

周志诚  
林同曾  
吕立生  
刘湧康

主编

副主编

主审

# 运筹学 教程



YUNCHOUXUE  
JIAOCHENG

立信会计图书用品社

● YUNCHOU XUE JIAOCHENG ●

# 运筹学教程

周志诚 主编 林向曾 副主编 刘湧康 主审

● 立信会计图书用品社 ●

责任编辑：毕永亮  
封面设计：范一辛

**运筹学教程**

周志诚 主编

林同曾 吕立生 副主编

刘湧康 主审

立信会计图书用品社出版发行

(上海中山西路 2230 号)

新华书店经销

立信梅李印刷联营厂印刷

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 19 插页 2 字数 466,000

1988 年 7 月第 1 版 1988 年 7 月第 1 次印刷

ISBN 7-5429-0027-7/F·0027(课)

定价：5.55元

## 前 言

随着我国社会主义现代化建设的迅速发展。国民经济各部门，各工矿企业、事业以至服务行业，对经济和管理工作的要求越来越高。因此，许多高等院校和成人高校都相继恢复或开设了经济管理专业，学习和运用运筹学的热潮也就不断高涨。为了适应形势的需要，上海高等工科院校管理类的运筹学工作者，在上海市高教局的领导下，于1982年3月组成了联络组，后来又形成了本《教程》的编写组，从交流教学情况，统一教学大纲入手，根据前教育部与国家教委支持和主持的历次会议关于运筹学教学大纲的精神，经过充分讨论，分头写出了初稿，经过编写人员试用、修改，整理成书。

本《教程》由上海交通大学周志诚主编，上海工程技术大学林同曾、上海工业大学吕立生协助工作，修改、整理而成。全书由上海交通大学刘湧康担任主审。

本《教程》的编写，着重于应用。它包括了运筹学十个分支的基本内容，论述力求深入浅出，通俗易懂。我们考虑到这门学科理论上的严密性，有关原理、方法的论证，一般都给予较详尽的推导；对于不要求严密论证者，略去其论证，可使用其结论。所有的论证推导，皆以小号字排印。全书共分十二章，选材比较全面。但对于学时不多者，可根据实际的要求，选取其中一定章节讲授。因此，本《教程》适宜作为管理类不同层次（大专、本科和研究生）的运筹学教科书或教学参考书。

我们在编选本《教程》时，尽可能地把较新的原理、方法编入。比

如在单纯形法的迭代中,既采用了传统的入基方法,也选取了迭代次数少,又可避免循环的逐步取优法;在运输问题中,编入了悖论一节,而且阐述了产生悖论的条件,以利在实际工作中运用它;在求解非线性规划问题中,编入了松弛变量的解法,这就为能用解析法求解,介绍了一个远比二次规划解法更简便、应用更广泛的方法;决策论的取材也较新,以有别于同类著作。全书在阐述原理、方法的同时,都列有典型的例题,为读者应用这些原理、方法,提供了范例。

本《教程》从统一教学大纲到成书,始终得到了各高等院校有关领导的大力支持和帮助。

在我们研讨大纲的阶段,上海同济大学的管世燊、上海铁道学院的傅家良、上海工程技术大学的蒋仲冈,以及上海化工学院、上海财经大学、上海机械学院的运筹学教学工作者,都给予了支持和帮助。

在编写初稿的阶段,上海工程技术大学纺织学院的梁捷纾老师,也给我们提了不少有益的意见。

在出版的过程中,得到了出版社和印刷厂同志们的大力支持和帮助,在此一并致谢。

本《教程》编写组成员如下(按姓氏笔划为序):

丁颂康(上海海运学院)

刘大熔(上海海运学院)

吕立生(上海工业大学)

朱其玉(上海工程技术大学纺织学院)

张优德(上海工程技术大学)

张维然(上海城市建筑学院)

李为仪(上海第二工业大学)

欧阳晋太(上海海运学院)

林同曾(上海工程技术大学)

顾长康(上海城市建筑学院)  
高永和(上海建筑材料学院)  
章民泰(上海电力学院)  
屠梅曾(上海交通大学)  
黄嘉平(上海科学技术大学)  
蔡 傅(上海市纺织局干部学校)

编 者  
1987年12月

# 目 录

绪 言	1
第一章 线性规划	6
第一节 线性规划问题及其数学模型	6
第二节 图解法	13
第三节 单纯形法	19
一、标准型问题的解 (19)	
二、单纯形算法 (21)	
三、表格单纯形法 (25)	
四、大 $M$ 法和两阶段法 (32)	
五、几种特殊情形 (40)	
第四节 单纯形法的基础理论	46
第五节 变量有上界的单纯形法	55
第六节 逆阵形式的单纯形法	64
第七节 大型线性规划问题的分解算法	73
习题一	102
第二章 线性对偶规划及参数规划	115
第一节 对偶规则	118
第二节 对偶理论	125
第三节 对偶问题的经济学解释——影子价格	135
第四节 对偶单纯形法	138
第五节 灵敏度分析	150
一、资源矢量 $b$ 的改变 (151)	
二、产值 (成本) 矢量 $c$ 的改变 (154)	
三、约束矩阵 $A$ 的改变 (157)	

第六节	参数规划	161
	一、产值(成本)矢量问题(161)	
	二、资源限 额矢量问题(165)	
	习题二	169
第三章	运输问题	178
第一节	运输模型	178
第二节	初始基可行解	181
第三节	最优解的确定	185
第四节	转运问题	192
第五节	运输问题悖论	195
	习题三	198
第四章	目标规划	209
第一节	数学模型	213
	一、单目标模型(213)	
	二、多目标并列模型 (214)	
	三、优先顺序模型(214)	
第二节	单纯形算法	216
第三节	应用举例	222
	习题四	225
第五章	整数规划	228
第一节	数学模型	228
第二节	分枝限界法	231
第三节	割平面法	237
	一、割平面的图解表示(237)	
	二、纯整数规 划的割平面法(239)	
	三、混合整数规划的割 平面法(245)	
第四节	0-1规划	250
第五节	分配问题	256
	习题五	263



<b>第六章 非线性规划</b> .....	269
第一节 数学模型.....	269
第二节 无约束最优性条件.....	272
第三节 无约束优化的搜索法.....	283
一、斐波那契( <i>Fibonacci</i> )搜索法(284)	二、
黄金分割法(0.618法)(290)	三、梯度法(最
速下降法)(291)	四、共轭梯度法(294)
五、模矢搜索法(301)	
第四节 约束最优化问题.....	305
一、最优性条件(305)	二、解析法(307)
三、罚函数法(318)	四、直接法(327)
习题六 .....	329
<b>第七章 动态规划</b> .....	336
第一节 多段决策问题.....	336
第二节 基本概念.....	341
一、多段决策过程(341)	二、状态、状态变量
和状态集合(343)	三、决策、决策变量和策略
(345)	四、状态转移方程(346)
五、指	标函数(347)
第三节 动态规划基本方程.....	348
第四节 最优化定理.....	352
第五节 不定期多段决策过程.....	356
一、函数迭代法(358)	二、策略迭代法
(362)	
第六节 动态规划的应用.....	367
习题七 .....	374
<b>第八章 网络分析</b> .....	380
第一节 基本概念.....	380

第二节	树及最小生成树问题	382
第三节	最短路径问题	387
第四节	网络的最大流	389
	一、割集与截量(391)      二、标号法(394)	
第五节	最小代价流问题	400
第六节	网络计划法	412
	一、工作流程图(413)      二、绘图规则(413)	
	三、确定项目时间(415)      四、关键路径(418)	
	五、计划评审技术(420)      六、最优工期的确定(423)	
习题八		427
第九章	存储论	435
第一节	存储费用	435
第二节	确定性存储模型	436
	一、不允许缺货模型(436)      二、允许缺货模型(442)	
	三、有提前期的存储模型(450)	
	四、有批发折扣的模型(452)      五、多阶段存储动态模型(453)	
第三节	随机性存储模型	457
	一、单时期模型(457)      二、多时期的( $S_0, S$ )模型(460)	
	三、需求和拖后时间都是随机离散的模型(463)	
习题九		469
第十章	决策论	473
第一节	决策的概念和分类	473
第二节	报酬矩阵	474
第三节	非随机性决策	476
	一、矩阵缩减准则(476)      二、悲观准则(477)	

三、乐观准则(477)	四、最小最大后悔准则 (478)	
第四节 随机决策		481
一、最大可能准则(481)	二、期望值准则 (483)	
三、决策树法(484)	四、期望后悔 准则(485)	
第五节 报酬分布		486
第六节 信息的价值		489
一、完全信息的价值(489)	二、抽样信息的 价值(491)	
第七节 确定当量及效用理论		494
一、确定当量(494)	二、效用函数(495)	
三、风险态度(497)	四、效用理论的一些假 设(499)	
习题十		501
第十一章 对策论		506
第一节 引言		506
第二节 矩阵对策		507
一、两人常数和对策(507)	二、两人零和对 策(513)	
三、两人非零和对策(516)	四、混 合策略对策(517)	
习题十一		531
第十二章 排队论		536
第一节 引言		536
一、排队模型(536)	二、模型的分 类与表示 法(539)	
三、排队问题的求解(540)		
第二节 顾客的到达数和服务时间长度的概率描绘		541
一、泊松分布(543)	二、负指数分布(545)	

### 三、爱尔朗分布(547)

第三节	生灭过程.....	549
第四节	$M/M/1$ 系统.....	553
第五节	$M/M/1/k$ 混合系统.....	562
第六节	$M/M/c/k/k$ 有限源系统.....	570
第七节	$M/G/1$ 系统.....	576
第八节	排队系统的优化.....	581
习题十二	.....	588
参考资料	.....	593

## 绪 言

运筹学是一门年轻的学科。在欧美简称 *OR* (*Operational* 或 *Operations Research*), 有译为作业研究的。这门学科是第二次世界大战期间在英国首先出现的。战后它在各国军事部门、政府部门、工商企业部门、高等院校等都得到迅速的发展。由于使用运筹学方法的领域极为广泛, 要对运筹学所包含的内容给出一个明确的应用范围就很难了。作为一本教材, 它只能包括教学大纲中所规定的内容, 以及编写者认为读者必须知道的那些基本内容。虽然各校的教学大纲尚有差别, 但主要的运筹学分支总是少不了的。以教科书形式出现的第一本运筹学, 当推美国的 *C. W. Churchman*, *R. L. Ackoff* 和 *E. L. Arnoff* 在 50 年代的著作。这三位著名的运筹学家, 对运筹学教材编写的格局, 至今仍然有较大的影响。

由于运筹学应用领域十分广泛, 而研究运筹学的学者、专家们往往又具有不同的知识背景, 至今还缺少一个能为各方面公认的运筹学定义。某些学者把运筹学看作是一门应用数学, 认为是研究各种最优化技术的数学方法。另一些工程技术人员和经济学家则把运筹学看作是一项帮助决策的工具, 任何近似的方法或数学上没有严格证明的方法, 只要有利于管理工作的, 都包括在运筹学中。另外, 有些学科与运筹学有交叉, 使得运筹学的研究范围更难明确。比如有人把系统分析与运筹学看成是同义词; 有人则把运筹学看作为管理数学; 还有人认为它就是管理科学。此外它同控制论、系统工程、计量经济学等学科也有交叉。相信, 随着时间

的推移,对运筹学的含义将会逐步取得比较一致的认识。

运筹学的应用领域是不胜枚举的:它用于生产管理、计划编制、库存管理、运输调度、军事行动、武器发展、工业布局、工厂选址、社会福利、卫生设施、交通网络、计算机网络、信息系统、人事调度,等等。运筹学在不同领域中解决不同的问题,但方法却往往相同或类似。这样就使这些问题很自然地归到运筹学中来了。每一类问题都各自有一套独特的模型和独特的解题方法,则形成了许多运筹学分支。我们可以利用同一种模型在不同领域中解决完全不同性质的问题。例如运输问题模型就不限于解决同运输有关的问题;投资决策问题有时也能用运输问题模型来描述和解决。反过来,同运输有关的问题也不一定都能用运输问题的模型来解决。因此,可以把运筹学看作是一门应用科学,或是一种方法论,它是应用数量化的方法,为决策者提供解决问题的一个或几个最好或较好的方案。

运筹学主要是通过模型来解决问题的。所谓模型,就是描述客观事物的数量特征和内在联系,借助变量来刻画其中的数量关系,然后通过对这些变量之间相互关系的分析和计算,为解决问题提出决策依据。用一个运筹学模型来代替现实情况供我们分析研究,可以用数学形式表达,也可以用图表形式表达,也可以是某种经验积累而成的技巧。模型是一个能达到一定目标(一个或多个)行动的一个系统。因此,运筹学的核心问题,就是建立合适的模型和对模型的分析或求解。对模型分析得到的结果,还需按照它能否解决实际问题来进行评价,否则就要考虑改换模型,或者增减计算时用到的资料或数据。

在建立模型时,首先要明确解决的问题是什么,然后收集与问题有关的资料并选择一个合适的模型。要注意不要把模型来硬套问题;也要注意,不能夸大模型的作用。当然,模型不能把与问题有关的所有因素都考虑进去,它总得排除一些有影响而非主要的

因素,否则,模型就会过于复杂而不便于分析计算。因此,模型既要简单又要包括最关键的因素。做到这一点是不容易的,因此,建立合适的模型,需要有一定的经验和技巧。

运筹学的内容很广泛,下面简要地说明一些主要的分支。这些分支并不都是在以后各章中详细讲述的,简单地介绍一下,为的是使读者有一个大致的概念。

**1. 线性规划** 线性规划是发展最成熟又最重要的分支,是将一个线性的目标函数,在一定的线性约束条件下进行最优化处理。其目标函数可以是各式各样的,如求最大产值、最低成本、最少消耗等等。约束条件一般是各种资源的限制、市场需要的限制等等。

**2. 整数规划** 当线性规划问题要求解答必须是整数才有意义时,线性规划问题就要用特有的整数规划方法来解决了。

**3. 0-1 规划** 有些线性规划问题要解决的是“做”还是“不做”,有时约束条件中有“或者这样、或者那样”之类的条件。这样的线性规划问题就要用到 0-1 两种变量,这类问题称 0-1 规划,也属于整数规划。

**4. 参数规划** 当分析线性规划问题中的某些常数有变化或受影响时,如不重新计算,就可以用参数规划的理论来分析。这种方法类似灵敏度分析。

**5. 非线性规划** 当目标函数或约束条件为任何非线性函数时,则称此模型为非线性规划。一般非线性规划中还包括没有约束条件的非线性函数的优化。

**6. 几何规划** 非线性规划中的目标函数和约束条件具有  $x^a y^b z^c \dots$  形式的函数式,有一种特殊的解法,这类模式称为几何规划,是非线性规划的一个分支。

**7. 目标规划** 线性规划解决的是在一定约束条件下目标函数的最优化。但当约束条件有矛盾而线性规划无解时,或者目

标不是最优,而是要达到一个规定的指标时,就要借助于目标规划的方法来解决。目标规划不只是对一个目标函数进行优化处理,因此,还可以同时考虑多个目标,现在的目标规划实质上是线性目标规划。

**8. 动态规划** 这是与以上各种数学规划不相类似的一个运筹学分支,是一种分阶段优化的技术。它不仅可用于解决其他运筹学分支要解决的问题,还可用于数学、工程学和经济学中的最优化问题。

**9. 网络分析** 它是图论在管理上的应用,它可以对一些能用网络图来描述的问题进行分析研究。

**10. 排队论或等待理论** 是研究随机等待现象,如机床损坏等待修理、出租汽车等待顾客、病人等待床位等。如何提高这类随机服务系统的运行效率,就是排队论研究的主要课题。目前,排队论在电话通讯等领域取得了成功,但在有些领域中的应用却不太理想,使这一运筹学分支,有待进一步推广。

**11. 模拟技术** 模拟技术是模仿实际问题在运行中各种因素之间数量上变化的方法。简单易学,没有掌握高等数学的人也能应用。由于电子计算机的普及,模拟技术在运筹学方法中的地位正在迅速上升。这种技术被称为能解决运筹学中其他分支都解决不了时的最后一种方法。

**12. 库存论或存储论** 在生产管理中存储货物过多,会造成积压;过少,又会供不应求。如何保持最合适的库存?就是存储论所研究的。由于存储论对物资管理特别重要,这一运筹学分支正逐渐为物资管理学科所吸收。

**13. 决策论** 运筹学各个分支都是为决策服务的,决策论则进一步对具有风险和不肯定情况出现时如何决策提出了一些准则和考虑的模式。

**14. 对策论或博弈论** 决策论中假定所对付的自然情况是



不肯定的，但是所对付的对手(自然情况)是不会考虑决策者的行动的。对策论所研究的是一个或几个对手对决策者不同的决策组织相应的对策。这是运筹学中较早建立的一个分支，但在实用上的发展有一定的局限性。

**15. 马尔柯夫过程** 这是建立随机过程模型的一种技术。所谓随机过程，是指以不能完全预测的方法随着时间而变化的过程。它是对随机现象进行预测的一种有效方法。

此外，在运筹学文献中常见的还有：排序论、分配论、组合分析、量本利分析、控制过程、人工智能、信息网络等等。

要能正确应用这些方法来解决实际问题，还需要结合专业知识，不断实践和深入研究。