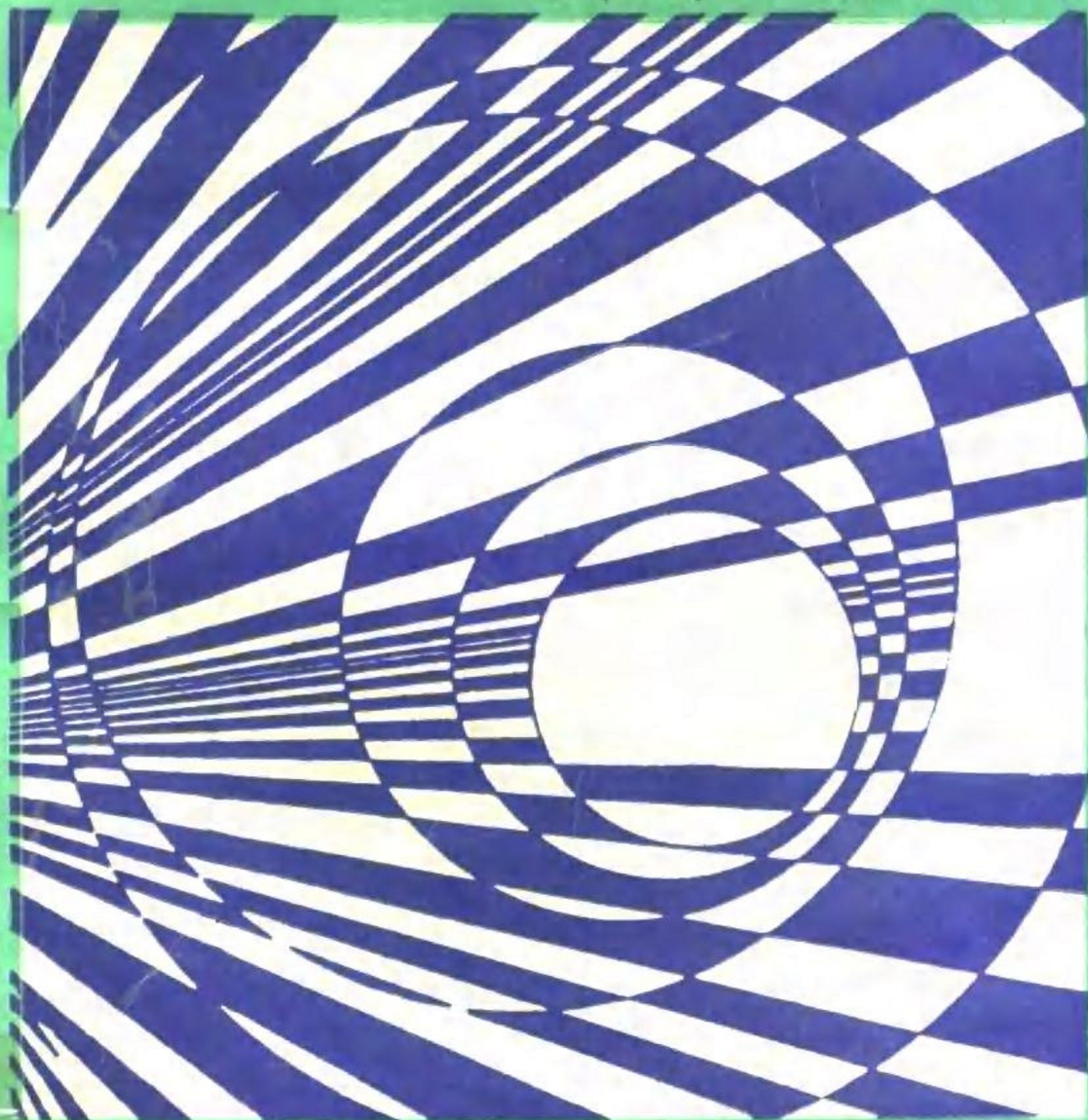


应用物理光学

清华大学 严瑛白 编

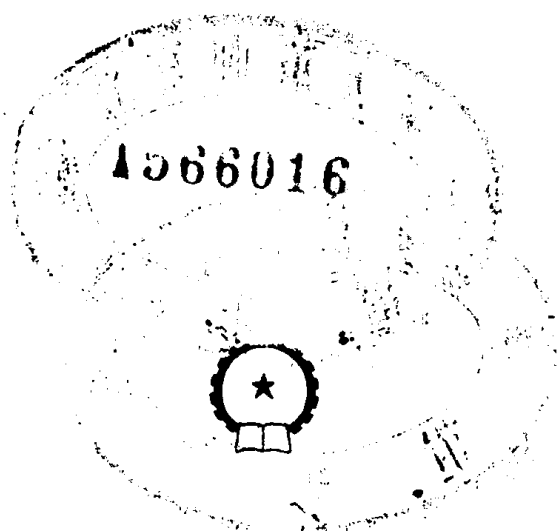


机械工业出版社

应用物理光学

清华大学 严瑛白 编

121/50/03



机械工业出版社

本书系统地阐述了物理(波动)光学的基本原理和重要应用。主要内容有光的电磁理论,傅里叶变换,光在各向同性介质界面的传播,相干理论及干涉仪,光的衍射及傅里叶光学,空间频谱分析及光信息处理,光的偏振及光在晶体中的传播,电、磁、声光效应等。

全书突出现代性和实用性,注重物理概念与数学处理、传统方法与现代方法的结合;内容深入浅出、便于自学;有较多的概念性及综合性较强的例题和习题,有助于启迪思维及培养能力;有一定的图表、数据,便于查阅并对实际工作有参考价值。

本书可作为高等学校光学仪器及精密测试等专业的教学参考书,也可作为一本科技参考书。

应用物理光学

清华大学 严瑛白 编

*

责任编辑:韩雪清 责任校对:孙志筠

封面设计:方芬 版式设计:霍永明

责任印制:尹德伦

*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

重庆印制一厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{16}$ · 印张 $27 \frac{1}{4}$ · 字数 671 千字

1990年11月重庆第一版·1990年11月重庆第一次印刷

印数 0.001—1,500·定价:5.75元

*

ISBN 7-111-02311-0/O·51 (课)

前 言

本书是在参考国内外有关资料及编者实践的基础上写成的,拟为高等学校光学仪器、精密测试等有关专业提供一本教学参考书,也兼作为一般科技人员学习物理光学和现代光学的参考书。

全书以光的电磁理论为基础,系统地阐述光在传播过程中及迭加时的现象及其规律。第一、二章论述现代物理光学的两种理论基础:光的电磁理论及傅里叶分析(频谱分析)方法;第三章讨论光在各向同性介质界面上的传播规律;第四、五章讨论光波的相干理论及干涉仪;第六、七章讨论光波的衍射及其与傅里叶变换的关系;第八、九章讨论光的偏振现象,光在晶体中的传播,电、磁、声光效应。各章在阐述传统内容的同时,还作了适当的引伸和发挥,力求挖掘新意,论述其相关的现代光学的内容,诸如纤维光学与光波导,薄膜光学、干涉计量学,傅里叶变换光学,传递函数,光学信息处理及全息照相,非线性光学,等等。尽管对这些内容的论述比较粗浅,但注重于分析它们与经典光学的联系和区别,说明它们是在经典光学的基础上发展起来的,因此有助于读者入门,并为进一步学习现代光学打下基础。

本书在编写方法上注重以物理现象和实验为基础,物理概念与数学处理、传统方法与现代方法的密切结合。对一般教科书中某些叙述过于简单或疑难问题作了一些深入浅出的讨论,以便于自学。许多章节编写了一些概念性、综合性和实用性强的例题和习题,有的还相当具体,力图在学与用之间起到桥梁作用,并有助于启发思维和培养分析与解决问题的能力。书中还列有适量的图表、数据,查阅方便,并对实际工作有参考价值。

本书由天津大学胡鸿璋教授主审,承蒙他热忱的帮助。清华大学夏学江教授、金国藩教授的悉心指导及余官正,何庆生二位老师的通力合作与大力帮助,为本书增色不少。参加审稿会的浙江大学、北京工业大学、华中理工大学、上海机械学院、武汉科技大学等兄弟院校的老师们对初稿提出了许多宝贵意见和建议。在此谨向这些同志及其他给予了热情帮助的同志们一并致以衷心的感谢。

限于编者水平,书中缺点和错误在所难免,恳请读者不吝指正。

编 者

1989.10 清华大学

目 录

前言		§ 3-6 金属的光学性质	93
绪论	1	§ 3-7 相速与群速 光学拍	99
第一章 光的电磁理论及光波的数量描述	3	思考题与习题	102
§ 1-1 麦克斯韦积分方程组	3	第四章 光的干涉和干涉仪	106
§ 1-2 麦克斯韦微分方程组	7	§ 4-1 光干涉的条件	106
§ 1-3 电磁场的波动性	9	§ 4-2 杨氏干涉 双光束干涉条纹	109
§ 1-4 平面电磁波及其基本性质	11	§ 4-3 干涉条纹的对比度	112
§ 1-5 单色平面波 矢量波与标量波	15	§ 4-4 光源大小对干涉条纹对比度的影响	113
§ 1-6 单色平面波的复数表达式 复振幅及空间频率	19	§ 4-5 空间相干性 范西特-泽尼克定理	117
§ 1-7 平面电磁波场中的能量传播 坡印廷矢量 光强度	23	§ 4-6 光的非单色性对干涉条纹对比度的影响	123
§ 1-8 单色球面波 复振幅及其旁轴近似	26	§ 4-7 时间相干性与时间相干度	127
思考题与习题	31	§ 4-8 各种分波前干涉装置及其特点	130
第二章 傅里叶变换理论及光波场的时间和空间傅里叶分解	33	§ 4-9 干涉仪的一般理论概要	130
§ 2-1 傅里叶级数与傅里叶积分 (变换)	33	§ 4-10 平行平板干涉 定域条纹 等倾条纹	135
§ 2-2 光波场的时间傅里叶分解 对实际光源发出的光波的认识	40	§ 4-11 楔板干涉及条纹定域面 等厚条纹	140
§ 2-3 单色光波复振幅的空间傅里叶分解空间频谱	47	§ 4-12 表面质量检查 斐索型平面及球面干涉仪	146
§ 2-4 几个常用函数的傅里叶变换对及傅里叶变换定理	48	§ 4-13 迈克尔逊干涉仪	150
§ 2-5 卷积及卷积定理 相关	54	§ 4-14 泰曼-格林干涉仪 数字波面干涉术	153
§ 2-6 狄拉克 δ 函数 梳状函数	58	§ 4-15 傅里叶分光干涉仪 (傅里叶变换光谱仪)	156
§ 2-7 线性平移不变系统	63	§ 4-16 马赫-曾德干涉仪 散射板干涉仪及剪切干涉仪	161
思考题与习题	65	思考题与习题	164
第三章 光在两介质交界面上的反射和折射	67	第五章 多光束干涉与光学薄膜	169
§ 3-1 在介质交界面上的边界条件	67	§ 5-1 平行平板的多光束干涉	169
§ 3-2 光波的反射与折射定律	69	§ 5-2 法布里-珀罗干涉仪	175
§ 3-3 菲涅耳公式及其讨论	71	§ 5-3 扫描法布里-珀罗干涉仪	180
§ 3-4 全反射与倏逝波	82	§ 5-4 多光束等厚干涉条纹	182
§ 3-5 光导纤维与薄膜光波导	86	§ 5-5 光学薄膜 单层膜	185
		§ 5-6 多层介质膜与等效折射率法	191

§ 5-7 光学薄膜的电磁场理论 矩阵 计算方法.....	194	§ 7-5 空间滤波及相干光信息处理 相衬 显微镜.....	312
§ 5-8 几种常用光学薄膜及其特点.....	197	§ 7-6 非相干光处理.....	320
思考题与习题.....	200	§ 7-7 全息照相.....	322
第六章 光的衍射及傅里叶光学	204	思考题与习题.....	332
§ 6-1 惠更斯-菲涅耳原理.....	205	第八章 光的偏振及光在晶体中的传 播	337
§ 6-2 基尔霍夫标量衍射理论 球面 波衍射理论.....	206	§ 8-1 晶体中光的传播简述 ^[48] 光线椭球	337
§ 6-3 平面波衍射理论 (衍射的角谱 理论).....	213	§ 8-2 单轴晶体.....	343
§ 6-4 菲涅耳衍射与夫琅和费衍射.....	216	§ 8-3 晶体的惠更斯作图法.....	345
§ 6-5 菲涅耳衍射的计算举例 泰伯 效应	220	§ 8-4 折射率椭球 (波法线椭球)	348
§ 6-6 菲涅耳波带法 圆孔的菲涅耳 衍射	223	§ 8-5 双轴晶体.....	351
§ 6-7 圆屏的菲涅耳衍射 巴比涅原 理	226	§ 8-6 偏振棱镜.....	352
§ 6-8 菲涅耳波带片.....	227	§ 8-7 二向色性偏振器及布儒斯特偏 振器(玻片堆).....	356
§ 6-9 直边及单缝的菲涅耳衍射.....	231	§ 8-8 波片(位相延迟器)及补偿器.....	360
§ 6-10 透镜的傅里叶变换性质.....	236	§ 8-9 偏振光和偏振器件的琼斯矩阵.....	365
§ 6-11 单缝与矩孔的夫琅和费衍射.....	241	§ 8-10 椭圆偏振光的表示及检验方法 椭圆偏仪.....	373
§ 6-12 圆孔的夫琅和费衍射.....	246	§ 8-11 偏振光的干涉 玻璃应力仪及 偏光显微镜.....	377
§ 6-13 夫琅和费衍射图样的特点.....	250	§ 8-12 偏振光干涉仪 微分干涉相衬 显微镜	385
§ 6-14 双缝夫琅和费衍射.....	253	思考题与习题.....	387
§ 6-15 多缝(光栅)的夫琅和费衍射.....	256	第九章 磁光、电光和声光效应	393
§ 6-16 衍射光栅.....	264	§ 9-1 旋光性与法拉第磁光效应.....	393
§ 6-17 莫尔效应及双光栅衍射理论.....	274	§ 9-2 电光效应与电光器件.....	399
思考题与习题.....	280	§ 9-3 声光效应.....	410
第七章 空间频谱分析及光学信息 处理	286	§ 9-4 晶体的非线性光学效应.....	414
§ 7-1 阿贝成象理论.....	286	思考题与习题.....	416
§ 7-2 相干及非相干成象的分辨率及 对比度变化.....	292	附录	418
§ 7-3 相干成象系统及相干传递函数 (CTF).....	299	附录 I 矢量分析及场论的主要公式.....	418
§ 7-4 非相干成象系统及光学传递函 数(OTF).....	302	附录 II 贝塞尔函数.....	419
		参考文献	422
		习题答案	424

绪 论

光学首先是研究光波传播规律的科学,例如它研究光波怎样从几百万光年以外的银河外星系传播到地球;研究从灯泡辐射的光波通过聚光镜照亮标本,又通过物镜、目镜成象、放大,最后进入眼睛的全过程;研究黑夜中地面目标发出的不可见红外线怎样被高空中卫星上的接收器接收……。

光学又是研究光波与物质相互作用的科学,它研究在太阳光的照射下植物绿叶的光合作用;研究光波对照相乳胶的感光效应;研究光辐射对于生物遗传、变异的影响……。

光学所研究的问题与人类生活联系密切,光学所涉及的领域极为广阔。它既是一门理论体系严密的基础科学,又是一门应用科学。光学发展过程中的每一阶段都与社会生产力的发展和工业技术的进步息息相关。光学从它诞生的那一天起就是一门“仪器化”的科学,光学在它多年的发展历史中,形成了一系列很有特色的光学仪器。光学和光学仪器早已渗透到日常生活的每个方面、科学技术的每个领域、经济建设的每个部门。可以说,在现代世界,已经很难找到一个和光学无关的范畴。

从牛顿、伽利略时代到本世纪50年代的几百年内,光学获得了许多重要成就。光学的两个重要分支——几何光学和物理光学,都已发展到接近成熟的阶段。光学仪器的生产和工艺也达到了相当的水平。这个时期的仪器的主要特点可以概括为“光学精密机械”,可以称为第一代光学仪器。60年代以来,半导体物理和电子工业的蓬勃发展,大大刺激了光学和光学工业,产生了“光机电”三结合的仪器,也就是“光学+精密机械+电子技术”的第二代光学仪器。近30~40年来,光学作为物理学的一个分支,它本身发生了深刻的演变。1948年全息术的诞生,第一次在记录光波强度的同时,记录了光波的位相,也就是记录了光波所携带的全部信息;1955年,第一次提出用光学传递函数来评价光学系统成象质量的概念,这些概念后来又发展成为信息光学;1960年,一种全新的光源——激光器诞生了,它犹如一声春雷,震动了整个科学技术领域。激光由于高强度,高相干性和准直性,很快走出实验室,在国民经济各部门获得了广泛的应用。上述三件大事,标志着从经典光学向现代光学过渡的完成。在70年代末期由于现代光学和计算机的结合,又导致了光学仪器的一次新的、意义更深刻的更新换代,也就是开始了第三代光学仪器——信息光学仪器或智能光学仪器的新时期。

从研究内容来说,现代光学可以分成两大类,即光与物质相互作用以及信息光学。高强度的激光与物质相互作用,可以引发核聚变,制造激光武器,用于加工等;并且产生了非线性光学和非线性光谱学等新领域。现代光学的另一个重要方面是激光用于信息的传输、处理和存储的研究和应用,即信息光学理论与技术、包括光导纤维技术、光学信息处理、信息存储及全息术等。信息光学技术是光学技术的一个重要组成部分,也是本书所讨论的现代光学内容中的重点。在信息光学方面,傅里叶变换理论及傅里叶光学是重要的基础,因此,本书给予了充分的重视。

值得指出的是,现代光学的许多重要进展是与经典光学息息相关的,是在经典光学的基础上发展起来的。例如全反射引出光导纤维,全反射的倏逝波用于导波耦合,由此通向集成光

学；干涉与衍射的巧妙综合，导致崭新的全息术原理；由夫琅和费衍射和阿贝衍射成象原理，导致傅里叶变换光学和空间滤波技术的确立；以迈克尔逊干涉仪为基础演变出与电子技术及计算机相结合的新型的傅里叶变换光谱仪，它已完全区别于色散型光谱仪；从多光束干涉的法布里-珀罗干涉仪发展到激光技术中作选频和提高单色性的激光谐振腔；从圆孔夫琅和费衍射的爱里斑和光学仪器的分辨本领入门，自然引出成象系统的点扩散函数和光学传递函数，沟通了光学成象系统与电子学四端网络的联系，置它们于线性系统的统一理论之中，等等。以上列举的经典光学和现代光学的种种联系，要求我们在教学及教学参考书中，以阐述经典光学内容为主，再加以引伸与发挥，展现其新的风貌，并充分注意分析它们的联系与区别、基础及其创新之间的关系，以学习和培养科学思想方法。

第一章 光的电磁理论及光波的数学描述

麦克斯韦 (Maxwell) 在法拉第 (Faraday)、安培 (Ampere) 等人研究电磁场工作的基础上, 于1873年总结出了一组描述电磁场变化规律的方程组, 从而建立了经典电磁理论。根据这一理论, 证明了电磁场的传播具有波动性质, 计算得出的电磁波速度与测量出的光速一致, 并可说明光学上已知的反射、折射和色散等规律。1888年, 赫兹 (Hertz) 第一次用实验证实了电磁波的存在, 并证明它与光一样, 具有反射、折射、干涉、衍射和偏振等性质, 其速度正好等于光速。因此, 肯定了麦克斯韦的理论。同时, 又使人们自然地承认光是一种电磁波, 而光振动是一种电磁场的振动, 从而产生了光的电磁理论。

光学, 尤其是当它作为物理学的一个应用科学分支时, 其大部分内容都是建立在经典电磁理论基础之上的, 即从经典麦克斯韦方程出发, 可以研究包括近代光学在内的光学的一些主要方面。即使涉及到光的发射和接收时, 由电磁波的观点也能得到某些定性或平均的结果。当然, 涉及辐射与物质相互作用的某些领域是需要运用量子观点的。例如光电效应、 α 光散射、激光器材料的工作机理以及原子或分子光谱学等, 但往往也是采用半经典、半量子的模型。

本章将在简单回顾静电场及稳恒磁场中的几个基本定律的基础上, 阐述麦克斯韦积分方程组和微分方程组, 进而讨论电磁场的波动性及其性质。后面各章将从光的电磁波动性出发, 讨论一些主要的光学现象及其规律。

本章还将着重讨论波动方程的两种最重要的解——平面波和球面波——的数学描述及其特性。

§1-1 麦克斯韦积分方程组

一、静电场和稳恒磁场中的基本定律

静电场和稳恒磁场中的四个电磁学基本定律是

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \sum q = \int_V \rho dV \quad (1-1)$$

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (1-2)$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (1-3)$$

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I = \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S} \quad (1-4)$$

式中, $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{H}$ 分别表示电位移强度 (电位移矢量)、电场强度、磁感应强度和磁场强度; $\sum q$ 为闭合曲面 S 内包含的总电荷; $\sum I$ 为闭合回路 l 内包围的传导电流; ρ 和 $\mathbf{j}$ 分别表示电荷体密度和传导电流面密度。

式 (1-1) 是高斯定律, 通过任意封闭曲面 S 的电感通量等于曲面内所包含自由电荷的

代数，或电感强度 D 的法线分量沿任意封闭曲面的面积分等于该曲面所包围的总电荷。

式(1-2)是安培环路定律：沿任意闭合路径 l 移动试验电荷所作的功等于零。说明在电场中任意两点间的电位差与所取路径无关。

电感强度与电场强度之间有关系式

$$D = \epsilon_0 (1 + \chi_e) E = \epsilon_0 \epsilon_r E = \epsilon E \quad (1-5)$$

式中， ϵ_0 是真空的介电常数（电容率）； χ_e 为介质的极化率； $\epsilon_r = 1 + \chi_e$ 称为介质的相对介电系数，表示介质的电极化作用； ϵ 称为介质的介电常数，在各向同性介质中， ϵ 为标量， D 与 E 方向相同，在各向异性介质中， ϵ 是一个张量，一般 D 与 E 方向不相同（详见第八章）。

式(1-3)是 B 的通量定律：通过任意封闭曲面 S 的磁感通量为零，说明穿入与穿出任一封闭曲面的磁通量永远相等，亦即磁场没有起止点，磁力线是闭合曲线。

式(1-4)是 H 的安培环路定律：沿任意闭合路径 l 的磁场强度的线积分等于所包围的传导电流的代数和。

流经以 l 为边缘的任一曲面 S 的电流 $\sum I = \int_S j \cdot ds$ 在其周围产生一个环形磁场 H 。 H 与 B 的关系有

$$B = \mu_0 (1 + \chi_m) H = \mu_0 \mu_r H = \mu H \quad (1-6)$$

式中， μ_0 是真空的磁导率； χ_m 是介质的磁极化率； $\mu_r = 1 + \chi_m$ 称为介质的相对磁导率，表示介质的磁化作用。在非铁磁介质中 $\mu_r = 1$ 。在光学中不研究铁磁介质，故有 $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{N} \cdot \text{S}^2 / \text{C}^2$ 。

以上方程组只在稳恒场情况下适用，即分别解释静电荷产生的静电场和稳恒电流产生的稳恒磁场。为应用到交变场的情形，麦克斯韦根据法拉第电磁感应定律，提出了位移电流概念，对式(1-2)及(1-4)进行了修正和推广，建立了变化电磁场（不稳定电磁场）中的麦克斯韦方程组。

二、法拉第电磁感应定律 涡旋电场

变化磁场中，沿任一封闭路径的感应电动势 e_i 等于路径所包面积上的磁感通量 Φ 的变化率，电动势的方向由楞次定律决定

$$e_i = - \frac{d\Phi}{dt}$$

根据这一定律可以引入感应电场的概念，把感应电动势的出现归结为变化磁场中产生了感应电场。如图1-1所示，设磁场中沿图示方向的 B 随时间增大，则场中各点产生感应电场 E_i 。当在场中放入闭合导线回路时，感应电场就在导线中引起感应电流。然而即使变化磁场中没有导线回路时，感应电场还是存在的，实验中所得到的沿任何闭合路径的感应电动势就是沿该路径移动单位正电荷一周，感应电场力所作的功，即

$$e_i = \oint_l E_i \cdot dl$$

由此，电磁感应定律可写成

$$\oint_l E_i \cdot dl = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (1-7)$$

再把 Φ 用磁感强度表示

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$$

S 表示闭合路径所包围的面积。则

$$\oint_l \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad (1-8)$$

由于磁感通量是连续的，所以积分域 S 表示以闭合路径为边缘的任意曲面。此外，式中写成 $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ 是因为 $\mathbf{B}$ 也还是空间坐标的函数。

与静电场相比，可以看出感应电场沿闭合路径的积分不等于零，感应电场是涡旋场。这种场的存在已得到了实验的证实，电子感应加速器就是利用感应电场加速电子的。因此电磁感应定律实质上表明了变化磁场产生电场的这一规律性，表明了电场与磁场是相互联系的。

电磁感应定律及静电场中电力的功与路径无关这两条规律说明感应电场与静电场的性质。在普遍情形下电场应该是这两种场之和。设 $\mathbf{E}$ 表示变化场情形下的总电场，则可用一个普遍式表达电场规律，即

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad (1-9)$$

没有磁场变化时， $\mathbf{E}$ 为静电场，这时 $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$ ，上式即式(1-2)。有磁场变化时 $\mathbf{E}$ 为感应电场与静电场之和，上式也包括了电磁感应定律式(1-8)。

不难证明(习题1.1)，通量定律式(1-1)在有变化磁场时，仍然适用。

三、位移电流 变化电场产生磁场

安培环路定律式(1-4)描写了电流产生的磁场的一个重要性质，即磁场强度 $\mathbf{H}$ 沿任意闭合回路的环流 $\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$ 的数值，只与 l 的选择有关，而与以 l 为边界的曲面 s 的选择无关。在稳恒电流情形下导出的这一定律是否适用于非稳恒电流所产生的磁场呢？

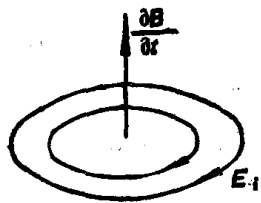


图1-1 变化磁场产生感应电场

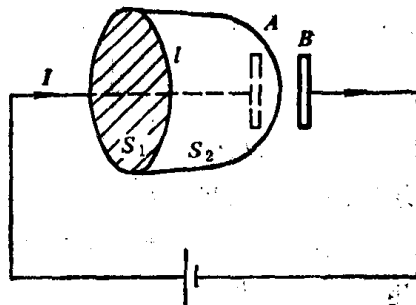


图1-2 位移电流

下面分析一个特例。设一接有平板电容器 AB 的电路，如图1-2所示，在电容器充电和放电过程中，电路中通过的电流 I 是非稳恒电流。假设在导线周围取一闭合回路 l ，并以 l 为边界作两个曲面 S_1 和 S_2 ，其中 S_1 与导线相交，所以穿过 S_1 曲面的电流为 I ，由环路定律，有

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I$$

另一曲面 S_2 从电容器两极板之间的电介质通过，因此没有电流穿过 S_2 ，同样由环路定律得

$$\oint_l H \cdot dl = 0$$

以上两式说明在此例中,环流与 l 为边界的曲面选择有关,没有一个确定的值,显然这与安培环路定律矛盾。在非稳恒电流的变化场中,磁场环路定律必有更普遍的、包含着新内容的形式。

上述矛盾的产生是由于在电容器充放电过程中,传导电流在两极板间是不连续的,它在两极板上中断了。但是在电流不连续处必有自由电荷的堆积或减少。在电容器充电过程中,极板 A 上正电荷不断增加, B 板上不断减少。这种电荷的变化必然引起极板间电场的变化,特别在传导电流断开处电场强度有显著的变化率,因此可以看作是,虽然传导电流中断了,但是接上了一个变化的电场。

设极板上的电荷为 q ,极板之间的电感强度为 D ,则极板间任一截面的电位移通量 Ψ_D 有

$$\Psi_D = \int_S D \cdot dS = q \quad (1-10)$$

在充放电过程中, q 随时间变化, D 和 Ψ_D 也随之变化。将 D 和 Ψ_D 对时间求导

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_D}{dt} &= \frac{d}{dt} \int_S D \cdot dS = \frac{dq}{dt} \\ &= \int_S \frac{\partial D}{\partial t} \cdot dS \end{aligned} \quad (1-11)$$

式中, $\frac{dq}{dt} = I$, 即流经导线的传导电流, 令

$$\frac{d\Psi_D}{dt} = I_D$$

此为麦克斯韦引进的新概念——位移电流。把电场的变化看作相当于一种电流的作用,当电容器极板间的电场变化时,由表示这种电场变化的位移电流产生一个磁场,如同传导电流产生的一样。位移电流的概念解释了电容器电路中电流的连续性,更重要的是指出了变化电场产生磁场,进一步揭示了电场与磁场的内在联系,并为安培环路定律的推广作出了有决定意义的贡献。

因此,在非稳恒场中更普遍的安培环路定律,由式(1-4)及(1-11)写成

$$\oint_l H \cdot dl = \int_S j \cdot dS + \int_S \frac{\partial D}{\partial t} \cdot dS \quad (1-12)$$

位移电流只有从激发磁场的意义上才称其为电流,它和传导电流是两个不同的物理概念。它只与电场随时间的变化相联系,并不伴随任何电荷的定向运动。

综上所述,将静电场和稳恒磁场中的电磁学方程经过必要的修正和推广之后,重新组成了变化电磁场中的四个积分方程——麦克斯韦积分方程组。

$$\oint_S D \cdot dS = \sum q = \int_V \rho dV \quad (1-13)$$

$$\oint_l E \cdot dl = - \int_S \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS \quad (1-14)$$

$$\oint_S B \cdot dS = 0 \quad (1-15)$$

$$\oint_l H \cdot dl = \int_S (j + \frac{\partial D}{\partial t}) \cdot dS \quad (1-16)$$

麦克斯韦方程组的应用范围很广，它成为分析大多数电磁学问题的基本工具。麦克斯韦方程与电磁学的关系如同牛顿定律与力学的关系一样。在现有实验方法所能得到的精密条件下，证明它是正确的。

在此我们更感兴趣的是麦克斯韦方程揭示了变化电场激发磁场，而变化磁场又激发电场的辩证关系，从而预言电磁波的存在及光波就是电磁波。

积分方程组表达了任选封闭面或闭合路径上场的分布规律，其中也包含着电磁场中任一点的场量 (E 、 B 、 D 、 H) 彼此之间以及与电荷、电流分布 (ρ 、 j) 之间在空间和时间的变化上的确定关系。利用矢量分析和场论的一些定理，把这些积分形式的方程转换为微分方程，就找到了场中任一点的场量间的联系规律。

§1-2 麦克斯韦微分方程组

首先，利用高斯定理[附录式 (I-7)]将式 (1-13) 及 (1-15) 中的两个封闭面上的积分变换成封闭面所包体积中的体积分

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{D} dV$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{B} dV$$

故式 (1-13)，(1-15) 分别变成

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{D} dV = \int_V \rho dV$$

$$\int_V \nabla \cdot \mathbf{B} dV = 0$$

每一等式两方都是同样体积中的积分，令所取体积无限减小，则得到

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1-17)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-18)$$

式 (1-17) 表明场中任一点电感强度的散度由该点的自由电荷体密度决定。或者说 $\mathbf{D}$ 的散度也就是该点上的电荷密度。而式 (1-18) 表明场中任一点的磁感强度的散度等于零。

其次利用斯托克斯定理即附录式 (I-9) 将式 (1-14)、(1-16) 中的两个环路积分变换成以闭合路径为边缘的任意曲面积分

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S}$$

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}$$

将此二式分别代入式 (1-14) 及 (1-16)，则得

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S} = \int_S \left(\mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{S}$$

每一等式两方都是以同样的闭合路径为边缘的曲面积分，令曲面向一点无限收缩，则得到

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-19)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1-20)$$

式 (1-19) 表明场中任一点电场强度的旋度 (反映 $\mathbf{E}$ 的空间变化情况, 如 $\mathbf{E}$ 线的弯曲与疏密变化) 由该点磁感强度的变化率决定。而式 (1-20) 表明场中任一点磁场强度的旋度由该点传导电流密度与位移电流密度之和决定。

综上所述, 麦克斯韦微分方程组归纳为^①

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{cases}$$

在研究电磁问题中, 伴随麦克斯韦方程组还有其它几个重要的关系式:

由介质性质决定的关系 (物质方程):

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

在一点的欧姆定律 (欧姆定律的微分形式):

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$

式中, σ 为电导率。

电流连续关系式:

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

这是在一点上的电荷密度 $\mathbf{j}$ 与电荷密度 ρ 的连续关系的一般表达式。

力的关系式:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

及力密度表达式:

$$\mathbf{f} = \rho \mathbf{E} + \mathbf{j} \times \mathbf{B}$$

式中, $\mathbf{v}$ 为点电荷运动的速度。

能量关系式 在任一点的场能密度

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad (1-21)$$

$$w_m = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2\mu} B^2 \quad (1-22)$$

① 此为国际单位制的麦克斯韦微分方程组形式。高斯单位制的方程组形式为: $\nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho$, $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ 和 $\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$, 在参考文献[1]中被采用。

式中, w_e 、 w_m 分别表示电场和磁场的能量体密度。

总场能体密度

$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2\mu} B^2 \quad (1-23)$$

根据微分方程组及这些关系式, 再结合具体问题中的边界条件与初始条件就决定了电磁场的分布。当然, 这些方程所表达的规律还不是电磁场的全部性质。对于微观世界的过程还需要考虑物质 (包括电磁场) 的量子性质。而且即使就宏观现象而言, 一般说, 求解满足一定边界条件的偏微分方程也是比较困难的。常常也还由于我们对介质性质及边界条件的了解不够或这些性质比较复杂而得不出准确的解。但是, 就现在已经研究过的问题来说, 在关于电磁波的辐射与传播等问题上 (如天线、波导、谐振腔、光的传播与迭加、散射等), 电磁场方程组给出了过程的内在联系和指导实践的有用结果。

§1-3 电磁场的波动性

麦克斯韦方程组的一个重要成就是揭示出, 在不稳定的情况下, 电磁场的变化具有波动的性质。这种以波动形式传播的电磁场就称为电磁波。

这里, 只考虑均匀各向同性介质中一个不包含自由电荷和传导电流的区域, 并只考虑不导电的情形 (介质中无吸收的情形[⊖]), 即 $\rho=0$, $j=0$, $\sigma=0$, $\epsilon=\text{常数}$ 及 $\mu=\text{常数}$, 将这些条件代入麦克斯韦微分方程组, 得到简化的方程组

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (1-24)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (1-25)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1-26)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1-27)$$

为寻找电场和磁场分别随时间和空间变化的关系, 在以上方程中消去 $\mathbf{H}$ 或 $\mathbf{E}$ 可得到只包含 $\mathbf{E}$ 或 $\mathbf{H}$ 的方程。对式 (1-26) 两边取旋度

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{H}$$

利用算符 ∇ 恒等式 (见附录 I), 将上式左边展开

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

并将式 (1-24) 及 (1-27) 代入上式, 即得

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$$

对式 (1-27) 作同样运算, 可得

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0$$

⊖ 导电介质的情形见 §3-6。

可以看出, 这是两个波动方程, 乘积 $\epsilon\mu$ 对应于波速平方的倒数, 令

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad (1-28)$$

则有

$$\nabla^2 E - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad (1-29)$$

$$\nabla^2 H - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = 0 \quad (1-30)$$

式中

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

称为拉普拉斯 (Laplace) 算符。

式 (1-29) 及 (1-30) 称为波动 (微分) 方程。表明电场和磁场以波动形式在空间传播, 传播速度为 $v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$, 由介质的电磁性质决定。设用 c 表示电磁波在真空中的传播速度, 则

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} \quad (1-31)$$

代入 $\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{C}^2/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{N}\cdot\text{s}^2/\text{C}^2$ 计算得到

$$c = 2.99794 \times 10^8 \text{m/s}$$

这个数值与实验测定的光在真空中的传播速度非常接近。

在介质中, 将关系式 $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$, $\mu = \mu_0\mu_r$ 代入式 (1-28), 得到电磁波的速度

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}} \quad (1-32)$$

若令电磁波在真空中的速度 c 与介质中速度 v 的比值 n 为介质对电磁波的折射率, 则由式 (1-32) 得

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r\mu_r} \quad (1-33)$$

在非铁磁介质中 $\mu_r \approx 1$, 则

$$n = \sqrt{\epsilon_r} \quad (1-34)$$

此式称为麦克斯韦关系。对于无极分子, 例如化学结构简单的气体或液体 (如空气、氮、氢), 按式 (1-34) 计算的折射率与测量的折射率能很好的符合。但对于有极分子介质则一般不符合, 例如许多固体 (如玻璃) 以及水、酒精等, $\sqrt{\epsilon_r}$ 都比 n 大得多^[2], 水的 $\sqrt{\epsilon_r} = 8.96$, $n = 1.33$, 酒精的 $\sqrt{\epsilon_r} = 5.08$, $n = 1.361$ 。进一步分析表明, 介质的相对介电常数 ϵ_r 与电场的变化频率有关。通常 ϵ_r 是在低频电场下 (如 60Hz) 测量的。对于无极分子介质, 极化是由于电子的运动, 在高频场中电子的运动能跟上电场的变化, 所以无极分子介质的 ϵ_r 随频率的变化不太显著。而 $\sqrt{\epsilon_r}$ 与介质对光 ($\approx 10^{15} \text{Hz}$ 的高频) 的折射率一致, 表明光是电磁波。对于有极分子介质, 极化主要由分子转动排列造成。因分子转动惯量较大, 当电场变化频率很高时, 分子的转动来不及跟上电场的变化, 极化就会减弱。因此有极分子介质的 ϵ_r 将显著地随着电场频率的升高而减小。假设式 (1-34) 中 ϵ_r 用的是光波频率时的值, $\sqrt{\epsilon_r}$ 也就与介质对光的折射率一致了。

电磁波在真空中或空气中的速度与光速一致，且 $\sqrt{\epsilon_r}$ 与介质对光的折射率的一致又表明在介质中光速也和电磁波速度一致，这是麦克斯韦早期肯定光是电磁波的主要依据之一。

值得回忆的是，麦克斯韦方程组在创立以后许多年内，没有得到普遍承认。在麦克斯韦方程组的建立中，所引入的变化电场产生磁场的概念最初是以假设形式提出来的，它的正确性需要在实践中考察。事实证明，根据这一概念总结的电磁场方程组，能够很好地说明电磁场的各种现象。最有说服力的一个证明便是电磁波的存在及其传播规律。直到15年后，赫兹(Hertz)才用实验方法证实了电磁(无线电)波和麦克斯韦所预言的一样。电磁波存在的事实间接证明了麦克斯韦预言的正确。我们知道，按照静电场和稳恒电流磁场的规律，电场不能脱离电荷而存在，磁场也不能脱离电流而存在。然而电磁波的现象却说明一旦由电源处的振荡电路产生了变化的电磁场，这个电磁场便可以离开电源，以光速传播出去，即或电源电路停止振荡了，电磁波仍然继续传播。这一方面说明电磁场的物质性，另一方面必然有电场和磁场内在的联系且相互依存的规律存在。这正是由麦克斯韦方程组所表示的变化磁场产生电场，而变化电场又产生磁场。因而它们相互联系并传播而形成电磁波。

电磁波谱如表 1-1 所示

表1-1 电磁波谱①

辐射波	频率范围/Hz	波长范围	主要产生手段	主要检测手段
无线电波 (射频波)	$<10^9$	$>300\text{mm}$	电子线路	电子电路
微波	$10^9\sim10^{12}$	$300\sim0.3\text{mm}$	行波管 速调管 磁控管	晶体
光 { 红外线 可见光 紫外线	$10^{12}\sim4.3\times10^{14}$ $4.3\times10^{14}\sim7.5\times10^{14}$ $7.5\times10^{14}\sim10^{16}$	$300\sim0.7\mu\text{m}$ $0.7\sim0.4\mu\text{m}$ $0.4\sim0.03\mu\text{m}$	热体 灯电弧 汞灯 } 激光	热敏元件 光电元件 肉眼 光敏元件 感光胶片 光电倍增管 感光胶片
x 射线 γ 射线	$10^{16}\sim10^{19}$ $>10^{19}$	$30\sim0.03\text{nm}$ $<0.03\text{nm}$	x 射线管 加速器	电离室 感光胶片

① 各区段的界限不是绝对的。

§1-4 平面电磁波及其基本性质

波动方程 (1-29) 与 (1-30) 是二阶线性偏微分方程。由它们可以分别求得 E 与 H 的多种形式的解。平面波是其中一种最简单的解。

设在无限大的均匀介质中，与某一特定方向垂直的各平面上， E 值处处相同， H 值也处处相同。将这个特定方向取作 z 轴，如图1-3所示，则 E 和 H 仅是 z 和 t 的函数，这种电磁波称为平面波。它虽是理想的，但是在离场源很远的小范围内的波可近似看作平面波，如太阳照射到地面上的光，收音机收到的无线电波都可以看作是平面波。在这种情形下，波动方程 (1-29) 及 (1-30) 分别简化为

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

(1-35)