

第 一 届  
全国计算岩土力学研讨会  
论 文 集

(一)



主办单位：中国力学学会计算力学委员会

会议地址：四川峨眉西南交通大学

西南交通大学出版社

一九八七年十一月

第 一 届  
全国计算岩土力学研讨会  
论 文 集

(一)

主办单位：中国力学学会计算力学委员会

会议地址：四川峨眉西南交通大学

西南交通大学出版社

一九八七年十一月

第一届全国计算岩土力学  
DYYIJIE QUANGUO JISUAN YANTU LIXUE  
研讨会论文集  
YANTAOHUI LUNWENJI

(一)

徐文焕 主编 张汝清 副主编

\*

西南交通大学出版社出版

(四川 峨眉)

西南交通大学出版社印刷厂印刷

\*

开本: 787×1092 1/16 印张: 22.5

1987年11月第一版 1987年11月第一次印刷

字数: 576 千字 印数: 1—1500 册

ISBN 7—81022—012—8/TU 002

---

统一书号: 15478·30

# 目 录

## 第一部分 大会报告

|                                                      |         |     |
|------------------------------------------------------|---------|-----|
| 岩石流变力学的数值方法及其工程应用.....                               | 孙 钧 李永盛 | 1   |
| 数值方法在岩石力学及地下工程中的应用.....                              | 刘怀恒     | 19  |
| 岩石力学中的块体理论.....                                      | 张 清     | 35  |
| 岩石力学问题弹塑性有限元分析的正确表述.....                             | 殷有泉     | 47  |
| 岩石力学问题的边界元方法.....                                    | 张有天     | 53  |
| 用 PC 型微机对岩体工程课题进行有限元分析 .....                         | 葛修润     | 74  |
| 在有限元计算中考虑剪胀性的问题.....                                 | 殷崇泽     | 86  |
| 加权余量法及其在岩土工程中的应用.....                                | 徐文焕     | 92  |
| 岩石类脆性材料本构关系的几个问题.....                                | 韩大建     | 103 |
| 岩土工程数值分析的半解析化方法<br>..... 曹志远 翟 桐 曲传军 张耀勤 陈学潮 刘永仁 郑颖人 |         | 113 |

## 第二部分 数值方法

|                               |                 |     |
|-------------------------------|-----------------|-----|
| 离散元法的基本原理及其应用.....            | 王泳嘉 邢纪波         | 124 |
| 地应力问题的样条边界元法.....             | 秦 荣             | 130 |
| 地震行波的计算模型.....                | 刘浩吾             | 139 |
| 无限岩土介质中结构动力特性分析的半解析元法.....    | 翟 桐 曹志远         | 144 |
| 一类依时问题的 BEM—FDM 新格式 .....     | 沈家荫 张 扬         | 151 |
| 裂隙岩体变形分析的改进离散元法.....          | 张 钺 郑明远         | 157 |
| 坝—水耦合问题的有限元与边界元联合解法.....      | 蒋景彩             | 163 |
| 三维无界元和有限元的耦合方法.....           | 梁 冰 章梦涛         | 170 |
| 岩体有限元非线性分析的一种可能途径.....        | 陶纪南             | 178 |
| 离散单元法：参数选择与讨论.....            | 李 华 孔宪立         | 187 |
| 应变软（硬）化有限元分析及应用.....          | 杨更社 刘怀恒         | 197 |
| 应变空间弹塑性反演计算的边界元法.....         | 张德激 高效伟 郑颖人     | 209 |
| 初始地应力场的有限元数学模型单纯形法反演分析.....   | 蔡 明 陈兴华         | 217 |
| 一次二阶矩法在土工设计中的应用 .....         | 阎澍旺             | 223 |
| 开采影响下岩层移动变形的块体单元数值模拟.....     | 姚建国             | 232 |
| 水位升降时堤坝不稳定渗流计算.....           | 高 驥 潘 恕 雷光耀 张锁春 | 239 |
| 局部模型的误差研究.....                | 武建勋             | 247 |
| 样条直接边界元法进行巷道围岩位移、应力和地压分析..... | 林育梁             | 254 |



# PROCEEDINGS OF THE FIRST NATIONAL SEMINAR ON COMPUTATIONAL GEOMECHANICS

1987.11

EMEI SICHUAN CHINA

## CONTENTS

### 1. MAIN LECTURE

|                                                                                             |                      |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-----|
| Numerical Method in Rock Rheological Mechanics and its Engineering<br>Application .....     | Sun Jun Li Yongsheng | 1   |
| The Applications of Numerical Methods in Rock Mechanics and<br>Engineering .....            | Liu Huaiheng         | 19  |
| Block Theories in Rock Mechanics .....                                                      | Zhang Qing           | 35  |
| The Correct Formulation of Elasto-plastic Finite Element Analysis in<br>Rock Mechanics..... | Yin Youquan          | 47  |
| Boundary Element Method in Rock Mechanics .....                                             | Zhang Youtian        | 53  |
| Finite Element Analysis of Rock Engineering Using PC Microcomputer<br>.....                 | Ge Xiurun            | 74  |
| Dilatancy-duplication in Finite Element Analysis .....                                      | Yin Zongze           | 86  |
| The Weighted Residual Method and its Applications in Geotechnical<br>Engineering.....       | Xu Wenhuan           | 92  |
| Some Problems of the Constitutive relation of Rocklike Brittle<br>Materials.....            | Han Dajian           | 103 |
| The Semi-Analytical Method for Numerical Analysis in Geotechnical<br>Engineering.....       | Cao Zhiyuan, et al   | 113 |

### 2. NUMERICAL TECHNIC

|                                                                                                                          |                        |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|-----|
| Fundamental Principles of Discrete Element Method and its Applications<br>.....                                          | Wang Yongjia Xing Jibo | 124 |
| Spline Boundary Element Method of Initial Stresses Field of Rock<br>Masses.....                                          | Qin Rong               | 130 |
| Computational Model of Seismic Travelling Waves .....                                                                    | Liu Haowu              | 139 |
| The Semi-Analytical Element Method for the Analysis of Dynamic<br>Behavior of Structure in Infinite Soil Medium<br>..... | Zhai Tong Cao Zhiyuan  | 144 |

|                                                                                                                                    |                                         |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|-----|
| A New Type of BEM-FDM for Time-Dependent Problems                                                                                  | Shen Jiayin Zhang Yang                  | 151 |
| A Structural Analytical Model for Jointed Rock Masses                                                                              | Zhang Zhen Zheng Mingyuan               | 157 |
| A Solution of Dam-Water Dynamic Interaction by FEM and BEM                                                                         | Jiang Jingcai                           | 163 |
| The Coupling Method of Three Dimensional Infinite Element and<br>Finite Element                                                    | Liang Bin Zhang Mengtao                 | 170 |
| A Probable Method of Nonlinear Analysis for Finite Element of Rock<br>Masses                                                       | Tao Jinan                               | 178 |
| Discrete Element Method(DEM); Parametric Choice and its Discussion                                                                 | Li Hua Kong Xianli                      | 187 |
| Finite Element Analysis of Strain Softening(or Stiffening) and its<br>Application                                                  | Yang Gengshe Liu Huaiheng               | 197 |
| Back Analysis Method of Elastoplastic Boundary Element in Strain<br>Space                                                          | Zhang Decheng Gao Xiaowei Zheng Yingren | 209 |
| Back Analysis for In-situ Stress Field by the Simplex Method using<br>a F. E. Model                                                | Cai Ming Chen Xinghua                   | 217 |
| The Use of the First Order Second Moment Method in Geotechnics                                                                     | Yan Shuwang                             | 223 |
| The Numerical Simulation using Block Element Method for Strata<br>Movements During Mining                                          | Yao Jianguo                             | 232 |
| A Calculation of Unsteady Seepage of Dike and Dam with Rising or<br>Falling of Water Stages                                        | Gao Ji, etal                            | 239 |
| On the Error of Partial Model                                                                                                      | Wu Jianxun                              | 247 |
| The Calculation for Displacement, Stress and Rock Pressure around<br>Underground Openings by Spline Direct Boandary Element Method | Lin Yuliang                             | 254 |
| The Applications of BEM Coupled FEM in Rock Soil Engineering                                                                       | Liu Jun                                 | 261 |
| Dynamic Analysis of Coupled Structure-Foundation by Combination<br>of Finite-Boundary Element Method                               | Chen Qiu Qu Jianping                    | 267 |
| Nonlinear Finite Element Analysis Program SENFIP                                                                                   | Song Huizhen, etal                      | 274 |
| Endochronic Constituive Model of Nonlinear Behavior of Anisotropic<br>Rock                                                         | Mo Yuanbin                              | 278 |

|                                                                                                                                |                                               |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----|
| The Applications of(Fictious Force) Boundary Element Method in<br>Analysis of Country Rock around Tunnels.....                 | <i>Lu Jiali</i>                               | 283 |
| A Special Crack-tip Conact Element in Rock Crack Problems<br>.....                                                             | <i>Yuan Yanguang Song Huizhen Luo Huanyan</i> | 293 |
| A Coupled Finite Element-Infinite Element Method of Displacement<br>Back Analysis and its Applications in Engineering<br>..... | <i>Yan Keqiang Li Baokun Yang Tao</i>         | 299 |
| Analysis of 3—D Dynamic Foundations by Boundary Element Method<br>.....                                                        | <i>Chen Peiliang Lu Shengsong</i>             | 307 |
| New Programming Techniques for Numerical Analysis<br>.....                                                                     | <i>Wang Kejun</i>                             | 314 |
| Several Improved Algorithms on Material Nonlinear Finite Element<br>Method .....                                               | <i>Tan Liqiao</i>                             | 320 |
| On the Convergence Acceleration of the Initial Stress Method<br>.....                                                          | <i>Lai Guowei</i>                             | 327 |
| Coupling Analysis of the Permeating Steady Flow and the Stress State<br>in Rock Masses and its Applications.....               | <i>Chang Xiaolin</i>                          | 335 |
| The Application of WRM in the Elastoplastic Elasto-viscoplastic<br>Stress Analysis in Geotechnical Engineering<br>.....        | <i>Mao Jianqiang Xu Wenhuan</i>               | 344 |

# 第一部分 大会报告

## 岩石流变力学的数值方法及其工程应用

同济大学 孙 钧 李永盛

多年以来,经典弹塑性理论成功地应用于求算岩石力学与工程的定解问题,可以方便地给出岩体开挖后最终的应力场和位移场,对一般岩石结构而言,所得结果能够基本满足设计要求。然而,随着各类岩石工程建设规模的扩大,以及人们对岩体介质及其工程结构认识的日益深入,在描述和处理岩石材料的时间效应与其流变属性方面沿用弹性或弹塑性理论均存在有明显的缺陷和困难。大量的现场量测和室内试验都表明,对于软弱岩石和岩体以及含有泥质充填物和破碎带的岩体,其流变属性是非常显著的。即使是整体性较好的岩体,由于多组节理或因随机分布裂隙的切割,其蠕变也会达到相当的量值。工程实践也指出,在对相当一部分的岩体结构物作围岩稳定评价和工程设计时,采用考虑岩石流变属性的粘弹塑性理论是十分必要的。

时间维的引入使岩石工程问题的求解变得更为复杂,加之设计所关心的区域往往是不规则的。采用解析方法以封闭的形式所能求解的课题极为有限,因而往往须借助于数值方法。岩石流变力学的数值方法近年来得到了突飞猛进的发展,其中应用最为普遍的主要是有限单元法和边界单元法,以及以这两种方法相组合和派生的其它方法。在粘弹塑性课题中,往往是引用弹塑性有限元法中的“增量初应力法”或“增量初应变法”,以常刚度迭代等概念来处理。相比之下,边界单元法在岩石流变力学中的应用研究还方兴未艾,目前已经取得的成果还只局限在简单的粘弹和粘塑性问题方面。然而,由于边界元法在克服有限元法固有存在的种种缺陷与不足所具有的独特优点,其应用似将具有更大的吸引力,前景广阔。有限差分法在岩石流变力学中的应用研究目前进行得很少。这与有限差分法在处理岩体结构的非匀质性态以及对洞室截面不规则形状等存在的困难直接有关。其它,另一种独立于有限元和边界元方法之外的加权残数法(Method of Weighted Residuals)和近年来得到突出发展的离散单元法(Discrete Element Method)——特别适用于计算为弱面和节理所切割的不连续岩体介质,以及对硬岩稳定分析最为合适的块体单元法(Block Element Method)可否推广应用于岩体材料的流变计算,都是值得研讨的新课题。

### 一、材料流变计算的本构方程

建立岩石材料流变问题本构方程一般有两种途径。一种是通过岩石或岩体的蠕变试验,直接将蠕变曲线用方程式表达,并应用于分析计算,即所谓的经验法;另一种则是建立流变力学模型,由试验测定有关参数,进行分析计算,即所谓的模型法。在经验法中,描述岩石

变形——时间曲线全过程的蠕变方程可表示为<sup>[1]</sup>

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon(t) + At + \varepsilon_T(t) \quad (1)$$

式中,  $\varepsilon$  是总应变;  $\varepsilon_e$  是弹性应变;  $\varepsilon(t)$  是描述初始蠕变的函数;  $At$  是描述定常蠕变的线性函数,  $A$  为常数;  $\varepsilon_T(t)$  是描述加速蠕变的函数。对于岩石而言, 加速蠕变的发展极为短暂, 其变化规律也非常复杂。所以迄今尚未能找到描述这一变形过程的合适函数, 但用以描述岩石初始蠕变和定常蠕变状态的方程则较为多见, 其中应用普遍的是幂函数、指数函数、对数函数以及某些组合函数<sup>[2]、[3]</sup>。通过现场量测得到的蠕变规律常以应变速率的形式给出, 如盐岩的蠕变方程可表达为<sup>[4]</sup>:

$$\dot{\varepsilon} = A\sigma^n \quad (2)$$

式中,  $\dot{\varepsilon}$  是应变速率;  $\sigma$  是应力;  $A$  和  $n$  是试验常数。

在岩石流变特性的研究中, 流变本构模型及其参数测定的研究占有很重要的地位。由基本力学元件的组合, 建立的力学模型可表达介质流变属性的主要规律, 解释试验结果并用于分析计算。各种流变模型可参阅文献<sup>[5]、[6]、[7]</sup>, 这里不再赘述。

粘弹性材料的本构方程一般可用微分或积分形式表述。如用微分形式, 其三维本构方程为:

$$P_1 S_{ij} = Q_1 e_{ij}, \quad P_2 \sigma_{ii} = Q_2 \varepsilon_{ii} \quad (3)$$

式中,  $S_{ij}$ 、 $e_{ij}$  分别是应力和应变的偏斜张量;  $\sigma_{ii}$  和  $\varepsilon_{ii}$  分别是应力和应变的球形张量;  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $Q_1$  和  $Q_2$  分别是关于时间的线性微分算子多项式。积分形式的三维粘弹性本构方程可写为:

$$S_{ij} = 2 \int_0^t G(t-t_i) \frac{\partial e_{ij}}{\partial t_i} dt_i \quad (4)$$

$$\sigma_{ii} = 3 \int_0^t K(t-t_i) \frac{\partial \varepsilon_{ii}}{\partial t_i} dt_i \quad (5)$$

式中,  $G(t)$  是剪切模量;  $K(t)$  是体积模量。

考虑材料时间效应的粘塑性本构关系的建立, 是一件十分复杂而困难的工作。随时间的推移, 因应变速率的不同也会得到不同的结果, 而目前对这一问题的认识和研究工作还做得很少。除最简单的宾厄姆 (Bingham) 模型外, 马尔文 (I. E. Malvern) 曾给出了考虑材料粘塑性应变的物理关系, 假设塑性应变速率的增加与当时应力和实际静力曲线上的应力之差, 即过量应力成正比<sup>[8]</sup>, 这时材料的粘塑性本构关系为:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma}{E} + \langle \Phi[\sigma - f(\varepsilon)] \rangle \quad (6)$$

式中, 符号  $\langle \Phi \rangle$  按下式定义:

$$\langle \Phi \rangle = \begin{cases} \Phi, & \text{当 } \sigma \geq f(\varepsilon) \\ 0, & \text{当 } \sigma < f(\varepsilon) \end{cases} \quad (7)$$

式 (6) 也可写为

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \gamma^* \left\langle \Phi \left( \frac{\sigma}{\sigma_s} - 1 \right) \right\rangle \quad (8)$$

式中,  $\sigma_s = \sqrt{3} k$  是材料的简单拉伸屈服极限,  $\gamma^* = \frac{2\gamma}{\sqrt{3}}$ , 这里  $\gamma$  为与材料的粘性有关的参数。函数  $\Phi$  的选择拟定有如下几种形式:

$$\left. \begin{aligned} \Phi(F) &= F^b, & \Phi(F) &= F \\ \Phi(F) &= \exp F - 1 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

与马尔文的过量应力假设相似, 波任纳 (P. Perzyna) 还提出了适应复杂应力状态下材料的粘塑性本构方程<sup>[9]</sup>。当考虑弹性应变时, 有

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{2G} \dot{S}_{ij} + \gamma^0 \Phi(F) \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}, & \text{当 } F > 0 \\ \frac{1}{2G} \dot{S}_{ij} & \text{当 } \leq 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\dot{\sigma}_{ij}}{3K} \quad (11)$$

式中,  $F$  是材料的屈服函数;  $\gamma^0$  是材性参数。函数  $\Phi(F)$  的形式可按试验结果式 (9) 取用。

## 二、有限元法的采用

一般粘弹性体的应变可看作由弹性应变  $\varepsilon_e$  和粘性应变  $\varepsilon_v$  所组成。为叙述方便, 以凯尔文 (Kelvin) 模型 (图 1) 为例来讨论。在常应力作用下, 凯尔文模型的粘性应变为

$$\dot{\varepsilon}_v = a\sigma - b\varepsilon_v \quad (12)$$

式中,  $a = \eta^{-1}$ ,  $b = E/\eta$ , 这里  $\eta$  为粘弹性系数;  $E$  为延滞弹性模量。解式 (12) 的方程, 假设在时间步长  $\Delta t$  内, 系数  $a$ 、 $b$  和应力保持不变, 且有初始条件

$$(\varepsilon_v)_{t+\Delta t} \big|_{\Delta t \rightarrow 0} = (\varepsilon_v)_t \quad (13)$$

$$\text{则有 } (\varepsilon_v)_{t+\Delta t} = e^{-b\Delta t} (\varepsilon_v)_t + \frac{a\sigma}{b} (1 - e^{-b\Delta t}) \quad (14)$$

上式即为采用迭代法求解粘弹性问题的计算格式。将式 (12) 改写为

$$\varepsilon_v = \frac{a\sigma}{\frac{d}{dt} + b} \quad (15)$$

式中的算子  $a/(\frac{d}{dt} + b)$  相当于虎克 (Hooke) 定律的  $1/E$ 。如设蠕变变形的泊松比  $\mu$  不随时间变化, 复杂应力状态下的计算公式为

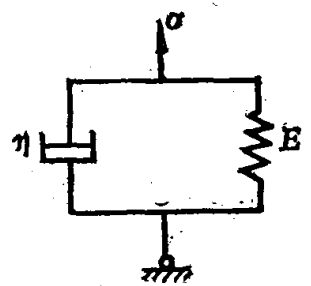


图 1 凯尔文模型

$$\dot{\varepsilon}_v = \frac{a}{\frac{d}{dt} + b} \widetilde{A} \cdot \widetilde{\sigma} \quad (16)$$

式中，“ $\sim$ ”表示矩阵的符号。 $\widetilde{A}$ 为系数矩阵，对于平面问题分别有

$$\begin{aligned} \text{平面应力} \quad \widetilde{A} &= \begin{bmatrix} 1 & -\mu & 0 \\ -\mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\mu) \end{bmatrix}, \\ \text{平面应变} \quad \widetilde{A} &= \begin{bmatrix} 1 & \frac{-\mu}{1-\mu} & 0 \\ \frac{-\mu}{1-\mu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{1-\mu} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

由此可得到对应于式(14)的蠕变计算格式

$$(\widetilde{\varepsilon}_v)_{t+\Delta t} = e^{-b\Delta t} \cdot (\widetilde{\varepsilon}_v)_t + \frac{a}{b} \widetilde{A} \cdot \widetilde{\sigma} (1 - e^{-b\Delta t}) \quad (18)$$

岩石粘弹性有限元解析，一般采用时间步长荷载增量的迭代计算，即在  $t=0$  时施加瞬时荷载，先按弹性计算求得应力。此后假设所得应力和材料参数在时间间隔内保持常数，则可按式(18)求得粘性应变。在以后的各个时步中，除逐次施加各级荷载和改变材料参数外，相当于求解多个具有初应变的线弹性问题。如此反复计算，直至达到所规定的时刻为止。显然时步迭代的计算精度和收敛性取决于所选用的时间间隔  $\Delta t$  的大小。计算表明，选择足够小的时步可保证计算结果收敛于精确解<sup>[10]</sup>。可以指出，由于允许材料参数在每一不同的时间间隔发生变化，上述方法亦可进一步用于模拟非线性粘弹性或非牛顿粘性体的变形规律。另外，每个时步的计算相当于求解一个线弹性问题，使得程序的编制相当方便。

用以描述岩石粘弹塑性性态的有限元解析方法，近年来发展较快，旨在刻划各种岩石变形时间规律的流变模型相继问世，一些有效的非线性计算方法各有所长<sup>[11]</sup>。现以目前应用广泛的广义宾厄姆模型为例，如图2所示。岩石的总应变可视为瞬时弹性应变  $\widetilde{\varepsilon}_e$  和粘塑性应变  $\widetilde{\varepsilon}_{vp}$  之和。沿用波任纳公式(10)， $\dot{\widetilde{\varepsilon}}_{vp}$  为

$$\dot{\widetilde{\varepsilon}}_{vp} = \gamma^0 F \frac{\partial F}{\partial \widetilde{\sigma}_{ij}} \quad (19)$$

式中，已按式(9)取  $\Phi(F) = F$ ， $F$  可按所假设的材料屈服准则确定<sup>[12]</sup>。对时间进行离散，并取欧拉(Euler)向前差分格式则式(19)可写为：

$$(\widetilde{\varepsilon}_{vp})_{t+\Delta t} = (\widetilde{\varepsilon}_{vp})_t + (\dot{\widetilde{\varepsilon}}_{vp})_t \cdot \Delta t \quad (20)$$

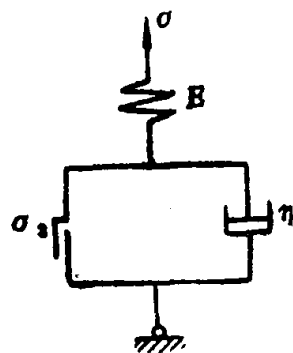


图2 广义宾厄姆弹-粘塑性体模型

如果已知  $t$  时刻的粘塑性应变及其速率, 按选定的时间步长  $\Delta t$  即可由上式方便地求出下一  $t + \Delta t$  时刻的粘塑性应变。在有限元法的平衡方程式中, 增加了一项由粘塑性应变引起的等效荷载, 即

$$\underline{\underline{K}} \underline{\underline{\delta}} = \underline{\underline{P}} + \underline{\underline{P}}_{v,p} \quad (21)$$

式中,  $\underline{\underline{P}}_{v,p} = \sum \int_{\Omega} \underline{\underline{B}}^T \underline{\underline{D}} \underline{\underline{\varepsilon}}_{v,p} d\Omega$ 。按粘塑性应变的值, 不断调整平衡方程 (21) 中右端项的粘性荷载向量, 可求得各时刻的节点位移和其它相应量值。这种所谓“等效荷载法”是解岩土介质材料非线性问题的有效方法, 它避免在每一时步计算中都重新形成刚度矩阵  $\underline{\underline{K}}$ 。若将  $\underline{\underline{P}}_{v,p}$  表达式中的  $\underline{\underline{\varepsilon}}_{v,p}$  视为存在于介质中的初应变, 则该方法也被称作“荷载增量——初应变法”。

上述方法也可用于求解弹塑性问题, 这时式 (19) 和 (20) 中的粘性参数  $\gamma^\circ$  和时步  $\Delta t$  仅起到迭代运算作用, 原物理意义不复存在。对弹—粘塑性问题, 为满足收敛和稳定条件并保证一定计算精度, 时步  $\Delta t$  的选择要有严格的限制<sup>〔13〕</sup>、〔14〕。

### 三、边界单元法的采用

边界单元法用于求解岩石流变力学问题, 主要采取两种方式: (1) 在已有线弹性基本解的基础上, 考虑材料的蠕变特性, 导出新的用以计算应力影响系数或位移影响系数的基本解, 然后按一般线弹性直接法或间接法求解, (2) 用有限元法对粘弹塑性问题的处理方法, 对时间进行差分, 将粘性的应力或应变视为初始值。通过反复迭代计算求得各时刻的应力场和位移场。这两种方式都是基于现有线弹性边界积分方程方法提出的, 仅在应用范围和计算时间方面各有特点, 处理手段有所不同。对于线性粘弹性体, 利用线性粘弹性理论的相关原理 (Correspondence Principle) 和线弹性凯尔文解 (Kelvin Solution), 通过拉氏变换 (Laplace Transform), 可导出对应于各种流变模型的线性粘弹性凯尔文解、有关影响系数计算和各时步内的应力场和位移场等。其它求解步骤则与一般线弹性边界元法完全相同。

设线弹性体由于作用垂直线荷载  $P$  引起的任意点垂直向应力为  $\sigma_z$ , 则按凯尔文解有<sup>〔15〕</sup>

$$\sigma_z = \frac{Pz}{2\pi(1-\mu)R^2} \left[ \frac{3-2\mu}{2} - \frac{x^2}{R^2} \right] \quad (22)$$

这里  $x$ 、 $y$ 、 $z$  为坐标,  $R$  为荷载作用处到坐标原点的距离。 $\mu$  为材料泊松比。考虑荷载  $P$  随时间变化,  $\sigma_z$  的拉氏变换为:

$$\overline{\sigma}_z = \frac{\overline{P}}{2\pi(1-\mu)} \frac{z}{R^2} \left[ \frac{3-2\mu}{2} - \frac{x^2}{R^2} \right] \quad (23)$$

由相关原理可得仿如上式的线性粘弹性体的应力, 取拉氏变换则有

$$\overline{\sigma}'_z = \frac{\overline{P}}{2\pi(1-\overline{\mu})} \frac{z}{R^2} \left[ \frac{3-2\overline{\mu}}{2} - \frac{x^2}{R^2} \right] \quad (24)$$

由式 (23) 和 (24) 可得  $\overline{\sigma}'_z$  和  $\overline{\sigma}_z$  的关系为

$$\bar{\sigma}_z^v = \bar{\sigma}_z^e \frac{h_1 - h_2 \bar{\mu}}{h_3 \bar{\mu}} \quad (25)$$

式中,  $h_1 = (1 - \mu)(3R^2 - 2x^2)$ ,  $h_2 = 2R^2(1 - \mu)$ ,  $h_3 = R^2(3 - 2\mu) - 2x^2$ 。粘弹性泊松比的拉氏变换  $\bar{\mu}$  与所选流变模型有关。现取材料的偏张量和球张量分别为  $n$  个凯尔文模型串联组成, 如图 3 所示, 则相应的  $\bar{\mu}$  值为<sup>[16]</sup>:

$$\bar{\mu} = \frac{\sum_{i=0}^{2n} A_i S^i}{\sum_{i=0}^{2n} B_i S^i} \quad (26)$$

式中,  $A_i$ 、 $B_i$  分别是与所选模型的材料参数有关的系数;  $S$  为应力张量。将式 (26) 代入式 (25) 则有

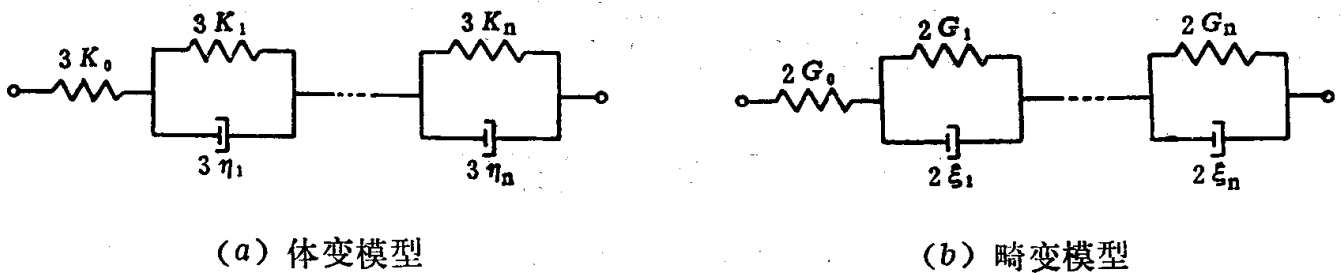


图 3 推广的凯尔文体

$$\bar{\sigma}_z^v = \frac{\bar{\sigma}_z^e \left( h_1 \sum_{i=0}^{2n} B_i S^i - h_2 \sum_{i=0}^{2n} A_i S^i \right)}{h_3 \left( \sum_{i=0}^{2n} B_i S^i - \sum_{i=0}^{2n} A_i S^i \right)} \quad (27)$$

同样的推导过程可用于  $\bar{\sigma}_z^v$  和  $\bar{\tau}_{xz}^v$  的计算, 所得结果与式 (27) 相似, 仅系数  $h_1$ 、 $h_2$  和  $h_3$  略有不同, 可统一写为

$$\bar{\sigma}_{ij}^v = \bar{\sigma}_{ij}^e \frac{\sum_{i=0}^{2n} M_i S^i}{\sum_{i=0}^{2n} N_i S^i} \quad (28)$$

式中  $M_i = h_1 B_i - h_2 A_i$ ;  $N_i = h_3 (B_i - A_i)$ 。

用卷积定理对上式作拉氏反演, 整理后可得线性粘弹性应力和线弹性应力间的关系为<sup>[16]</sup>

$$\sigma_{ij}^v(t) = \sigma_{ij}^e(t) + \int_0^t \sigma_{ij}^e(\tau) \sum_{k=1}^{2n} \frac{\sum_{i=0}^{2n} R_i a_k^i}{2n a_k^{2n-1} + \sum_{i=1}^{2n-1} P_i a_k^{i-1}} e^{-(t-\tau) a_k} d\tau \quad (29)$$

对于作用荷载与时间无关的情况, 上式可简化为

$$\sigma_{ij}^v(t) = \sigma_{ij}^e \left[ 1 - \sum_{k=1}^{2n} \frac{\sum_{i=0}^{2n} R_i a_k^i}{2n a_k^{2n-1} + \sum_{i=1}^{2n-1} P_i a_k^{i-1}} \cdot \frac{1 - e^{-t a_k}}{a_k} \right] \quad (30)$$

上式即为用于线性粘弹性体边界元法计算的基本解, 式中有关参数  $R_i$ 、 $P_i$  和  $a_k$  与所取流变模型、应力计算点与荷载作用点的距离等因素有关, 一次确定后不必再反复计算。

考虑岩石的粘塑性将使基本解的构造更为困难, 因而在弹-粘-塑性体的边界元法解析

中,较多的还是采用“增量初应变法”或“增量初应力法”<sup>〔17〕</sup>、<sup>〔18〕</sup>,即以一系列的线性解来拟合非线性性态,必要时加以各时步内的多次迭代,以提高计算精度。由平衡方程、应变速率方程和虎克定律,可演引得三维粘塑性蠕变问题的控制微分方程

$$\mu \frac{\partial^2 \dot{u}_i}{\partial x_i \partial x_i} + (1 + \mu) \frac{\partial^2 \dot{u}_j}{\partial x_i \partial x_j} + \dot{f}_i = 0 \quad (31)$$

弹性静力学中纳维叶 (Navier) 方程的基本解可写成直接积分的形式

$$\begin{aligned} \dot{u}_i(p) = & \int_V [u_{ij}(P, Q) \dot{t}_j(Q) - T_{ij}(P, Q) \dot{u}_j(Q)] ds \\ & + \int_V u_{ij}(p, q) \dot{f}_j(q) dv_q \end{aligned} \quad (32)$$

上式中的核函数  $u_{ij}$  和  $T_{ij}$  可由凯尔文解求得,另外体力项  $\dot{f}_i$  可视为初应变或初应力引起的等效荷载。由边界的分割离散,式 (32) 可写成如下的矩阵形式<sup>〔19〕</sup>

$$\dot{\underline{u}} = \underline{D} \dot{\underline{x}} + \underline{E} \dot{\underline{y}} + \underline{S} \dot{\underline{\varepsilon}} \quad (33)$$

这样,给定了边界荷载和初应变速率  $\dot{\underline{\varepsilon}}$  后,其它的未知数均可如上求得。上式即为用于边界积分方程求解的增量初应变法计算格式。

粘塑性应变速率  $\dot{\underline{\varepsilon}}$  可按波任纳公式求得,对一般蠕变问题,则可按有如式 (2) 的经验方程取用。粘塑性应变或蠕变变形可由时间差分,如欧拉向前差分公式 (20) 求算。用边界元法求解弹—粘塑性问题或一般蠕变问题的计算步骤可写为<sup>〔20〕</sup>:

(1) 按弹性公式 (33) 先计算  $t_n$  时刻的应力、位移和应变各值,此时尚有所谓初应变引起的等效荷载  $\dot{f}_i$ , 式 (32) 中的右端第二项为零;

(2) 按式 (19) 或式 (2) 求得时刻  $t_n$  的粘性应变速率  $\dot{\underline{\varepsilon}}_n$ ;

(3) 由差分公式 (20) 求算粘性应变  $\underline{\varepsilon}_n$ , 即有

$$\Delta \underline{\varepsilon}_n = \dot{\underline{\varepsilon}}_n \Delta t_n \quad (34)$$

并有

$$\underline{\varepsilon}_{n+1} = \underline{\varepsilon}_n + \underline{\varepsilon}_n \Delta t_n \quad (35)$$

(4) 按式 (33) 重新计算以上各值;

(5) 重复步骤 (2)~(4), 直至  $\dot{\underline{\varepsilon}} \leq$  某给定的小数时为止。

计算中一般以荷载增量的形式逐级施加,有时在每一级荷载量级中尚须进行多次循环迭代,故实质上是包括增量和迭代在内的混合法。该计算方法对时步  $\Delta t$  的限制等与前述的有限元法相同。

对于求解由波任纳所描述的蠕变或弹—粘塑性问题,太勒斯 (Telles) 和布瑞比亚 (Brebbia) 已经导出了初应力问题的边界积分公式,即计算的主值是初应力项的积分。相应于基本解的张量也已经给出<sup>〔21〕</sup>。此处,对半平面问题的表达式也就是基本解满足在半平面表面边界力自由条件的表达式<sup>〔22〕</sup>。在把粘塑性体离散成边界元和内部单元后,就能从初应力的边界积分公式演引得边界元矩阵方程,并导出其内应力。在边界点和内部点应力的

常微分方程组是时间相关的，它有唯一的解。这类时间变量矩阵方程的解建议采用简单的欧拉一步过程方法<sup>[23]</sup>。方法的具体演引过程和对时间步长选择准则的讨论均详见文献[24]。

#### 四、岩体结构粘弹塑性计算在隧洞工程中的应用

##### 1. 大断面地下洞室群考虑分部开挖的围岩稳定分析<sup>[25]~[28]</sup>

根据某水电站地下厂房的设计要求，提出了考虑分部开挖的大跨度岩体洞室稳定分析的粘弹塑性有限元方法，计算中计入了相邻洞群和开挖爆破以及岩体应变软化等多种复杂因素。采用了图4所示的流变模型，按前述增量应变法可方便地计算各个开挖步骤所对应的围

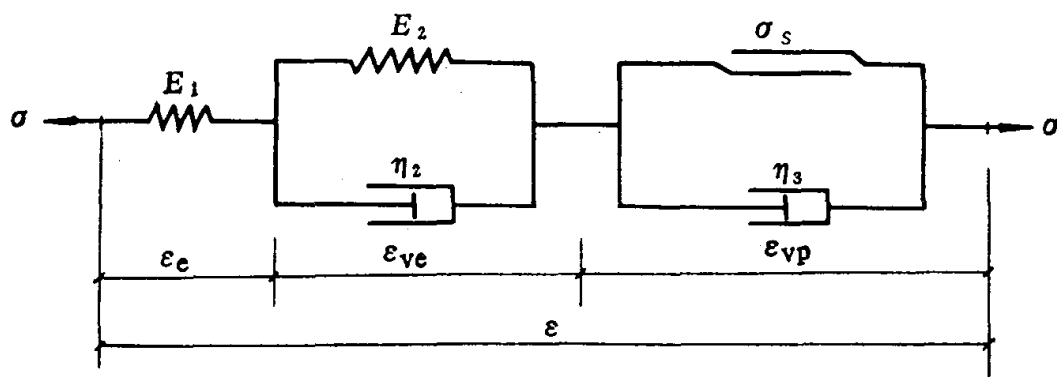


图4 弹—粘弹—粘塑性流变模型

岩应力场、位移场和应变场。采用八节点平面等参单元，单元总数303，节点总数938。开挖步序分5部，拱部开挖后180天开始第二步开挖，以后各步开挖相隔60天为序。主厂房开挖完毕后整个厂区围岩的主应力分布如图5所示。还由计算得出洞周围岩塑性区分布和沿洞周

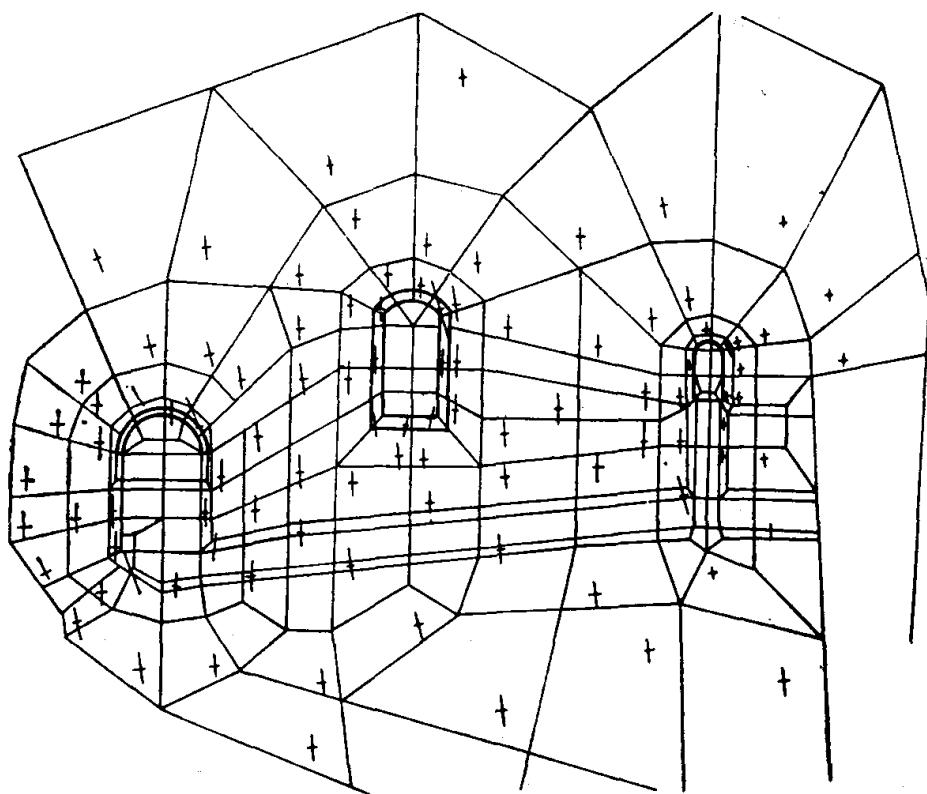


图5 大跨度洞室围岩主应力分布图

的径向收敛位移。

上述研究结果已在某水电站地下厂房设计施工的技施设计中得到了具体采用，为该大断面厂房洞室选型、设计构思以及施工开挖方案取舍等方面提供了分析论据。

2. 多组节理岩体的流变特性与洞室粘弹塑性效应<sup>〔29〕、〔30〕</sup>

对于受多组节理面切割的软弱岩体，可假设为由完整岩块与节理弱面两部分所组成，采用  $n + 1$  个宾厄姆模型相串联来模拟介质的粘塑性变形，如图 6 所示。图中第  $n + 1$  个粘塑性模型表示完整岩块，第  $n$  个粘塑性模型则表示第  $n$  组节理面。岩体在开挖成洞时的瞬弹性变形仍由与之相串联的弹簧来模拟。

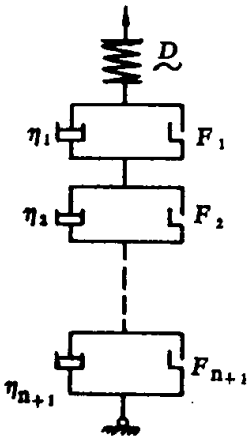


图 6 多组节理岩体弹-粘塑性模型

沿用波任纳公式（式 19）可求出各组节理面和完整岩块的粘塑性应变速率，并且用直接迭加得出岩体粘塑性应变速率。按照前述弹-粘塑性增量-初应变计算方法所编制的有限元程序，可对多组节理岩体洞室进行分步开挖及不同支护时间的模拟计算，并能变换节理面倾角和走向，和引入各个节理面的变形与强度特性以趋近工程实际状况。图 7 所示为两组正交分布节理岩体图形洞的洞壁位移值。计算表明，考虑节理面流变属性的影响后，洞壁位移约增大 20~25%。位移峰值发生在沿节理面的切向，近洞壁处围岩主应力增大约 1~2 倍，围岩塑性区也有明显扩展。

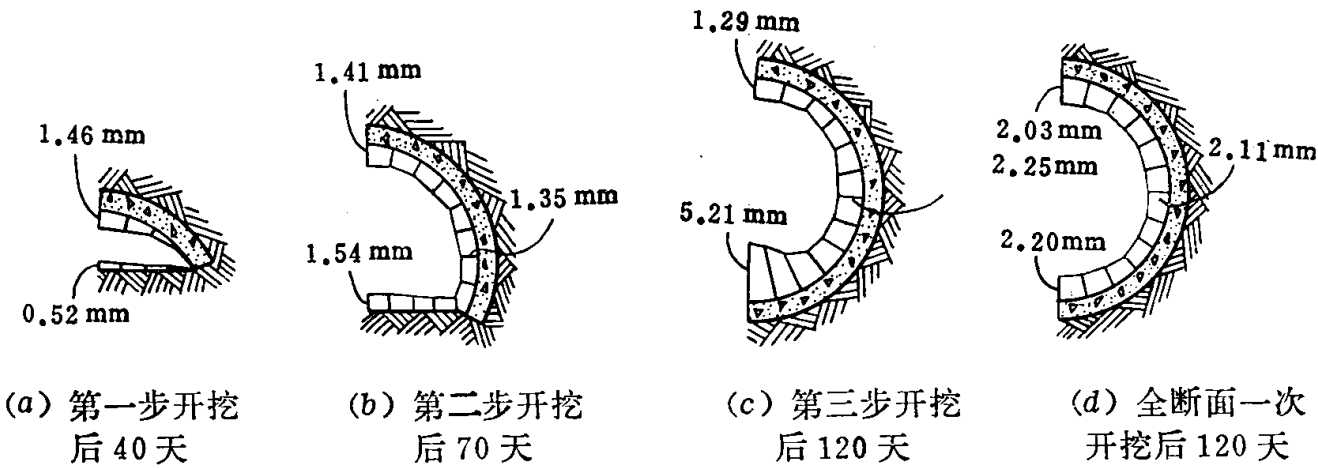


图 7 两组正交节理岩体洞室不同开挖阶段和开挖方式的洞壁位移

3. 考虑断层流变对洞室力学效应的粘弹塑性计算<sup>〔31〕、〔32〕</sup>

对于在邻近洞室的区域内有粗厚软弱夹层或泥化物质充填的大断层通过时，断层流变对隧洞的力学效应的影响是十分明显的。由于围岩和断层充填物在流变属性方面存在有很大差异，一般可假设围岩本身为整体性良好的线弹或弹塑性体，而将断层假设为粘弹塑性体进行计算。采用图 8 的模型描述断层沿层面切向的变形特征，图中  $F_0$  为断层的剪切屈服系数。考虑到断层充填物的单元刚度与时间无关，在计算中除了荷载采用增量形式外，同时每一个