

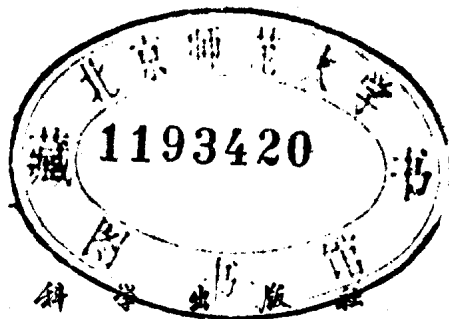
1710/05

多粒子系统的量子理论

〔美〕A. L. 费特 J. D. 瓦立克 著

陈俊文 孙景李 梁昆森 译

中国科学院图书馆藏



1984

内 容 简 介

本书用二次量子化和量子场论方法论述非相对论性多粒子系统的量子理论及其在核物理和低温物理方面的应用。本书可作为研究生的教科书。读者在量子力学课程基础上研读本书以后,即可阅读多粒子量子理论的专题著作和研究论文。

第一—十九章由陈俊文翻译;第十章和第十二—十四章由梁昆淼翻译;第十一章、第十五章和附录由孙景李翻译。初译稿曾由梁昆淼校订,但最终译文仍由各章译者自行负责。

A. L. Fetter J. D. Walecka

QUANTUM THEORY OF MANY-PARTICLE SYSTEM

McGraw-Hill, 1971

多粒子系统的量子理论

[美] A. L. 费特 J. D. 瓦立克 著

陈俊文 孙景李 梁昆淼 译

责任编辑 陈咸亨

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1984 年 4 月第 一 版 开本: 787×1092 1/32

1984 年 4 月第一次印刷 印张: 23 7/8

印数: 0001—5,450 字数: 545,000

统一书号: 13031·2514

本社书号: 3453·13—3

定价: 3.65 元

序 言

本书是从一学年的研究生课程发展而来的.从1964年以来,我们就在 Stanford 大学讲授该课程.这门课程通常分为三部分:前面的三分之一论述多体理论,其余三分之二论述多体理论在核子物理和低温物理中的应用.虽然物理学的这些领域在过去二十年中迅速成长,现在已成为研究生课程的标准部分,但我们发现还没有适合研究生水平的入门教科书.本书试图填补一年级研究生量子力学课程与多体理论的专著及独创性研究之间的空隙.

我们的两个基本目的是:(1) 提供非相对论性多粒子系统的统一处理,(2) 使内容是完整的,这就是说无需经常援引其他著作,就能将有关材料阐述清楚. 第一个目的对于学生尤其重要,因为众多的文献中包含着许多种不同的处理方法.本书的论述始终根据二次量子化和量子场论方法.选择这些技巧,主要是因为它们有力而灵活;它们构成了固态物理、低温物理、核子物理、原子物理和分子物理这些形形色色的领域中当前理论工作的基础.我们已尽可能地努力揭示这些课题的本质上的统一性,用以反对当前将理论日益局限于特定范围的趋势,我们相信这是可能的.

本书分为五个主要部分.在第一部分引入二次量子化,并对热力学和统计力学的一些基本概念作了论述.第二部分用 Green 函数讨论互作用系集的基态和低激发态,并阐述 Fermi 系统和 Bose 系统的 Feynman-Dyson 微扰论.在第三部分中将这种分析推广到有限温度,在有限温度下,一切测量

出来的量都是系综平均值。第四部分包含正则变换方法的论述。在这四个部分中，总是用电子气作为主要例子来说明。不过，我们也考虑某些模型系统，例如刚球型的 Fermi 气体和 Bose 气体。在第五部分中，我们把这些技巧应用于其他几种物理系统：核物质、相互作用的电子和声子、超导体、超流氦和有限核。第五部分共有五章，每章从基本的实验事实和理论的简短评述开始，假定读者并不具有专门的背景知识。我们企图使每一章自成体系，很大程度上与其他章节无关，这样，教师就可以比较自由地选择特定应用进行讨论。由于这个原因，本书对于一年课程稍为嫌长了一些。

我们相信，求解习题是学习中不可少的部分，我们尽力列入难度各不相同的有趣习题。共计有 175 个以上的习题，各章末尾都有一些。

没有试图给出全面的文献目录，因为一本教科书不可能包括多粒子物理的一切发展。所引参考文献只限于与我们的论述直接有关的。

假定读者已学过 Schiff 著《量子力学》(Schiff, Quantum Mechanics, Third Edition, McGraw-Hill Book Company) 那种水平的量子力学课程，并且对复变数与回路积分知识要达到能够运用的地步。对热力学、统计力学、Maxwell 方程有一定程度的熟悉，是有助于学习本书的。而对固态物理和核子物理有初步了解，将更能深入理解本书内容。

列入了两个短的附录：定积分表和角动量理论综述。

感谢 L. I. Schiff 教授对这本著作的可贵的帮助。

A.L. 费特

J.D. 瓦立克

目 录

第一部分 引论

第一章 二次量子化	1
1. 一次和二次量子化的 Schrödinger 方程	2
玻色子	5
多粒子 Hilbert 空间和产生与消灭算符	12
费米子	16
2. 场	21
3. 例: 简并电子气体	23
第二章 统计力学	40
4. 热力学和统计力学的回顾	40
5. 理想气体	44
玻色子	46
费米子	55

第二部分 基态(零温度)理论

第三章 格林函数和场论(费米子)	63
6. 三种图象	63
Schrödinger 图象	63
相互作用图象	64
Heisenberg 图象	69
寝渐绝热“加场”	71
量子场论中关于基态的 Gell-Mann 和 Low 定理	72
7. Green 函数	77
定义	77

与可观察量的关系	78
例: 自由费米子	85
Lehmann 表示	87
Green 函数的物理解释	97
8. Wick 定理	101
9. 微扰论的图解分析	113
坐标空间中的 Feynman 图解	114
动量空间中的 Feynman 图解	124
Dyson 方程	129
Goldstone 定理	138
第四章 费米系统	149
10. Hartree-Fock 近似	149
11. 非理想 Fermi 气体	159
刚球散射	160
动量空间中的散射理论	162
梯形图解和 Bethe-Salpeter 方程	164
Galitskii 积分方程	176
正规自能	179
物理量	185
保留各有关项的理由	189
12. 简并电子气体	191
基态能量和介电常数	191
环形图解	196
Π^0 的计算	200
相关能	208
有效相互作用	212
第五章 线性响应和集体模	218
13. 对外界微扰的线性响应的一般理论	218
14. 电子气体中的屏蔽	222
15. 电子气体中的等离子体振荡	229

16. 非理想 Fermi 气体中的零声	234
17. 非弹性的电子散射	239
第六章 Bose 系统	253
18. 问题的表述方式	253
19. Green 函数	259
20. 微扰论和 Feynman 规则	264
相互作用图象	264
坐标空间中的 Feynman 规则	266
动量空间中的 Feynman 规则	267
Dyson 方程	269
Lehmann 表示	273
21. 弱相互作用 Bose 气体	274
22. 具有相斥核心的稀薄 Bose 气体	278

第三部分 有限温度理论

第七章 有限温度下的场论	286
23. 温度 Green 函数	286
定义	286
与可观察量的关系	287
例: 无相互作用系统	292
24. 有限温度下的微扰论与 Wick 定理	294
相互作用图象	295
$\mathcal{G}$ 的周期性	297
Wick 定理的证明	298
25. 图解分析	304
坐标空间中的 Feynman 规则	305
动量空间中的 Feynman 规则	307
对频率求和的计算	313
26. Dyson 方程	316
第八章 有限温度下的物理系统	323

27. Hartree-Fock 近似	323
28. 温度靠近 T_c 的非理想 Bose 气体	328
29. 低温下非理想 Fermi 气体的比热	331
ϑ 的低温展开式	331
Hartree-Fock 近似	332
熵的计算	336
30. 电子气体	339
近似的正规自能	340
环形图求解和	344
近似的热力学势	347
经典极限	350
零温度极限	357
 第九章 实时 Green 函数和线性响应	 371
31. 推广的 Lehmann 表示	371
$\bar{G}$ 的定义	371
推迟和超前函数	373
温度 Green 函数和解析延拓	378
32. 有限温度下的线性响应	380
一般理论	380
密度相关函数	382
33. 电子气中的屏蔽	386
34. 电子气中的等离子体振荡	391

第四部分 正则变换

第十章 正则变换	397
35. 相互作用 Bose 气体	397
36. Cooper 对偶	406
37. 相互作用 Fermi 气体	414

第五部分 在各种物理系统中的应用

第十一章 核物质	430
38. 核力: 综述	430
39. 核物质	438
核半径与电荷分布	439
半经验质量公式	440
40. 独立粒子 (Fermi 气体) 模型	444
41. 独立对偶 近似 (Brueckner 理论)	451
自治 Bethe-Goldstone 方程	452
非奇异方阱势的解	455
纯刚性核势的解	458
具有“真实”势的核物质的性质	463
42. 与 Green 函数和 Bethe-Salpeter 方程的关系	477
43. 核物质中的能隙	484
第十二章 声子和电子	492
44. 无相互作用声子系统	492
拉格朗日函数和哈密顿函数	494
Debye 比热理论	496
45. 电子-声子作用	500
46. 耦合场理论	504
$T = 0$ 时的 Feynman 规则	504
等效电子-电子作用	507
顶点部分与 Dyson 方程	508
47. Migdal 定理	513
第十三章 超导电性	521
48. 超导体的基本性质	521
基本实验事实	521
热力学关系式	526
49. London-Pippard 唯象理论	529

London 方程的导出	530
半空间和板块的解	531
准磁通 (fluxoid) 的守恒和量子化	533
Pippard 的推广方程	536
50. Ginzburg-Landau 唯象理论	542
自由能的展开式	543
简单情况下的解	545
磁通量子化	548
表面能	549
51. 微观 (BCS) 理论	553
一般表述	554
有关均匀介质的解	560
能隙函数 $\Delta(T)$ 的决定	564
热力学函数	567
52. 对弱磁场的线性响应	573
一般核的导出	574
Meissner效应	580
Pippard (非定域)极限的穿透深度	582
非定域积分关系式	586
53. Ginzburg-Landau 方程的微观推导	589
第十四章 超流氦	607
54. He II 的基本性质	609
基本的实验事实	609
Landau 准粒子模型	613
55. 弱相互作用的 Bose 气体	618
一般表述	619
均匀凝聚态	624
非均匀凝聚态	627
第十五章 对有限系统的应用: 原子核	638
56. 变到粒子与空穴的一般正则变换	639

57. 单粒子壳层模型	644
有心势中的近似 Hartree-Fock 波函数与能级编序	644
自旋轨道分裂	648
单粒子矩阵元	649
58. 壳层中的多粒子	653
两个价粒子: 一般的相互作用与 $\delta(x)$ 力	653
几个粒子: 正常耦合	659
配对力问题	664
玻色子近似	668
Bogoliubov 变换	670
59. 激发态: 运动方程的线性化	684
Tamm-Dancoff 近似 (TDA)	684
无规周相近似 (RPA)	687
基的约化	691
$\delta(x)$ 型力的[15]维超多重态解	695
对核的应用: O^{16}	706
60. 激发态: Green 函数方法	709
极化传播函数	710
无规周相近似	717
Tamm-Dancoff 近似	719
在 RPA 中建造 $\Pi(\omega)$	720
61. 真实的核力	721
闭壳层外两个核子: 独立对偶近似	721
Bethe-Goldstone 方程	723
谐振子近似	725
Pauli 原理改正	731
推广计算其他物理量	732
附录	736
A. 若干定积分	736
B. 角动量理论的综述	739

基本对易关系	739
两个角动量的耦合: Clebsch-Gordan 系数	740
三个角动量的耦合: $6-j$ 系数	743
不可约张量算符和 Wigner-Eckart 定理	745
耦合方案中的张量算符	747
一些物理量数值	749

第一部分 引 论

第一章 二次量子化

物理世界是由相互作用的多粒子系统组成的。对这样的系统的准确描述要求在多粒子 Schrödinger 方程中计及粒子间的势能,这个问题构成本书的基本课题。原则上说,在位形空间中的 N 体波函数包含了所有可能的信息。但是,直接求解这样的 Schrödinger 方程是不现实的。因此,就必须求助于另一些技巧,在这里我们将借助于二次量子化、量子场论和 Green 函数的应用。在相对论性的理论中,为描述粒子的产生和消灭,二次量子化的概念是至关重要的¹⁾。即使在非相对论性的理论中,二次量子化也大大地简化了关于许多全同的相互作用的粒子的讨论²⁾。这个方法只不过把本来的 Schrödinger 方程重新表示为另一形式。即使就这样,它已经有几个显著的优点:二次量子化算符在每一步都体现着统计性质(Bose 或 Fermi 统计),它完全不同于用单粒子波函数的对称或反对称乘积的那种较笨拙的方法;而且量子场论方法也使我们能集中于有意义的少数几个矩阵元,这样就避免了需要直接处理多粒子的波函数和所有其余粒子的坐标;最后,

1) P. A. M. Dirac, *Proc. Roy. Soc. (London)* **11**:A: 243 (1927).

2) P. Jordan and O. Klein, *Z. Physik*, **45**: 751 (1927); P. Jordan and E. P. Wigner, *Z. Physik* **47**: 631 (1928); V. Fock, *Z. Physik*, **75**: 622 (1932). 虽然在细节上有不同,这里提出的方法是根据末一篇论文的精神。

Green 函数含有最重要的物理信息,例如基态能量和其它的热力学函数、激发态的能量和寿命以及对外界微扰的线性响应等。

遗憾的是,准确的 Green 函数一点也不比原来的波函数容易确定,因此,我们要利用微扰论,在这里是用 Feynman 规则和 Feynman 图解这种简明而又系统的语言表述出来的¹⁾。这些规则使我们可以把物理量计算到微扰的任意一级。我们还将证明,正如 Feynman 首先注意到的:不连接图解准确地相互抵消。这种抵消导致连接集团展开式,并且明显地表示出所有物理量对体积的直接关系。可以列出一组积分方程(Dyson 方程),它的逐次迭代给出 Feynman-Dyson 微扰论,直到微扰参数的任意一级,而且这些积分方程与原来的微扰级数无关²⁾。由于多粒子系统的一些性质常常可能涉及耦合常数的非解析函数,因此,非微扰论近似的可能性是非常重要的。

此外,常常可能作出物理的近似,把二次量子化的哈密顿函数简化为二次型。这样得到的问题,或是用正则变换,或是考察线性运动方程,可得出准确的解。

1. 一次和二次量子化的 Schrödinger 方程

我们的讨论将从仅仅用二次量子化语言改述 Schrödinger 方程开始。几乎在所有有意义的情况中,哈密顿函数的形式为

$$H = \sum_{k=1}^N T(x_k) + \frac{1}{2} \sum_{k \neq l=1}^N V(x_k, x_l), \quad (1.1)$$

1) R. P. Feynman, *Phys. Rev.*, **76**: 749(1949); **76**: 769 (1949).

2) F. J. Dyson, *Phys. Rev.*, **75**: 486 (1949); **75**: 1736 (1949).

这里 T 是动能, 而 V 是粒子间的相互作用势能. 量 x_k 表示第 k 个粒子的坐标, 包括空间坐标 $\mathbf{x}_k$ 和任意的不连续变量, 例如费米子系统的自旋 z 分量, 核子系统的同位旋 z 分量. 势能项表示每对粒子间的相互作用, 各只计一次, 这就解释了因子 $1/2$, 双重求和分别对 k 和 l 进行, 但要除去 k 等于 l 的各项. 对于这样的哈密顿函数, 含时间的 Schrödinger 方程为

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x_1 \cdots x_N, t) = H \Psi(x_1 \cdots x_N, t), \quad (1.2)$$

同时波函数 Ψ 还应满足一组适当的边界条件.

在开始, 我们用不含时间而体现边界条件的单粒子波函数的完全集合, 来展开多粒子波函数 Ψ . 例如, 对于一个大的均匀系统, 很自然地用具有周期性边界条件的箱中的一组平面波来展开; 换一种情况, 对于原子中的相互作用的电子系统, 通常就用单粒子库仑波函数的完全集合; 最后, 对于在晶格点阵中运动的粒子, 一个方便的选择是适当周期势中的 Bloch 波函数的完全集合. 对单粒子波函数, 我们将用一般的记号

$$\phi_{E_k}(x_k),$$

这里 E_k 表示单粒子量子数的完全集合. 例如, 对于在箱中无自旋的玻色子系统, E_k 就表示 $\mathbf{p}$; 对于有心力场中的无自旋粒子集合, E_k 表示 E 、 J 和 M ; 或对于均匀的费米子系统, E_k 表示 $\mathbf{p}$ 、 s_z , 等. 为了方便, 设想这无限多个单粒子量子数的集合是按序排列的 $(1, 2, 3, \cdots, r, s, t, \cdots, \infty)$, 而 E_k 遍及所有这些本征值. 现在我们把多粒子波函数展开如下:

$$\Psi(x_1 \cdots x_N, t) = \sum_{E'_1 \cdots E'_N} C(E'_1 \cdots E'_N; t) \phi_{E'_1}(x_1) \cdots \phi_{E'_N}(x_N). \quad (1.3)$$

这个表示式是完全一般的, 只不过是多粒子波函数按态的完

全集合展开。既然 $\psi_E(x)$ 不含时间，波函数与时间的关系就全部表现在系数 $C(E_1 \cdots E_N, t)$ 中。

现在将方程(1.3)代入 Schrödinger 方程，然后乘以对应于固定量子数的集合 $E_1 \cdots E_N$ 的伴随波函数的积 $\psi_{E_1}(x_1)^* \cdots \psi_{E_N}(x_N)^*$ ，再对所有有关的坐标积分(如果粒子有自旋，这还包括对自旋坐标的求和)。在左边，这一步给出对应于给定的量子数集合 $E_1 \cdots E_N$ 的系数 C ，因此得到方程

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} C(E_1 \cdots E_N, t) = & \sum_{k=1}^N \sum_W \int dx_k \psi_{E_k}(x_k)^* T(x_k) \psi_W(x_k) \\ & \times C(E_1 \cdots E_{k-1} W E_{k+1} \cdots E_N, t) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{k \neq l=1}^N \sum_W \sum_{W'} \iint dx_k dx_l \\ & \times \psi_{E_k}(x_k)^* \psi_{E_l}(x_l)^* \\ & \times V(x_k, x_l) \psi_W(x_k) \psi_{W'}(x_l) \\ & \times C(E_1 \cdots E_{k-1} W E_{k+1} \cdots \\ & E_{l-1} W' E_{l+1} \cdots E_N, t). \quad (1.4) \end{aligned}$$

由于动能是单粒子算符，它每次只涉及一个粒子的坐标，因而它只能改变一个单粒子波函数。单粒子波函数是正交归一的，这就保证，除第 k 个粒子外，所有粒子必须取原先给定的量子数，但是第 k 个粒子的波函数仍能遍及这个无限多的量子数的集合。为了很明确起见，在上面的方程里，我们用 W 表示这个变动的指标。对于势能，也有类似的结果。但是，势能的情况稍许复杂一些，因为势能涉及两个粒子的坐标。它至多改变两个粒子的波函数，例如第 k 个和第 l 个，而所有其它的量子数必须和原先挑出的量子数相同。第 k 个粒子的量子数仍可遍及这无限多个值的集合，我们用 W 表示，而第 l 个粒子的量子数也可遍及这无限多个值的集合，用 W' 表示。每一给定的量子数集合 $E_1 \cdots E_N$ 各导致一个方程，这些方程构成多粒

子波函数的含时间的系数的一组无限多个联立微分方程组。

现在计入粒子的统计性质。假设多粒子波函数有如下性质：

$$\Psi(\cdots x_i \cdots x_j \cdots, t) = \pm \Psi(\cdots x_j \cdots x_i \cdots, t), \quad (1.5)$$

这里，如上面讨论，对于费米子的系集，坐标 x_k 包括自旋坐标。方程(1.5)表示在交换任意二个粒子的坐标时，波函数必须是或者对称的，或者反对称的。方程(1.5)的一个充分必要条件是，在交换相应的量子数时，展开式的系数自身也必须是或者对称的，或者反对称的，即

$$C(\cdots E_i \cdots E_j \cdots, t) = \pm C(\cdots E_j \cdots E_i \cdots, t). \quad (1.6)$$

方程(1.6)的充分性是容易看出的，只要在波函数上先交换粒子，然后再适当地交换傀变量。用单粒子波函数的正交归一性，从波函数中挑出一个特定的系数，然后用总的波函数的性质(1.5)，就能证明必要性。这样，我们可以将波函数的全部对称性转化成系数 C 的集合的对称性。

玻色子

上述方程(1.5) [或(1.6)] 中要用正号的粒子称玻色子，我们暂时集中注意于这种系统。由于系数在量子数交换下是对称的，我们可以把任何系数中出现的量子数重新编组。在给定的量子数集合 $E_1 \cdots E_N$ 中，设状态 1 占据 n_1 次，状态 2 占据 n_2 次，等等，例如

$$C(1\ 2\ 1\ 3\ 2\ 4 \cdots, t) = C(\underbrace{1\ 1\ 1}_{n_1} \cdots \underbrace{2\ 2\ 2}_{n_2} \cdots, t).$$

在波函数的展开式中，凡是在态 1 有 n_1 个粒子、在态 2 有 n_2 个粒子，等等，所有这些项具有同样的系数。为方便起见，给这个系数一个新的名字