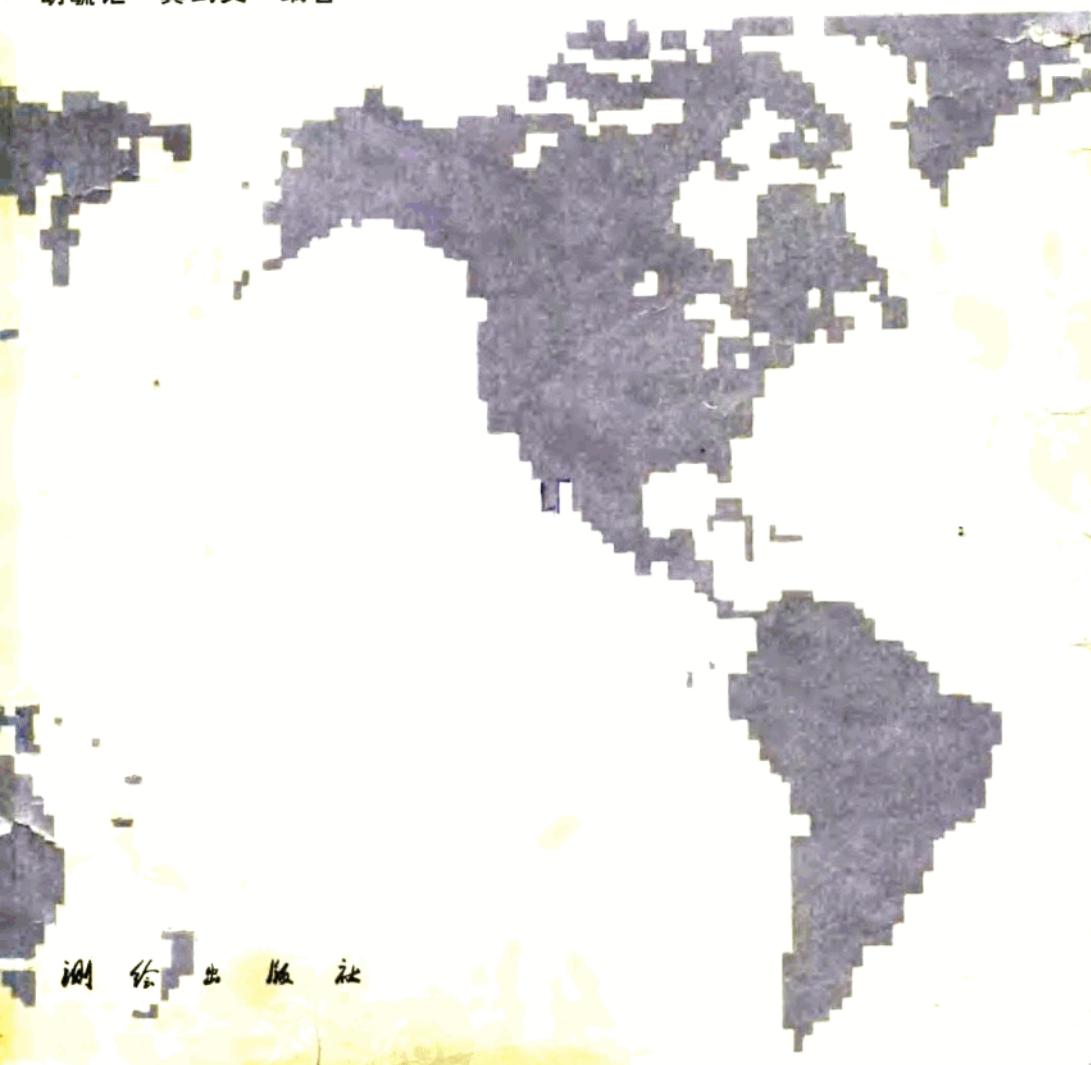


# 地图投影

· 高等学校教材 · 高等学校教材 · 高等学校教材 · 高等学校教材 · 高等学校教材 ·

胡毓炬 龚剑文 编著

第二版



测绘出版社

# 地图投影

(第二版)

胡毓钜 龚剑文 编著

测绘出版社

(京)新登字第065号

## 内 容 简 介

本书阐述了地图投影的基本理论，各种常用投影（圆锥、圆柱、方位投影及伪圆锥、伪圆柱、伪方位及多圆锥投影等）基本公式的推导，以及这些投影的变形分析与应用。对一些广为采用的投影，书中给出了结合我国国情的算例。为便于读者针对具体任务选择与设计投影，书中介绍了选择投影的原则与实例，并介绍了判别投影的方法。为适应制图自动化的需要，书中还介绍了投影变换的原理和方法。本书也还反映了国际、国内地图投影的新成果和新方法。

本书可作为测绘院校地图制图专业“地图投影”课程的教材，也可作为综合性大学“地图学”专业的教学参考书，亦可作为测绘生产、科研单位、测绘技术人员的参考书。

## 地 图 投 影

(第二版)

胡毓钜 龚剑文 编著

\*

测绘出版社出版

测绘出版社印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

开本 787×1092 1/16·印张 16.5·字数 371 千字

1981年12月第一版·1992年6月第二版·1992年6月第三次印刷

印数 9 001—9 500 册·定价 4.40 元

ISBN 7-5030-0499-1/P·186

## 再 版 前 言

本书是根据测绘高等院校地图制图专业《地图投影》教学大纲编写的，作为该专业《地图投影》课程的主要教材，也可作为摄影测量与遥感专业、工程测量专业、大地测量专业的本科、专科、培训班等地图投影必修或选修课以及综合性大学、高等师范院校有关课程的教学参考书。也是测绘生产、科研机构中的地图制图技术人员的业务参考书，同时对于中专、大专毕业的人员，要在这一科目方向上进一步提高，本书也是一本良好的参考读物。

地图投影作为地图制图专业的一门专业课程，它的理论基础和分类系统早已定型，但是随着地图学科的发展，它已从常规的地图制图作业中建立地图的数学基础这一基本任务发展为服务于较多方面的数学方法，例如地理信息的定位与变换系统。随着机助地图制图的发展，不同数学基础的地图资料的变换，促使地图投影的变换成为近年来这一领域中研究和成果较多的一个方面。

地图作品作为一种科技文化水平提高与生产发展、生活水平提高的标志，在其表现内容和品种增多方面，已不是传统的、常规的地图作品所能比拟的。为此也产生了新型地图投影的研究和设计。

本书在修订、充实第一版基本内容的基础上，补充了作者多年教学实践和科学研究方面的成就，增补了近几年国内外发展的新型投影，例如：多圆柱投影、SOM（空间斜轴墨卡托）投影、变比例尺投影、扁圆等面积投影、放大镜式的方位投影以及高斯-克吕格投影族等；特别介绍了国内地图作品中采用的新投影公式、特征、变形分布及应用等内容；还介绍了地图投影在空间技术和卫星传播方面的应用，删去了一些应用较少的章节。在内容份量上，本书坚持教材现代化和少而精的原则，同时保持了比教学大纲略为丰富的传统，目的在于使对本科目有兴趣的读者能拓宽一些视野，从而有所发现，有所创新。

本书由胡毓钜、龚剑文执笔修改、补充，胡鹏同志参加了第十五章初稿的编写工作。本书修订中承蒙杨启和教授协助审阅，特此致谢。

另外，为了使地图投影教材更加系统、完备，我们在修订本书的同时，修订了《地图投影图集》，并编辑了《地图投影习题集》，使地图投影教材构成了一个完整的系列。《地图投影图集》第二版和《地图投影习题集》为我校审定的自编教材，也将由测绘出版社出版。欢迎读者在使用中提出宝贵意见。

编著者  
1990年12月

## 目 录

绪论.....	( 1 )
<b>第一章 地球椭球基本要素和公式 .....</b>	( 10 )
§ 1-1 地球的形状和大小.....	( 10 )
§ 1-2 地球椭球面上的基本点、线、面和地理坐标系的概念 .....	( 12 )
§ 1-3 坐标系和黄海高程系 .....	( 12 )
✓ § 1-4 子午圈曲率半径、卯酉圈曲率半径、平均曲率半径和纬圈半径 .....	( 14 )
§ 1-5 地球的球半径 .....	( 15 )
§ 1-6 子午线弧长和纬线弧长 .....	( 15 )
§ 1-7 地球椭球表面上的梯形面积 .....	( 17 )
<b>第二章 地图投影的基本理论.....</b>	( 19 )
§ 2-1 地图投影的概念与若干定义 .....	( 19 )
§ 2-2 地图投影的基本公式 .....	( 21 )
§ 2-3 等角条件、等面积条件与等距离条件 .....	( 24 )
§ 2-4 地图投影中变形的理论 .....	( 27 )
<b>第三章 球面上的坐标系与坐标变换.....</b>	( 43 )
§ 3-1 球面坐标系、坐标变换的意义与一般公式 .....	( 43 )
§ 3-2 决定新极 $Q$ 的地理坐标 $\varphi_0$ 、 $\lambda_0$ .....	( 44 )
§ 3-3 地理坐标 $\varphi$ 、 $\lambda$ 换算为球面极坐标 $a$ 、 $z$ .....	( 46 )
<b>第四章 平面上的坐标系与坐标变换.....</b>	( 48 )
§ 4-1 平面直角坐标系的建立 .....	( 48 )
§ 4-2 平面极坐标系的建立 .....	( 48 )
§ 4-3 直角坐标系的平移和旋转 .....	( 50 )
<b>第五章 地图投影的分类.....</b>	( 53 )
§ 5-1 地图投影按经纬线形状分类 .....	( 53 )
§ 5-2 地图投影按内蕴的特征(变形)分类 .....	( 55 )
<b>第六章 方位投影.....</b>	( 59 )
§ 6-1 方位投影的一般公式及其分类 .....	( 59 )
§ 6-2 等角方位投影 .....	( 61 )
§ 6-3 等面积方位投影 .....	( 63 )
§ 6-4 等距离方位投影 .....	( 64 )
§ 6-5 透视方位投影 .....	( 65 )
§ 6-6 其它方位投影与新方位投影探求法 .....	( 71 )

§ 6-7 方位投影变形的分析及其应用 .....	( 77 )
<b>第七章 圆锥投影.....</b>	<b>( 82 )</b>
§ 7-1 圆锥投影的一般公式及其分类 .....	( 82 )
§ 7-2 等角圆锥投影 .....	( 85 )
§ 7-3 等面积圆锥投影 .....	( 101 )
§ 7-4 等距离圆锥投影 .....	( 106 )
§ 7-5 斜轴、横轴圆锥投影 .....	( 111 )
§ 7-6 圆锥投影的变形分析及应用 .....	( 112 )
§ 7-7 近似确定圆锥投影变形和标准纬线方法 .....	( 116 )
<b>第八章 圆柱投影.....</b>	<b>( 123 )</b>
§ 8-1 圆柱投影的一般公式及其分类 .....	( 123 )
§ 8-2 等角圆柱投影（墨卡托投影）与等角航线 .....	( 124 )
§ 8-3 其它圆柱投影 .....	( 128 )
§ 8-4 斜轴与横轴圆柱投影 .....	( 129 )
§ 8-5 圆柱投影变形分析及其应用 .....	( 132 )
<b>第九章 高斯-克吕格投影 .....</b>	<b>( 135 )</b>
§ 9-1 高斯-克吕格投影的条件和公式 .....	( 135 )
§ 9-2 宽带高斯-克吕格投影及算例 .....	( 142 )
§ 9-3 高斯-克吕格投影的变形分析及应用 .....	( 142 )
§ 9-4 通用横轴墨卡托投影公式 .....	( 143 )
§ 9-5 通用横轴墨卡托投影变形分析和应用 .....	( 145 )
§ 9-6 高斯-克吕格投影族 .....	( 156 )
<b>第十章 伪圆锥投影和伪圆柱投影 .....</b>	<b>( 150 )</b>
§ 10-1 伪圆锥投影的一般公式 .....	( 150 )
§ 10-2 彭纳投影及其应用 .....	( 150 )
§ 10-3 伪圆柱投影的一般公式 .....	( 152 )
§ 10-4 几种等面积和任意伪圆柱投影（概述） .....	( 155 )
<b>第十一章 伪方位投影与扁圆等面积投影 .....</b>	<b>( 163 )</b>
§ 11-1 伪方位投影的一般公式 .....	( 163 )
§ 11-2 伪方位投影的应用举例 .....	( 164 )
§ 11-3 扁圆等面积投影 .....	( 167 )
<b>第十二章 多圆锥投影和多圆柱投影 .....</b>	<b>( 173 )</b>
§ 12-1 多圆锥投影的一般公式 .....	( 173 )
§ 12-2 普通多圆锥投影 .....	( 174 )
§ 12-3 一种广义的多圆锥投影 .....	( 175 )
§ 12-4 等差分纬线多圆锥投影 .....	( 177 )
§ 12-5 正切差分纬线多圆锥投影 .....	( 181 )

§ 12-6 多圆锥投影族	(185)
§ 12-7 多圆柱投影	(187)
<b>第十三章 百万分一地图投影</b>	(190)
§ 13-1 改良多圆锥投影	(190)
§ 13-2 百万分一等角圆锥投影	(192)
§ 13-3 我国新编百万分一地形图采用的投影	(193)
<b>第十四章 地图投影的特殊应用</b>	(195)
§ 14-1 空间斜轴墨卡托投影	(195)
§ 14-2 放大镜式的方位投影	(200)
§ 14-3 变比例尺地图投影	(203)
§ 14-4 卫星波束覆盖专题图的数学基础	(207)
<b>第十五章 地图投影变换</b>	(209)
§ 15-1 解析变换法	(210)
§ 15-2 数值变换法	(212)
§ 15-3 数值-解析变换法	(219)
<b>第十六章 地图投影的选择</b>	(221)
§ 16-1 选择地图投影的一般原则	(221)
§ 16-2 中国分省(区)地图投影的选择	(223)
§ 16-3 中国常用的地图投影举例	(226)
<b>第十七章 地图投影的判别</b>	(229)
§ 17-1 根据地图确定投影系统	(231)
§ 17-2 根据地图确定投影变形的性质	(232)
§ 17-3 根据地图确定投影型式	(235)
<b>附录 1 常用数值及对数</b>	(238)
<b>附录 2 地图投影中常用的数学公式</b>	(239)
<b>附录 3 决定极值长度比 <math>a</math>、<math>b</math> 的诺谟图</b>	(246)
<b>附录 4 决定面积比 <math>P = mn \cos \varepsilon</math> 的诺谟图</b>	(246)
<b>附录 5 决定最大角度变形 <math>\omega</math> 的诺谟图</b>	(247)
<b>附录 6 子午圈曲率半径 <math>M</math>、卯酉圈曲率半径 <math>N</math>、纬圈半径 <math>r</math> 与符号 <math>U</math>、<math>\lg U</math> 的数值</b>	(248)
<b>附录 7 由赤道至纬度为 <math>\varphi</math> 的纬线间的子午线弧长 <math>s_M</math>、纬差 <math>30'</math> 的子午线弧长 <math>\Delta s_M</math>、经差 <math>30'</math> 的纬线弧长 <math>s_F</math></b>	(251)
<b>附录 8 <math>S = \int_0^\varphi M r d\varphi</math> 值———弧度经差和纬差 <math>\varphi</math> (自赤道至纬度为 <math>\varphi</math> 的纬线间的纬差) 组成的球面梯形面积</b>	(253)
<b>附录 9 <math>1^\circ \times 1^\circ</math>、<math>2^\circ \times 2^\circ</math>、<math>5^\circ \times 5^\circ</math> 和 <math>10^\circ \times 10^\circ</math> 球面梯形的面积</b>	(254)
<b>参考文献</b>	(256)

# 绪 论

## 什么是地图投影

地图的功能是传递星球（例如地球、月球）表面的各种信息。它与文字描述的区别在于它对信息的分布能予以精确直观的定位（平面位置和高程），即在一幅平面的地图上能传递三维的信息，或以抽象的手段表达信息的动态。我们所熟悉的地形图就是一个最好的例子。它是用地形测量的方法把地表面的地形、地物按一定的比例用符号表示在平面的图纸上，这张图纸就是该地区的地形图。这个过程也可以这样来理解，就是把测图地区按一定比例尺用某种方法缩小成一个立体模型，然后把平面的图纸放在它的下面或上面，把模型上的地形、地物点用平行投影的方法表示到图纸平面上（图0-1）。这就是一种地图投影的过程（航空摄影地形测量中的一些成图方法就可看作是这样一个过程）。

对于很大的地区，例如半个地球甚至整个地球，就不适宜而且甚至不可能采用这种方法。那么是否可以设想把地球按某一个比例尺缩小成像地球仪那样的一个球体，在它的内部安置一个发光点，然后把地球上的经纬线网投影到球外的一个平面上（图0-2），这时，该平面上的经纬线影像就代表了地球表面一部分地区的平面表象。若把地球上经纬线网格内的地形、地物点同样投影到平面上相应的网格内，则就构成了该地区的地图。这也是一种投影方法，是一种容易理解的、直观的透视投影的方法。

但是，用这种方法，实际上也不可能把整个地球表达到一个平面上，例如图0-2中的A、F两点就不能表示到有限大小的平面上。

图0-3是一幅世界地图，它表示了除两极地区以外的几乎整个地球。很明显，上面所说的两种简单的投影方法是不可能表达这样大的地区的，所以实际中要寻求其它的“投影”方法。

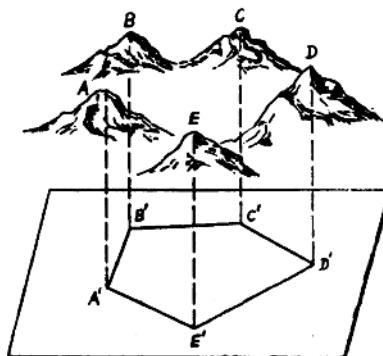


图 0-1

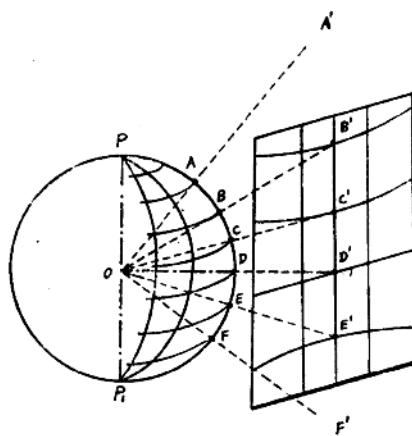


图 0-2

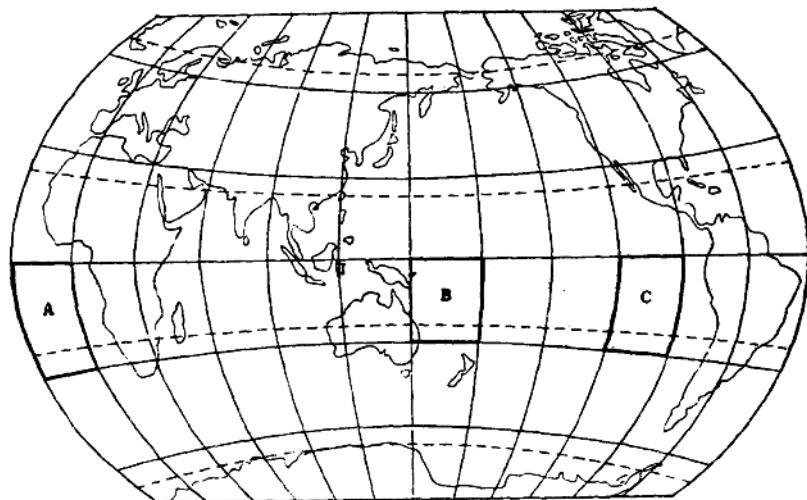


图 0-3

### 广义的投影

由上面所举例子可以看到，所谓“投影”，不可能限于比较简单的几何方法（如第一种平行投影和第二种透视投影），而是要从一个广泛的意义上来理解。例如，我们设想在平面上有两组互相交叉的线条（直线或曲线），使它们唯一地与地球表面一部分经纬线一一相对应（图0-4），那么我们就可以从广义上说，这两组线就是地面上这一部分经纬线网的“投影”表象。事实上，大多数地图投影属于这样的“投影”。

这样，所谓地图投影，就是建立平面上的点（用平面直角坐标或极坐标表示）和地球表面上的点（用纬度 $\varphi$ 和经度 $\lambda$ 表示）之间的函数关系。用数学式表达这种关系，就是：

$$\left. \begin{array}{l} x = f_1(\varphi, \lambda) \\ y = f_2(\varphi, \lambda) \end{array} \right\} \quad (0-1)$$

如果我们能建立 $x$ 、 $y$ 和 $\varphi$ 、 $\lambda$ 之间的函数式，就可以依据地面上的点 $(\varphi, \lambda)$ 求出其在平面上的位置 $(x, y)$ 。按我们所需要的经纬网密度，把经纬线交点的平面直角坐标计算出来，就可以按坐标在平面上把该网格的平面表象画出来，这样就建立了所编地图的数学基础。

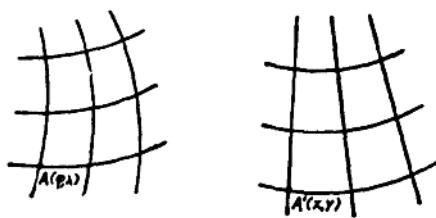


图 0-4

### 在投影过程中出现的问题

在地球表面，我们以一定间隔的纬差和经差（如 $10^\circ$ 或 $5^\circ$ ，更大或更小的间隔），用

经纬线划分为许多网格。这样，地球上每一部分都落到一定的网格之内，也就有了固定的位置。我们知道，地球上每两条纬线间经差相同的网格必具有相同的大小和形状。但是它们在投影中不一定能保持原来的大小和形状，甚至彼此间有很明显的差异（参看并比较图0-3中A、B、C三个网格）。这就是说，投影中产生了某种变形。当我们分析这三个网格时，可以看出，它们之间的差异表现在形状和面积两方面。从实质上讲，是由投影中产生的长度和方向变化造成的。

产生这种情况的基本原因是什么？原来地球表面是一个不规则的曲面，即使把它当作一个椭球或正球表面，在数学上讲，它也是一种不能展开的曲面。要把这样一个曲面表现到平面上，就会发生裂隙或褶皱。在投影面上，则以经纬线的“拉伸”或“压缩”（通过数学手段）来避免之，从而可形成一幅完整的地图（图0-5），也就因此而产生了变形。

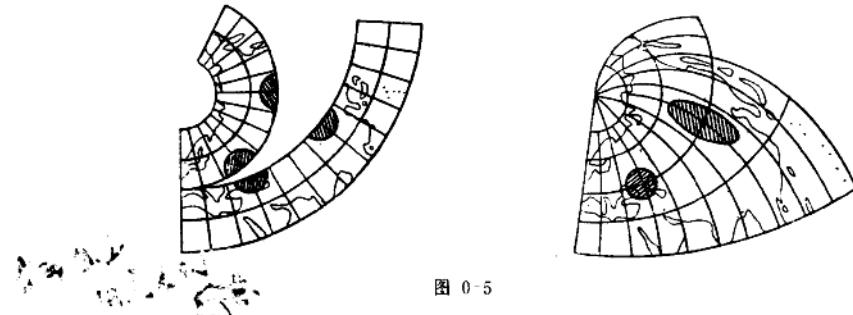


图 0-5

再有，不同的投影形式也具有各不相同的变形特征。图0-6 表示了同一地区（格陵兰）在三种不同投影中的变形情况。这三种投影都能保持面积大小正确，都是所谓等面积投影，但不同投影形式或在一个投影的不同部位都有形状上的显著差异。

### 地图投影中的主要矛盾

由上述的情况可见，曲面（地球椭球或球表面）和平面（地图平面）之间的矛盾是我们面临的主要矛盾。捉住了这个主要矛盾，一切问题就迎刃而解了。我们的任务是解决曲面到平面的转化问题，在这个过程中，必然会产生变形。因此要从变形的质和量两方面来分析研究。

### 变形椭圆——显示变形的几何图形

从图0-3可以看到，实地上同样大小的经纬线网格在投影面上变成形状和大小都不相同的图形（比较图0-3中A、B、C三个网格）。实践中因为每种投影有它的特殊性，所以它们的变形是各不相同的。但是我们可以用一种几何图形来概括和直观地表达变形特征。这就是考察地面上一个微小的圆形（称为微分圆）在投影中的表象是什么？这个微分圆的表象由于变形的影响一般不一定保持为圆形，而是一个椭圆（称为变形椭圆，这在下面还要作解析证明）。这个变形椭圆的形状和大小能反映出投影中变形的质和量的差别，同时具有直观的明晰性（图0-7）。

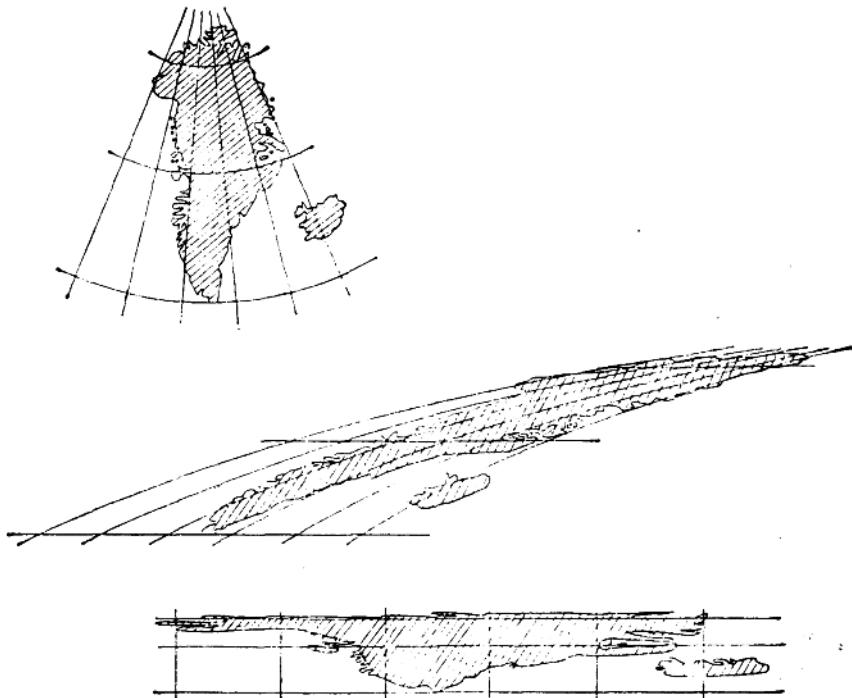


图 0-6

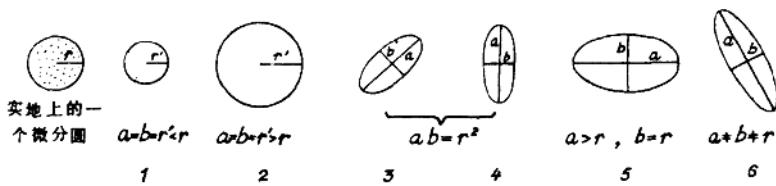


图 0-7

从图 0-7 可以看出，变形椭圆在不同投影中是各不相同的。我们知道，一个椭圆只要知道它的长短半径  $a$ 、 $b$ ，则这个椭圆就可以完全确定了。关于计算  $a$ 、 $b$  的解析式，将在后面研究。

#### 根据变形椭圆的形状分析投影变形

在图 0-7 中，设实地上半径为单位值 ( $r = 1$ ) 的微分圆，在投影中具有不同的形状和大小。其中 1、2 两个图形为  $a = b < 1$  和  $a = b > 1$  的情况，就是说，形状没有变化而大小发生了变化，具有这种性质的投影，叫做正形投影(或等角投影)。3、4 两个图形

的形状发生了变化，但  $a \cdot b = 1$ ，就是说面积大小没有变化，具有这种性质的投影，叫做等面积投影。在第 5 个图形中，椭圆的长短半径中有一个长度等于 1（例如  $a = 1$  或

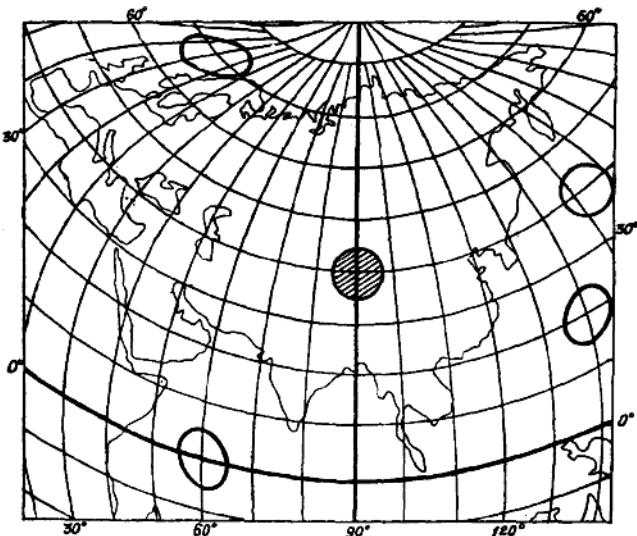


图 0-8

$b = 1$ ），在第 6 个图形中  $a \neq b \neq 1$ ，这（后）两种投影既不等面积又不等角，可称为任意投影（其中第 5 个也可称为等距离投影）。

一切地图投影，从变形性质来分析，都不外以上这些性质。其中应特别注意的是等角投影和等面积投影。

图 0-8 和图 0-9 是两个投影的示例。在投影中不同位置上的变形椭圆具有不同的形状或大小。我们把它们的形状同经纬线形状联系起来观察：在图 0-8 中，不同位置的变形椭圆形状差异很大，但面积大小差不多。实际上这是一个等面积投影。在图 0-9 中，变形椭圆保持为圆形（但在不同位置上面积差异很大）。实际上，这是一个等角（正形）投影，故变形椭圆的长短半径相等，仍然是圆形，也就是形状没有变化。

从上面两个例子可以看出，变形椭圆确能直观地表达变形特征。

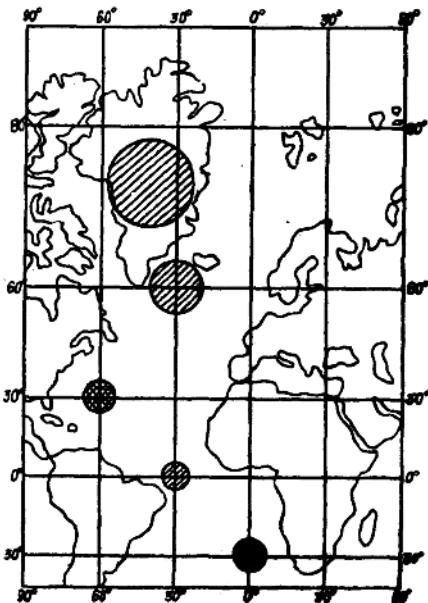


图 0-9

## 通达解决任务的桥梁

上面提到，曲面（地球表面）和平面（地图）之间的矛盾是地图投影中的主要矛盾。我们的任务是要解决由曲面到平面的转化。但是我们不但要提出任务，而且要解决完成任务的方法问题。在长期的实践过程中，人们找到了一些过渡的方法。例如，圆锥曲面是一个可展曲面，如果把地球表面作为一个旋转椭球，用一个圆锥面跟它相接（使圆锥轴线与椭球旋转轴重合），把经线平面向外扩展，它必与圆锥相交，成为圆锥面上通过圆锥顶点的直线（叫做圆锥母线），把纬线按某种数学条件表示到圆锥面上，则成为圆锥面上的圆（图0-10a）。然后把圆锥沿某一条母线展开成扇形平面，它就代表了地球表面一部分的投影图像（0-10b）。

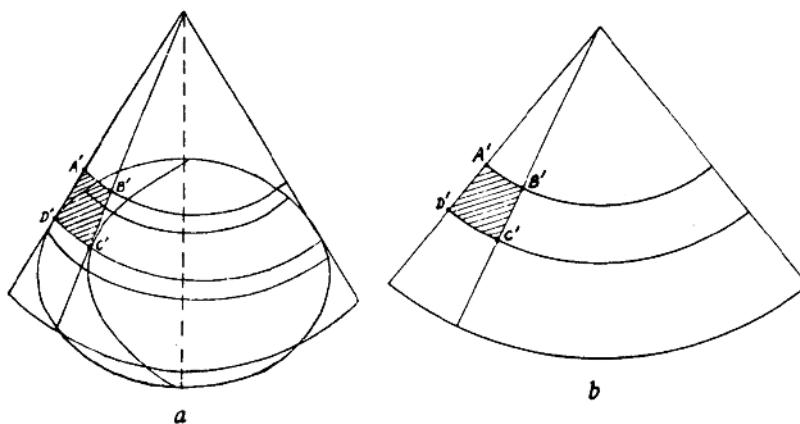


图 0-10

这种投影就是地图生产中广泛应用的圆锥投影，经线投影成为辐射直线。纬线投影成为同心圆圆弧，图0-11是常用的中国全图（南海诸岛作插图）用的一种正轴圆锥投影。

我们也可以设想采用另一个可展曲面——圆柱面来进行类似的投影处理。这样就成为圆柱投影（图0-12）。事实上，从几何观点看来，圆柱投影是圆锥投影的一个特殊形式。当图0-10a中的圆锥顶点延伸到无穷远时，圆锥就成为圆柱。在圆柱投影中，显然经线成为平行直线，纬线也成为平行直线，并且互相正交。有一类圆柱投影，由于它有一种适合于航海的特性（详见后面§8-2，等角圆柱投影），所以被广泛用于编绘海图的数学基础。

图0-13是编制我国南海地图常用的等角圆柱投影。

从上述圆柱面作为圆锥面的一个特例，使我们从另一方面去设想，当圆锥顶角扩大成 $180^{\circ}$ 时变成什么？显然，这时圆锥面成了平面。这种从地球表面向平面的投影有一个专门名称，叫做方位投影（我们将在以后了解取这一名称的道理）。例如，我们在世界图上常见的南、北极地图和东西半球地图就是这种投影。对于既非两极地区，也不是赤道地区，则可以用一个平面切于投影区域中心处，然后再用一定的数学条件将其投影到该平面上。图0-14是中国全图采用的一种等面积斜轴方位投影。

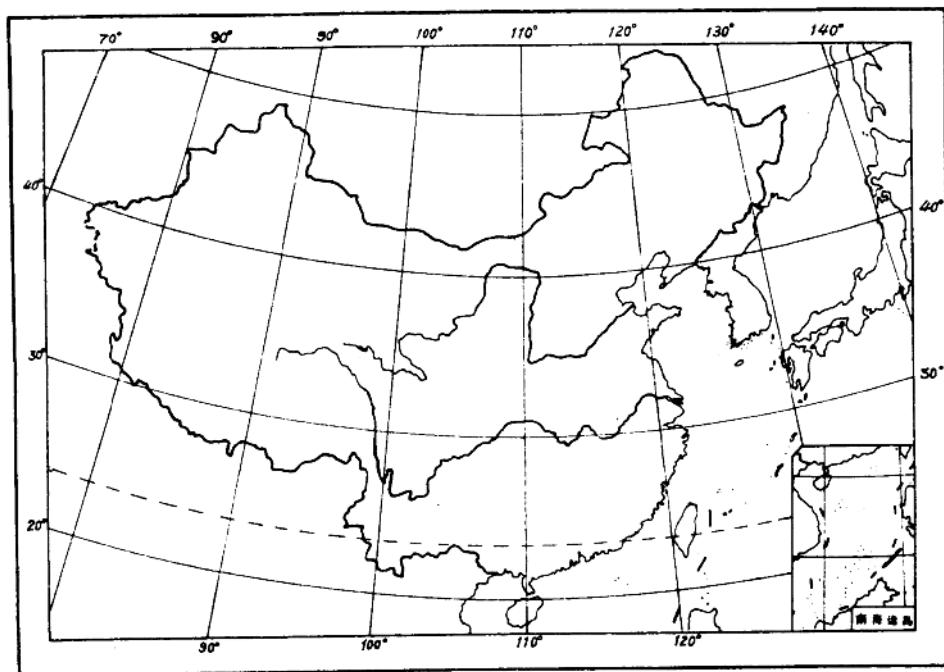


图 0-11

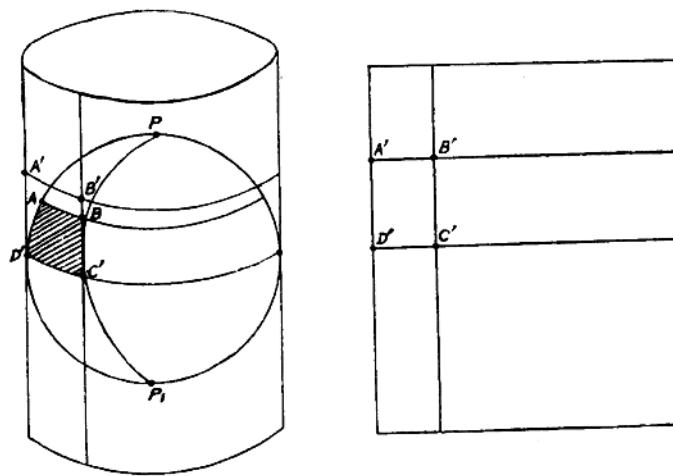


图 0-12

## 新的途径

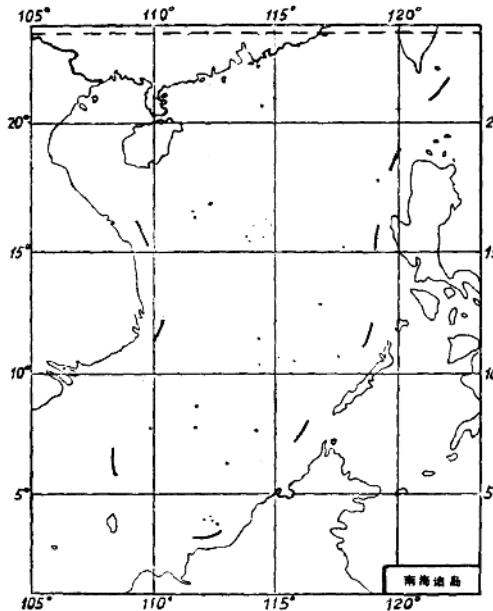


图 0-13

从圆锥面、圆柱面等可展曲面着手解决投影问题，使我们有了解决任务的桥或船。但是在生产斗争和科学实验范围内，人类总是不断发展的，自然界也总是不断发展的，永远不会停止在一个水平上，因而人类的认识过程也是无止境的。在地图投影发展的过程中，经过人们的实践——认识——再实践，在不断探索中出现了一些新的途径。

例如，常见的投影设计过程是：选择和确定投影→决定投影常数→计算投影坐标和变形→展绘经纬线网。然而，在长期以来积累了的许多地图投影的基础上和实践经验中，人们设想了另一个途径：既然归根结底是要得出合乎需要的地图投影

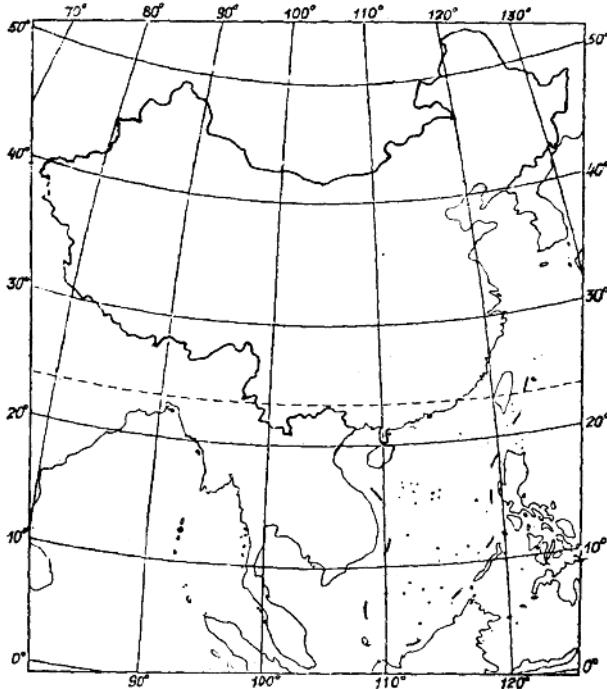


图 0-14

网，那么是否可以从现有某个投影的基础上，先用图解拟构的方法，构作出改进的经纬网草图，然后反过来求定投影公式，再用这样求得的公式来计算新投影。这时，经纬网形状就能符合预先设计的形状。这种方法用于设计小比例尺广大地区（例如世界图的地图投影），具有较大意义。又如对于制图区域在选定点上给定特定的比例尺，可以用预先给定变形分布<sup>[11, 13]</sup>等方法来求得投影的具体公式，这样得出的投影变形，就能满足预定的要求了。我国目前出版的世界地图，就是用这类方法来建立投影经纬网的。

在决定投影规律的数学形式方面，人们总可以找到相应时代数学发展水平的反映。有些投影，过去被认为计算上极为烦琐，在生产上不大考虑采用。既使采用了，在具体任务中为减少计算工作量，对于计算范围大小、网格密度大小也要“精打细算”。然而在现代电子计算机上，这已成为轻而易举的事。现代计算技术的应用大大地减轻了地图投影计算的劳动量，使得制图过程中的这一部分作业可以化费最少的工时。电算与自动绘图机的结合，使得制图作业中建立地图数学基础这一环节的作业完全自动化。

### 地图投影在地图学发展新阶段的意义

需要强调的是，计算机技术的应用，加强了地图学的数学重要性。地图投影植根于数学。随着有关坐标系的变换处理，形成了地图学的实际问题。没有它，地图会沦为草图。这也就是近几年来，地图投影变换与理论有较大发展的根本原因。同时，一批专门的著作也相继问世了。在50年代的常规地图生产中，曾有同素变换方法或光学机械变换方法及理论，那是适应当时生产条件的变换方法，现在已在淘汰之列。可见，地图学作为一门横断边缘的科学，若是随时应用当代科技成就来改革它的生产实践，就会促进它的分支科目的发展，从而在理论上解决生产应用中的问题。地图投影变换理论的发展证明了这一点。

地图设计对地图投影的要求从来是各种变形尽可能地小且分布均匀。但是，随着地图品种、用途的特殊需要，这一观念在某些地图上也发生了根本的变化。例如，世界旅游事业的发展对城市交通游览图提出了变比例尺地图投影的要求，于是在国内外提出了一些新的变换理论与实用方法。

尽管地图投影是地图学中最古老和高度定量化的，并且是较成熟和完整的科目，但在地图科学整个理论、内容和技术方法不断丰富、提高和扩展服务面的进程中，地图投影同样也在不断地丰富着自己的内容，其特征是表现在多方面的应用上。在地图投影的研究中，应着重注意到这一特点。

### 复习思考题

1. 地图投影研究的主题是什么？
2. 变形椭圆在不同变形性质的投影中的表象是怎样的？
3. 常规投影采用的有哪些投影面，正常情况下投影中的经纬线有什么样的形状？
4. 任何地图投影能否视为两个不同面上的图像变换？
5. 地图投影在地图学发展的新阶段上有什么新的含义？

# 第一章 地球椭球基本要素和公式

地图投影的主要任务是研究建立地图的数学基础。换句话说，就是根据一定的数学法则，在平面（地图面）上建立与地球表面上的地理坐标系（经纬线网）相应的直角坐标系，同时还要研究变形等问题。为此我们先要了解地球椭球体的一些基本要素。

## § 1-1 地球的形状和大小

大家都知道，地球近似一个球体，它的自然表面是一个极其复杂而又不规则的曲面，有高山、丘陵、平原、山地和海洋。在大陆上，最高点珠穆朗玛峰高出海面 8848.13 m，在海洋中，最深点为 -11022 m 的马里亚纳海沟，二点高差近两万米。由于地球表面是不规则的，一时不能用数学公式来表达，也无法实施运算，所以在地球科学领域中，必须寻找一个形状和大小都接近地球的球或椭球来代替它。

大地测量中用水准仪测得的地面点高程是依据一个理想的水准面来确定的，我们通常称它为**大地水准面**。大地水准面指海水处于“完全”静止状态，把海水面延伸到大陆之下形成包围整个地球的连续面。大地水准面所包围的球体，我们称为**大地体**。大地水准面虽然地球的自然表面要规则得多，但是还不能用一个简单的数学公式表示出来，这是因为大地水准面上任何一点的铅垂线都与大地水准面成正交，而铅垂线的方向又受地球内部质量分布不均匀的影响，致使大地水准面产生微小的起伏，它的形状仍是一个复杂的、还不能作为直接依据的投影面。为了便于测绘成果的计算，我们选择一个大小和形状同它极为接近的旋转椭球面来代替，即以椭圆的短轴（地轴）为轴旋转而成的椭球面，称之为**地球椭球面**。它是一个纯数学表面，可以用简单的数学公式表达，有了这样一个椭球面，我们即可将其当作投影面，建立与投影面之间一一对应的函数关系。

地球椭球的形状和大小常用下列符号表示（图1-1）：长半径  $a$ （赤道半径）、短半径  $b$ （极轴半径）、扁率  $e$ 、第一偏心率  $e$  和第二偏心率  $e'$ ，这些数据又称为椭球元素。它们的数学表达式为：

$$\text{扁率 } e = \frac{a - b}{a} \quad (1-1)$$

$$\text{第一偏心率 } e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (1-2)$$

$$\text{第二偏心率 } e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad (1-3)$$

决定地球椭球的大小，只要知道其中两个元素就够了，但其中必须有一个是长度( $a$ 或 $b$ )。 $e$ 、 $e'$  和  $a$ 除了与  $a$ 、 $b$  有关系外，它们之

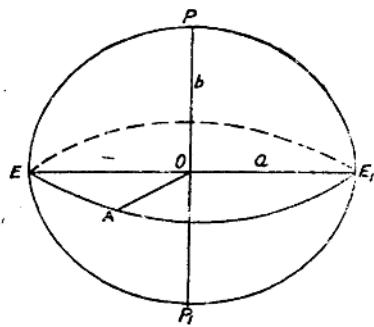


图 1-1