高等数学总复习图册

GAODENG SHUXUE ZONGFUXI TUCE

杨炳儒 编著

气象出版社

高等数学总复习图册

杨炳儒　编著

J311/38/26

气象出版社

(京)新登字 046 号

内容简介

本书根据学生的认知规律，对高等数学的学习方法、理论体系与知识的逻辑结构进行了概括与总结，并通过典型例题复习巩固与深化基础知识与基本技能。在结构、内容与形式上具有“三段论”的特色：第一，以图表的形式简要地总括高等数学总体与个体内容，结构清晰便于记忆；第二，“记一记”每个个体内容中的主要习题类型与求解方法，试着“做一做”对应列出的典型例题（只出题目）；第三，给出前列典型例题的一种解答过程。全书融理论与方法、知识与技巧于一体，便于学生在较短的时间内高效地完成对高等数学的系统复习。本书适于高等院校理工科大学生及报考硕士研究生者复习时使用，也可作为教师的参考用书。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学总复习图册/杨炳儒编著. —北京：气象出版社，1996.6
ISBN 7-5029-2108-7

Ⅰ.高… Ⅱ.杨… Ⅲ.高等数学-教学参考资料 Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 06925 号

高等数学总复习图册
杨炳儒 编著
责任编辑：张 斌 终审：周诗健
封面设计：晓 宫 责任技编：刘祥玉 责任校对：汤克清
气象出版社出版发行
（北京海淀区白石桥路 46 号 100081）
北京怀柔王史山印刷厂印刷
* * *
开本：787×1092 1/16 印张：10 字数：250 千字
1996 年 6 月第一版 1996 年 6 月第一次印刷
印数：1—5000
ISBN 7-5029-2108-7/O·0035
定价：12.00 元

前　言

本书是在已出版的《数学分析总复习图表》的基础上加以修改、扩展而得到的，内容包括单元函数微积分学、多元函数微积分学、级数论与微分方程等。

本书力图体现如下特征：

(1)根据学生学习与认知心理的规律，展布本书内容。即先给出总体的与局部的知识结构图，再按习题类型分列解题方法与对应的典型例题(题目)，最后统一给出全部例题的答案(求解与求证的全过程)。

(2)对于知识的系统结构用图表的形式进行归纳与总括，使得内容完备、重点突出、结构清晰、融汇贯通。

(3)保证本书有较大的适用空间。对于在学者，可随学随整理，牢牢掌握每个知识模块，最后再总其成；对于进一步读学位或进修者，可做为一个极好的复习参考书，以此奠基再多做习题，即可掌握全部的基础知识与基本技能技巧。

胡玥、刘亦强、孙丽华、张建林、张大海、刘同敬参加了本书的习题部分的编写工作；秦明达教授、李安贵副教授仔细地审校了全部书稿；气象出版社第二编辑室的黄丽荣主任、张斌编辑等给予许多具体的支持与帮助，在此一并致谢！

编　者

1996.3.10

当我们已经直观地弄懂了几个简单的定理的时候……，如果能通过连续的不间断的思考活动，把几个定理贯穿起来，悟出它们之间的相互关系，并能同时尽可能多地、明确地想象出其中的几个，那将是很有益的。照这样我们的知识无疑会增加，理解能力会有显著的提高。

——笛卡儿

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

第一章 引 论

高等数学是理工科各专业的基础理论课，它在生产实践和各专业领域中都有广泛的应用。因此，学好这门课程是具有十分重要意义的事情。

但是，在学习和总结这门课程的时候，往往会有如下的现象发生：一是感到内容太多、头绪纷乱、无从下手；二是学后忘前，遗忘率高；三是概念、法则等发生混淆或运用时忽略前提条件等等。产生这种现象的主要原因之一是对于这门课程的基础知识还没有真正的掌握，对于它的理论结构与层次还没有揭示出来。因此，要杜绝上述现象的发生，最重要的是要认识到掌握知识系统、总括知识（逻辑）结构的必要性与重要性，学会构筑知识的内在逻辑结构的方法。

下面通过历史的考察与教学过程的考察来回答上述的认识问题，并通过学习阶段的考察来回答上述的方法问题。

§1 历史的考察

1. 大家知道，17 世纪后半期与 18 世纪前半期，整个数学发生了全面的、深刻的变化，数学对象产生了根本性的扩展。首先，在 1637 年由笛卡儿(Descartes，R.)创立了解析几何学，它构成了高等数学的基础部分。在此基础上牛顿(Newton，I.)于 1665—1666 年、莱布尼茨(Leibniz，G. W.)于 1682—1686 年分别从研究物理学的瞬时速度和几何学的切线斜率的问题出发，彼此独立地创立了微积分学。随后又产生了数学分析的其它分支，如级数论与微分方程等。到了 19 世纪，法国数学家柯西(Cauchy，A. L.)于 1821 年出版了他的《分析教程》，开始用极限来定义导数与积分。到 1856 年，德国数学家外尔斯特拉斯(Weierstrass，K.)进一步用数学符号 ε-δ 来表达柯西的极限概念，这就是一般高等数学教程中所采用的极限定义的历史来源。此外，数学家波尔察诺(Bolzano，B.)等对数学分析的奠基性工作也做出了贡献。经典分析就是这样向着更精确、更完备的方向发展，以至到了现代分析的发展阶段。

这样漫长的经历，给高等数学带来了两个显著特征或直接结果：一是内容相当丰富；二是理论体系中结构复杂、层次繁多。面临这样两个特征，我们必须掌握高等数学的知识系统，或者说，掌握知识系统是高等数学这门学科历史发展状况的需要，是由这门学科的性质所决定的。

首先，高等数学的内容十分丰富，这就要求不能简单地停留在书本上学习，而要用较高的观点，系统、全面和有重点地去掌握其基本理论，要融汇贯通、记忆深刻、综合运用。要做到这一点，不深入到它的理论体系内部、不掌握它的知识系统是根本不可能的。

其次，高等数学理论体系具有多层次结构的特征，对此我们首先做一解释：任何一个数学系统都有其内在层次与外在层次的区别。所谓外在层次，指的是形式的、表面的、局部性的数量关系及其联系，如概念的形式定义、定理所遵循的形式逻辑的证明等等。此外，在数学分析的理论体系内部，内在关系也相当丰富，结构复杂、层次重迭，这里表现出的是实质性的、内在的、整体性的数量关系及其联系，称其为内在层次。在其内在层次中，由于理论的展开是由简单到复杂、由个别到一般、由基础性概念到抽象性更高的一般性概念的一环套一环地发展着的，所以又表现出多层次结构的特

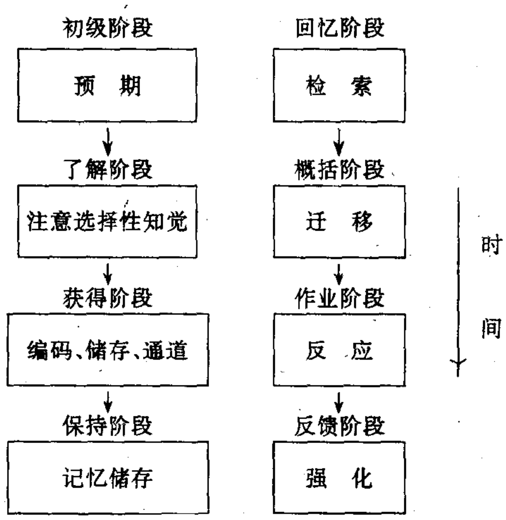
征。这样一种固有的多层次结构，只有在对其知识系统的挖掘与剖析中才能看清。

广义地讲，现代科学技术在最近几十年中突飞猛进地发展，取得了比以前十几个世纪更加光辉的业绩，出现了"知识爆炸"、"信息爆炸"的新格局。从科学技术的历史和现状可以看到它灿烂的未来，有充分的根据可以断定：它正孕育着新的伟大变革。在这种情况下，随着时间的推移，人类学习时间的有限性与知识积累的极大丰富性之间的矛盾日趋尖锐。按现在教材的组织方式，为接近科学发展的前沿而花费在学习固有知识的时间必将越来越长。解决这个矛盾的有效途径就是在教学中不能机械地重复前人的认识，不能从最原始的观念出发组合全部知识细节去构成特定学科的知识内容，而要用较短的时间、恰当的方法去获得认识上的"飞跃"，即要求用较高的观点，系统而有重点地去组织知识内容。依照历史的与逻辑的统一性范畴方法，去把握基本理论发展的多层次结构体系，并从中理出知识的内在逻辑发展的主线，顺乎学生理解与记忆的路径，是学习者在较短时间内从总体上把握知识、持久记忆、灵活运用的可靠保证。

通过以上的分析可以看出，掌握知识系统是十分必要和重要的，并且在高等数学的学习方法中占有重要的地位。然而，掌握知识系统的关键与核心环节是揭示与总括知识的内在逻辑结构，为此我们考察一下教学过程。

§2 教学过程的考察

进入到20世纪以来出现了各种流派的关于学习的较系统的理论。特别是到了60年代，随着认知心理的兴起，提出了信息加工的观点，这种观点认为："学习就是学习者所面临的刺激通过一系列内部构造被转化、加工的过程。"信息加工理论的代表人物、著名的教育心理学家罗伯特·加涅认为"学习动作在进行中必定经过许多不同的过程，每一过程都履行一种不同的加工方式"，加涅指出学习就是一种信息加工，学习的过程就与信息流的过程密不可分，并将它们之间的关系作了明确的描述（如下图所示）。



加涅认为学习有外部与内部两大类条件：其外部主要是输入刺激的结构和形式，内部条件主要是主体学习所需的知识技能准备或有关心理的顺利展开。教学（教师的教学活动）就其本质讲是精心设计了的外部条件系统，用以影响学习者的学习过程；教学是按照学习条件而设计的符合学习过程的程序化系统。照此看来，以知识（逻辑）结构为核心步步深入的启发诱导而构成的刺激的信息流，是为支持和巩固内部的学习过程而精心设计外部条件的体现，是实践良好的教学技术（通知学习者目标）的最佳选择。通过总括知识（逻辑）结构可有效地提供知识信息编码的模式，为搜寻和恢复提供了线索，也对期望的操作类型和控制过程产生重要的影响，它应成为教学过程的核心内容之一。

科学是以理论形态出现的，是关于客体的系统化了的知识，它具有多样性的特征。现代科学发展的客观要求是用一些新的概念、原则在更高层次上对现有理论进行综合概括，以至形成统一的、完整的理论体系。在数学方面，法国的布尔巴基学派从 30 年代开始陆续出版《数学原本》，把数学作为一个系统来考察，企图从数学公理结构出发，以非常抽象的方式叙述全部现代数学，这就是有力的佐证。另外，如果说每当科学发展到一个新的阶段，总会伴随着一种与之相适应的新方法的出现，从而推动科学技术的进一步发展，那么，也将会伴随着与之相适应的新的教学方法的出现，从而推动教育教学工作的发展。这种新方法的特征正如恩格斯所说的："我们现在不仅能够指出自然界中各个领域内的过程之间的联系，而且总的说来也能指出各个领域之间的联系了，这样我们就能够依靠经验及自然科学本身所提供的事实，以近乎系统的形式描绘出一幅自然界联系的清晰图画。"这种方法统一的、广泛的、通化的基础就是在逻辑框架上的概括，就是以知识（逻辑）结构为核心的新观念。

精确描绘恩格斯所说的"自然界联系的清晰图画"的有效方法，正是由系统论、信息论、控制论所提供的；这"三论"是现代科学技术的生长点，是对客观事物现象的最普遍、最重要的属性、特征、联系及关系的最新科学概括，是对部分与整体、形式与内容、原因与结果、偶然与必然等哲学范畴的丰富和深化。第一，把教学工作视为一个复杂系统，用系统论方法加以考察，则要深刻揭示一般存在诸规定性或要素的内容，揭示一般内部诸规定性的内在联系形式即系统的结构，以及在一定结构中诸规定性联系次序——即系统的层次。这就要求在对知识内容与结构有深刻认识的基础上，抓住知识（逻辑）结构这个核心，形成知识的逻辑系统，按照不断深化的层次去展开教学内容。第二，信息概念是对世界上一切事物和现象的共性——相互联系的复杂性、有序性和差异性的高度概括，是物质普遍联系的一种属性，是一个最广泛、最深刻、最富概括性的哲学范畴。把教学过程视为信息传递、加工、处理的过程是真确的。单就教学语言而论，就是一种基本的社会信息。这是由物质材料——声音、词汇、词的形式以及有规律地用词造句构成系统，它以一定规则和模式排列组合而成，它与思维直接联系着；是教学过程中师生进行思想交流的手段。按照思维活动的总方法论原则，讲授者应指导学生去认识具体学科的全部丰富内容，指导学生整理具体科学的研究成果，去"分析"、"综合"关于所论对象的知识内容，概括其整体性，形成系统的知识，再现事物的真实发展过程。这种教学语言的组织，显然必须以揭示知识的内在逻辑结构、提供注释与归纳的剖析方法与记忆方法为核心。此外，教学过程是一个信息反馈系统，在这个过程中学生从外界获取信息，再将信息送到大脑中存储（即记忆），同时经过大脑的思考（加工处理）、变换，形成概念，然后将得到的认识、判断、决策通过效应器官输出信息，再对外界作出反应。目前出现的计算机辅助教学，"教师"能独立辅导学生、回答问题、批改作业，是靠信息实现控制以达到预定目的的，它模拟了人在实践活动中自学习、自组织、自适应的能力。在实际的课堂教学过程中，师生双方靠思想指导自己的行动，实现由理性与感性

的相互转换，信息方法为人们提供了研究认识活动的新模式。很显然，输入给学生那些平面铺展的、“离散的”、仅注重细节的信息，绝不会强化学生记忆、理解、创造的刺激，因而输入给学生的必须是具有内部机制的、从总体上把握的、体现了内在逻辑结构的、“多维的”优化信息。第三，恩格斯曾深刻地指出：“终有一天我们可以用实验的方法把‘思维’归结为脑子中的分子的化学运动，但是难道这样一来就把思维的本质包括无遗了吗？”就是说，思维是一个多层次的、错综复杂的运动过程。从某种意义上说，控制论可以作为一个研究思维的基础学科，它把思维看作一个信息流通、交换、加工的过程。我们也可以把教学过程看作是一个控制过程。根据维纳的理论，可以把教学中的语言系统看作是一个通讯网络，这个网络大致可分为三级：第一级是语言的语音方面，第二级是语言的语义方面，第三级是语言的行为方面（表现为外部可见动作、讲话或书面语言等）。控制论就要以对语言形式出现的语言和行为语言进行统计研究，以便对它们所含的信息作出合理的度量，从而加以控制。为了组织好作为控制过程的语言系统，达到使学生记忆长久、认识深刻、运用自如的目的，为了使学生思维过程中知识信息延迟时间持久，便于顺乎逻辑思维规律的信息的加工、整理，就必须使教学的语言系统与知识（逻辑）结构系统统一起来，使揭示与阐明知识的内在逻辑结构成为组织教学语言与教学内容的核心。

§3 构筑知识的内在逻辑结构的方法

60年代以来，科学与哲学界开始把结构方法广泛运用于各个具体科学领域。结构方法作为一种科学方法论广泛流传于数学、物理、生理等科学领域。结构方法直接产生于结构语言学，结构语言学奠基人瑞士的索绪尔的思想中含有结构方法的萌芽，美国语言学家乔姆斯基对结构方法作了比较全面的表述，不同语言具有不同结构，深层结构是不同语言相互转译的基础。苏联的B. 科兹洛夫斯基认为：“结构是一种不断重复的、相对不变的关系和联系。结构就是某一系统中各种要素的相互联系和相互关系的方式，任何一个系统都是要素的总和，要素之间存在一定关系，这些总和构成统一的整体发挥其功能。”现代结构概念是同“系统”、“组织”、“功能”等概念密切联系的。瑞士生物学家皮亚杰在其论文《结构主义》中指出，任何结构有三个特征：(1)整体性、总体性；(2)交易性，结构在现代理解中是动态的；(3)自动调节，自动调节是指结构内部的变化。结构方法着重于结构的分析，目的是把握结构的功能。结构方法处于具体科学与哲学之间，抽去各种不同系统的特点而总结其普遍的关系结构，并用数学逻辑加以定量的描述。结构方法与系统方法是同一个层次上的科学方法论，它们在不同的研究方向上揭示和表述了科学现象中许多共同的、相似的规律。

我们将结构方法中的合理内核运用于教学领域，对传统的教学内容与教学方法做出哲学倾向上的突破，即不满足于对教学过程存在状态的探求而要深入教学过程的内在结构，用整体关系的思维方式来探求教学工作的本质和功能。

为此，我们首先对学习阶段做一考察。一般说来，对任何一门学科的学习都大致经历“初学—精学—实践”三个不同的阶段。第一，初学阶段是基础阶段，在这阶段里，主要是通过教学（或自学）获得片断的、零散的知识，将每一节中的基本概念、定理（定律）的内容及其论证、例题、习题一点点搞懂，在理解的基础上加以记忆。第二，精学阶段是极重要的阶段，是在初学阶段的基础上进行的。复习和整理工作（信息加工）是精学阶段的重要组成部分，分析、总结知识系统是这阶段中的重要任务。要掌握知识系统的关键是揭示出它的（逻辑）结构（包括内在层次）。揭示出知识系统的（逻辑）结构（内在层次），就能统观全书，就能了解每一部分在整体中的地位和作用，就能抓住

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

实质与内在联系，并从丰富的内容中理出它们之间固有联系的线索来。只有这样才能形成牢固的记忆，才能具有一定的技能技巧，从而获得系统的、整体的知识。第三，实践阶段是学习过程的延续，它主要指经过学习后参加的教学、科研和应用的实践，是再学习、再认识的阶段。在精学阶段中，学习的好坏直接影响到本阶段的工作效果。在教学中，要想组织、处理好教学内容，提高教学水平，必须要求自身对知识内容、理论系统有一个透彻的了解；在科研工作中，要想形成对新定理的“猜想”与形成证明的“思路”，就必须不断地加深和发展固有的认识，必须深入到新的层次结构中去；在应用学过的知识去解决实际问题的过程中，要想综合运用相应的知识去解决某个领域中的问题，从基础知识的角度，就必须掌握在其理论体系中各部分知识间的内在联系，并在广泛的联系中加深对知识的理解与运用。

通过上述的考察，我们认识到：以知识（逻辑）结构为核心的思想可以通过剖析知识结构（内在层次）的方法来实现。下面仅从教学内容的角度来具体地概括一下这种方法。

抽点：对理论体系实施逐节—逐单元—逐章—逐篇的、由个别到一般的剖析。通过剖析，将每一部分的概念、定理、法则、理论的知识要点抽出来，暂时舍弃那些次要的、枝节性的东西。

连线：在程序上，先分析局部再分析大片，最后分析总体。在内容上，要寻求两种“要素”：一是各概念、定理、法则、理论间的内在联系（并在其中加以区别，认识其本质）；二是贯穿于各部分概念、定理、法则、理论间的一根主线，不妨称之为“知识链”。

成网：在知识间的内在联系不断丰富和理论逐步发展基础上，由浅到深、由简单到复杂、由具体到抽象地沿多层次结构不断深化，一环套一环地发展。同时，要注重知识在横纵方向上的联系，以形成“知识网络”。

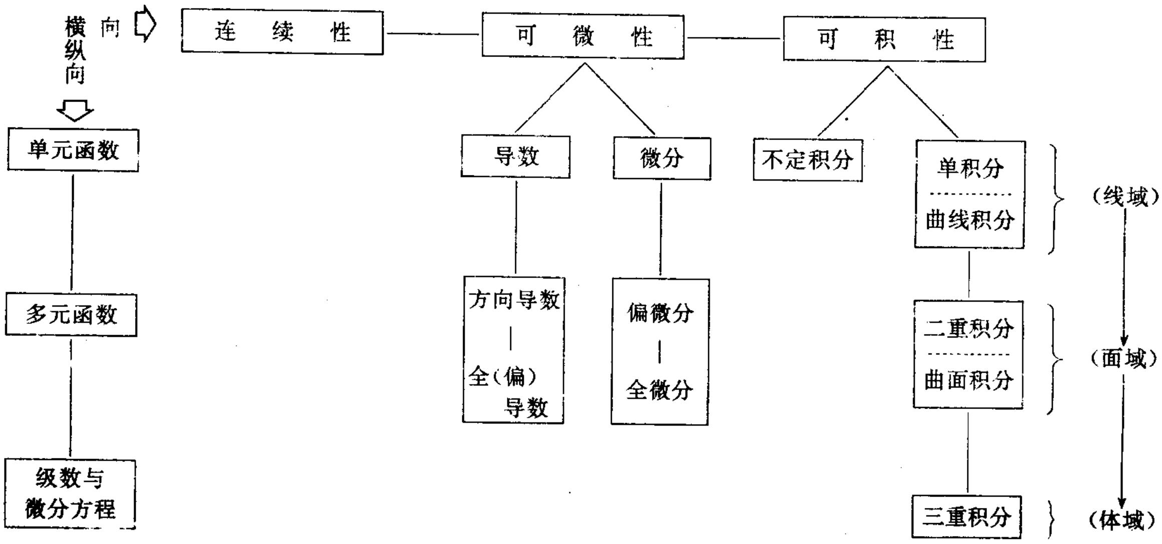
扩展：在先前形成的知识框架的基础上，沿着各个“脉络”去发展延伸，将各相当部分加入全部细节（抓住重点、难点与关键的“知识点”），从而扩充与上升到知识的总体状态中去。这时已不是原来教科书中知识内容的简单重复和罗列，而是高观点的、有牢固支架的知识概型了。这样掌握的知识是成串、成套的，是具有“空间”结构的，而不是“平面”结构的简单展现。从认识论的角度讲，这时的认识是螺旋式上升了。

经过这样的逻辑加工后，才能算得上是“精学”，才算真正掌握了知识，这是教学效果良好的重要尺度。总括出的知识系统可以用“图表”的形式给出，它具有内容完备、重点突出、结构清晰、融汇贯通等特点。通过它，可使我们对于知识的全貌有一个宏观的认识，并且理清在知识总体上所归纳出的几条线索；这样，只要牵动一点就可带动一串，便于记忆与运用。在教学中先精讲“骨架”与“结构”，后填充重点、难点与关键。次要的枝节性的内容由学生自学或粗讲，充分调动学生学习的主观能动性。

§4 高等数学（数学分析篇）总体知识结构

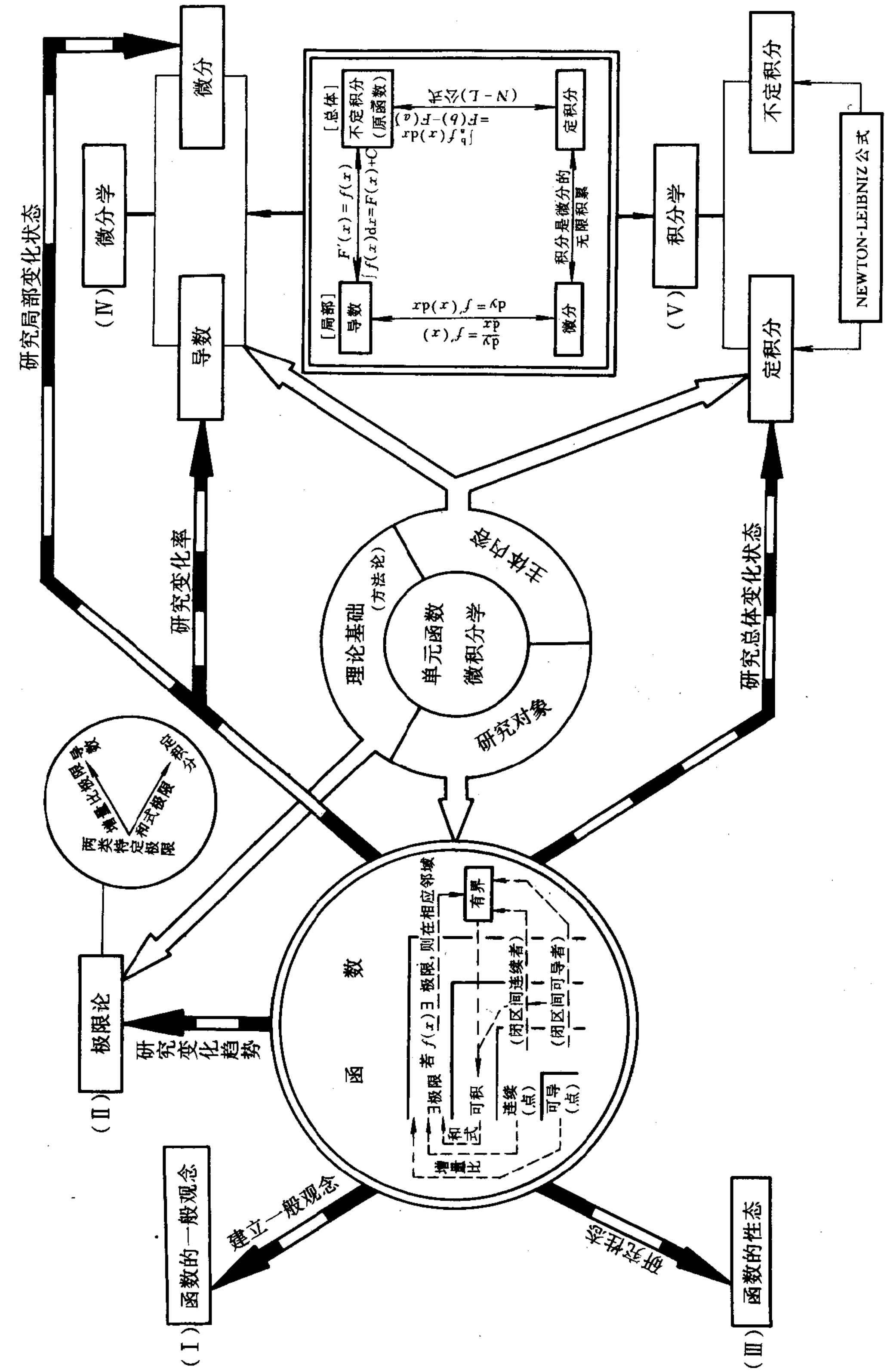
数学分析研究的对象是函数。我们要考察函数的内涵（横的方向），还要考察函数的外延（纵的方向）。

从纵的方向看：知识间具有内在联系，多元函数的研究要以单元函数的研究结果为基础，级数与微分方程的研究则要以极限、微分和积分的概念和运算做基础，知识间具有一定的继承和积累关系。从横的方向看：对于函数内涵的研究方法是极限方法，即用极限方法做为贯穿性的主线去研究函数的若干性态以及局部变化状态和整体变化状态，相应地分为分析引论、微分学、积分学等部分。总体知识结构如下图所示：


横向
纵向
连续性
可微性
可积性
单元函数
多元函数
级数与微分方程
导数
微分
方向导数
全(偏)导数
偏微分
全微分
不定积分
单积分
曲线积分
二重积分
曲面积分
三重积分
(线域)
(面域)
(体域)

第二章　单元函数微积分学

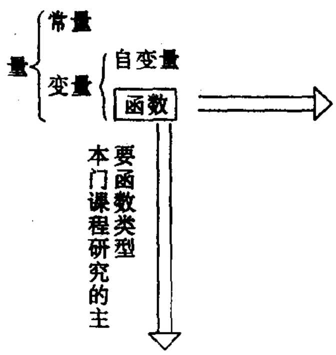
§1　总体结构图



单元函数微积分学总体结构

§2 函数的一般概念

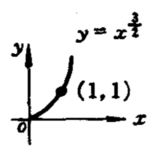
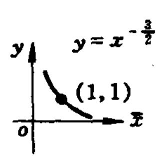
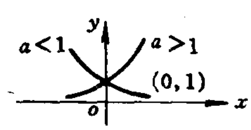
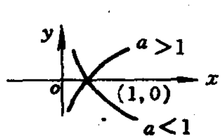
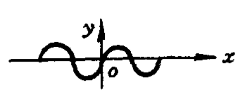
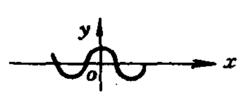
2.1 函数的一般概念图表



*（1）定义：设 x 和 y 是两个变量，当变量 x 在数轴上某部分 χ 上取某一数值时，若变量 y 依照某一法则，总有一个或多个确定的数值与之对应，则变量 y 叫做变量 x 的函数。

初等函数：（1）基本初等函数；（2）反函数；（3）复合函数；（4）初等函数。

1. 基本初等函数：

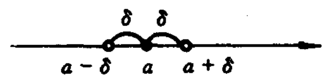
函　　数	图　　象	定　义　域
幂函数 $y=x^{\mu}$（μ 为实数）	 $\mu>0$，μ 次抛物线  $\mu<0$，m 次双曲线（$m=-\mu$）	随不同的 μ 而异，无论 μ 为何值，在 $(0,+\infty)$ 内总有定义
指数函数 $y=a^x(a>0,a\neq1)$		$(-\infty,+\infty)$
对数函数 $y=\log_a x(a>0,a\neq1)$		$(0,+\infty)$
三　$y=\sin x$		$(-\infty,+\infty)$
角　$y=\cos x$		$(-\infty,+\infty)$

(2) 定义域：若对于自变量的某一个已知数值(或在某一已知点处)，函数具有确定的对应值，则称自变量取该值时(或在该点处)函数是有定义的。数轴上使函数有定义的一切点的全体，叫做函数的定义域。

(3) 表示法：分析法、图示法、表格法。

区间：

- 有限区间
  - 闭区间：$a\leqslant x\leqslant b$，$[a,b]$
  - 开区间：$a<x<b$，(a,b)
  - 半开区间：$a<x\leqslant b$，$(a,b]$ 或 $a\leqslant x<b$，$[a,b)$
- 无限区间
  - $-\infty<x<+\infty$，$(-\infty,+\infty)$
  - $a\leqslant x<+\infty$，$[a,+\infty)$ 或 $-\infty<x\leqslant a$，$(-\infty,a]$
  - $a<x<+\infty$，$(a,+\infty)$ 或 $-\infty<x<a$，$(-\infty,a)$

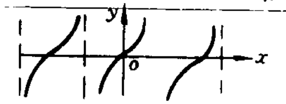
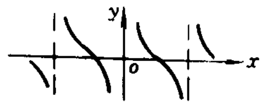
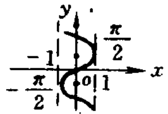
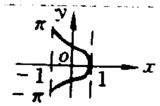
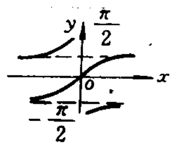
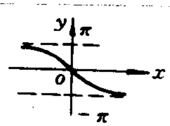
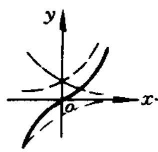
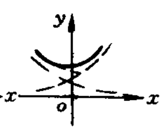
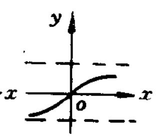
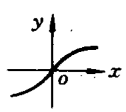
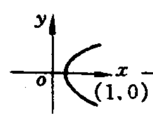
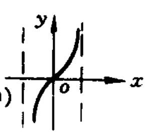


邻域：设 a 与 δ 是两个实数，且 $\delta>0$，满足不等式 $|x-a|<\delta$ 的一切实数 x 的全体，称为点 a 的 δ 邻域：即以点 a 为中心而长度为 2δ 的开区间。

注：画 * 号的内容为重点，以下同。

导数	不定积分	备注
① $(x^{\mu})'=\mu x^{\mu-1}$	① $\int x^{\mu}dx=\frac{x^{\mu+1}}{\mu+1}+C$	(1) 导数基本公式：除左列外，加上 ⑳ $(c)'=0$ 计 20 个 (2) 积分基本公式：除左列外，加上 ⑮ $\int 0dx=C$ ⑯ $\int \sec x dx=\ln\|\sec x+\mathrm{tg}x\|+C$ ⑰ $\int \csc x dx=\ln\|\csc x-\mathrm{ctg}x\|+C$ ⑱ $\int\frac{dx}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\mathrm{arctg}\frac{x}{a}+C$ ⑲ $\int\frac{dx}{x^2-a^2}=\frac{1}{2a}\ln\|\frac{x-a}{x+a}\|+C$ ⑳ $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2\pm a^2}}=\ln\|x+\sqrt{x^2\pm a^2}\|+C$ ㉑ $\int\frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arcsin\frac{x}{a}+C$ 计 21 个
② $(a^x)'=a^x\ln a$ ③ $(e^x)'=e^x$	② $\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+C$ ③ $\int e^x dx=e^x+C$	
④ $(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$ ⑤ $(\ln x)'=\frac{1}{x}$	④ $\int\frac{1}{x}dx=\ln\|x\|+C$	
⑥ $(\sin x)'=\cos x$	⑤ $\int \sin x dx=-\cos x+C$	
⑦ $(\cos x)'=-\sin x'$	⑥ $\int \cos x dx=\sin x+C$	

（续表）

	函数	图象	定义域	导数	不定积分	备注
函数	$y=\mathrm{tg}x$		$x\neq(2k+1)\cdot\frac{\pi}{2}$	⑧ $(\mathrm{tg}x)'=\frac{1}{\cos^2x}$	⑦ $\int\mathrm{tg}x\mathrm{d}x=-\ln\lvert\cos x\rvert+C$ ⑧ $\int\frac{\mathrm{d}x}{\cos^2x}=\mathrm{tg}x+C$	
函数	$y=\mathrm{ctg}x$		$x\neq k\pi$	⑨ $(\mathrm{ctg}x)'=-\frac{1}{\sin^2x}$	⑨ $\int\mathrm{ctg}x\mathrm{d}x=\ln\lvert\sin x\rvert+C$ ⑩ $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sin^2x}=-\mathrm{ctg}x+C$	
反三角函数	$y=\arcsin x$		$[-1,1]$ $y=\arcsin x$ 主值区间 $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$	⑩ $(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	⑪ $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}}=\arcsin x+C$	
反三角函数	$y=\arccos x$		$[-1,1]$ $y=\arccos x$ 主值区间 $[0,\pi]$	⑪ $(\arccos x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$		
反三角函数	$y=\mathrm{arctg}x$		$(-\infty,+\infty)$ $y=\mathrm{arctg}x$ 主值区间 $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$	⑫ $(\mathrm{arctg}x)'=\frac{1}{1+x^2}$	⑫ $\int\frac{\mathrm{d}x}{1+x^2}=\mathrm{arctg}x+C$	
反三角函数	$y=\mathrm{arcctg}x$		$(-\infty,+\infty)$ $y=\mathrm{arcctg}x$ 主值区间 $(0,\pi)$	⑬ $(\mathrm{arcctg}x)'=-\frac{1}{1+x^2}$		
双曲函数	$y=\mathrm{sh}x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ $y=\mathrm{ch}x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ $y=\mathrm{th}x=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$	 $y=\mathrm{sh}x$  $y=\mathrm{ch}x$  $y=\mathrm{th}x$	$(-\infty,+\infty)$ $(-\infty,+\infty)$ $(-\infty,+\infty)$	⑭ $(\mathrm{sh}x)'=\mathrm{ch}x$ ⑮ $(\mathrm{ch}x)'=\mathrm{sh}x$ ⑯ $(\mathrm{th}x)'=\frac{1}{\mathrm{ch}^2x}$	⑬ $\int\mathrm{sh}x\mathrm{d}x=\mathrm{ch}x+C$ ⑭ $\int\mathrm{ch}x\mathrm{d}x=\mathrm{sh}x+C$	
反双曲函数	$y=\mathrm{arcsh}x$ $=\ln\lvert x+\sqrt{x^2+1}\rvert$ $y=\mathrm{arcch}x$ $=\ln\lvert x\pm\sqrt{x^2-1}\rvert$ $y=\mathrm{arcth}x$ $=\frac{1}{2}\ln\lvert\frac{1+x}{1-x}\rvert$	 $y=\mathrm{arcsh}x$  $y=\mathrm{arcch}x$  $y=\mathrm{arcth}x$	$(-\infty,+\infty)$ $[1,+\infty)$ $(-1,1)$	⑰ $(\mathrm{arcsh}x)'=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ ⑱ $(\mathrm{arcch}x)'=\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ ⑲ $(\mathrm{arcth}x)'=\frac{1}{1-x^2}$		

版反

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com