验中分别出现 m_1 与 m_2 次，由于它们是不相容的，所以它们的合成事件 $C=A+B$ 将出现 m_1+m_2 次，这样，二互不相容事件之和的频率等于二事件频率之和，即

$$\frac{m_1+m_2}{n}=\frac{m_1}{n}+\frac{m_2}{n}$$

当 n 很大时，频率稳定于概率，这就是概率加法原理。这一原理可以推广到 n 个事件的场合，即若 A_1，A_2，…，A_n 是互不相容事件，则有

$$P(A_1+A_2+\cdots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n) \tag{1-3}$$

如果在试验结果中，事件 A_1，A_2，…，A_n 中必有之一出现者，则称 A_1，A_2，…，A_n 为事件的完备群。显然，构成完备群的诸事件之和是一个必然事件。根据上述加法原理，构成完备群的互不相容事件的概率之和等于 1，即

$$P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)=1$$

两个互逆事件构成完备群，故有

$$P(A)+P(\overline{A})=1 \tag{1-4}$$

或

$$P(\overline{A})=1-P(A) \tag{1-5}$$

在例 1-4 中，事件“取得一只杯子为非绿色的”与事件“取得一只杯子是绿色的”是互逆事件，而后一事件的概率为 5%，因而利用互逆事件的概率可得

$$P(C)=1-P(\overline{C})=1-\frac{5}{100}=\frac{95}{100}$$

在应用公式（1-2）时，必须注意两事件互不相容的条件。否则两事件和的概率将由下式表示：

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB) \tag{1-6}$$

这一公式的意义可以这样来理解，设在 n 次试验中，A 发生，B

不发生的次数为 m_1 次，B 发生，A 不发生的次数为 m_2 次，AB 同时发生的次数为 m_3 次，显然事件 A 发生的总次数为 m_1+m_3 次，B 发生的总次数为 m_2+m_3 次，将 A，B 发生的次数相加得

$$m_1+m_3+m_2+m_3=m_1+m_2+2m_3$$

但实际上，事件 $A+B$ 的发生次数是 $m_1+m_2+m_3$ 次，上式多计算了 m_3 次，减去后得

$$m_1+m_2+m_3=(m_1+m_3)+(m_2+m_3)-m_3$$

然后再除以 n 得事件 $A+B$，A，B 发生的频率的关系

$$\frac{m_1+m_2+m_3}{n}=\frac{m_1+m_3}{n}+\frac{m_2+m_3}{n}-\frac{m_3}{n}$$

当 n 很大时，频率稳定于概率，就得公式（1-6）。

二、条件概率

在以上概率的讨论中，都是基于某一特定条件下进行的。例如，从远处射击一较小目标时，距离、枪子与射击目标都可列为条件，而射击结果就是事件，如果除了这样的条件外，不再加任何别的限制，则这种概率为无条件概率。另一种情况是在某些场合下，往往会遇到在某事件 B 已经发生的附加条件下，求事件 A 发生的概率，这种概率称为事件 A 对于事件 B 的条件概率，并记为 $P(A|B)$。现举例说明。

例1-5 在例 1-4 的 100 只杯子中，如果已经知道取得的杯子不是绿色的，求“取得的杯子为红色”的概率。

在这些杯子中红色的有 70 只，白色的有 25 只，共 95 只，它们都是非绿色的。因为已经知道所取得的杯子是非绿色的，显然这些杯子只能从 95 只中取得，于是从 95 只非绿色杯子中任取一只为红色的概率为 $\frac{70}{95}$。若用 B 表示“取得的杯子是非绿色的”，A 表示“取得的杯子是红色的”，那么这一概率可表示为

$$P(A|B)=\frac{70}{95}$$

如果事先并不知道取得的杯子是非绿色的，这就不能断定这